

6. КАПАЦИТЕТ. КОНДЕНЗАТОРИ.

1. Капацитет на единичен проводник

Единичен проводник – проводник, намиращ се далеч от други заредени или проводящи тела в пространството, така че техните електрични полета да не му влияят.

Капацитетът C е свойство на всеки проводник и числено е равен на количеството електричество (заряд), с което трябва да се зареди проводника, за да промени потенциала си φ с 1 волт (1 V).

$$C = \frac{q}{\varphi} \quad (1)$$

Способността на проводника да натрупва повече заряд се отчита с по-голям капацитет на проводника.

- Капацитетът C зависи от:
 - размерите на проводника;
 - формата на проводника;
 - диелектричната проницаемост на средата, в която се намира проводника.
- Капацитетът C не зависи от големината на заряда.

Потенциалът на сферичен проводник, поставен във вакуум се изразява така:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

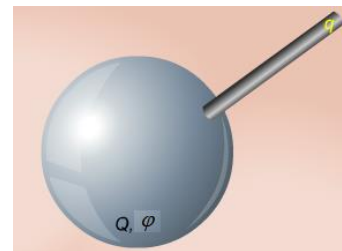
Тогава неговият капацитет ще е:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 r$$

Задача 1.

В сферичен проводник е натрупан заряд $Q = 10^{-10} \text{C}$ и потенциалът му е $\varphi = 1 \text{V}$. Ако се предаде допълнителен заряд на проводника $q = 5 \cdot 10^{-10} \text{C}$, какъв ще е потенциалът?

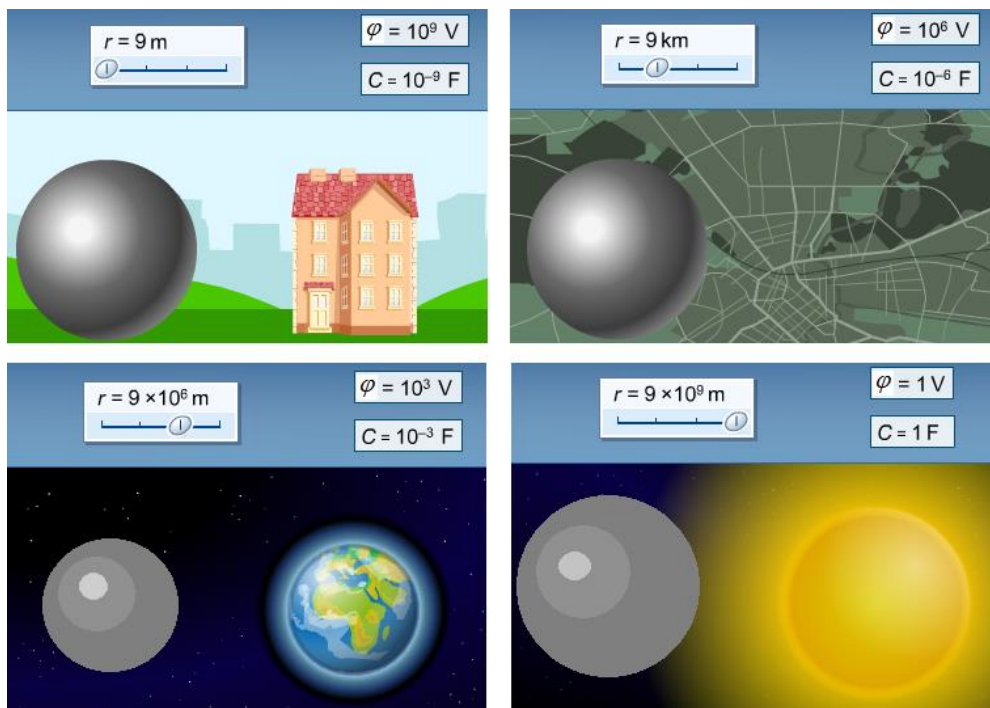
- a) 2V b) 5V c) 6V



Мерната единица на капаците е фарад $[F] = \frac{C(\text{кулон})}{V(\text{волт})}$.

Тъй като абсолютната диелектрична проницаемост във вакуум е много малка величина $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$, то сферичен проводник с капацитет 1F трябва да има много голям радиус.

На фигурите е показано нагледно как потенциалът φ и капацитетът C на сферичен проводник зависят от радиуса на сферата.

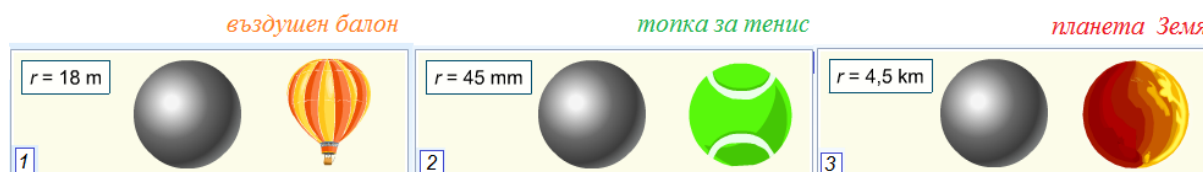


Затова се въвеждат производните мерни единици:

милифарад	$1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$
микрофарад	$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$
нанофарад	$1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$
пикофарад	$1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$
фемтофарад	$1 \text{ fF} = 10^{-15} \text{ F}$

Задача 2

Намерете капацитета на сферичните проводници с дадени радиуси r , сравнени по големина с различни предмети, ако те са поставени във вакуум.



a) $C = 0,5 \mu\text{F}$

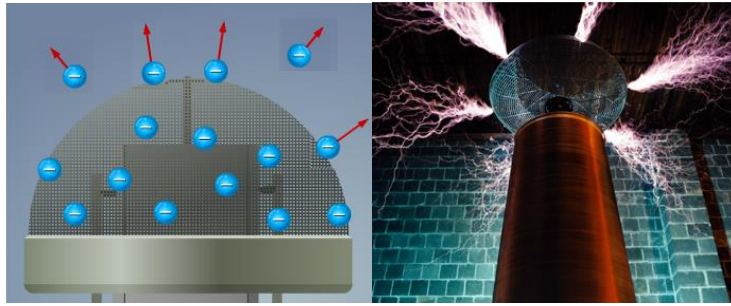
b) $C = 2 \text{ nF}$

c) $C = 5 \text{ pF}$

2. Кондензатори

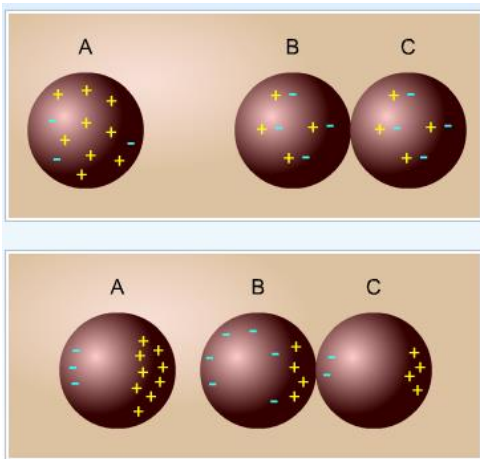
Използването на единичен проводник за натрупване на заряд е неудобно тъй като:

- Натрупването на голямо количество заряд в единичен проводник е нищожно малък. То е затруднено от силите на взаимно отблъскване между частиците с едноименни заряди, а при определени условия - и от възможността за "отделяне" на зарядите в областите извън проводника (електричен разряд -мълния).



- *Капацитетът на единичен проводник* не е постоянен. Полето на единичен проводник действа в цялото пространство извън проводника. В намиращите се там други проводници и диелектрици ще се индуцират свободни или свързани заряди, които чрез своите полета ще променят разпределението на заряда в разглеждания единичен проводник.

Задача 3



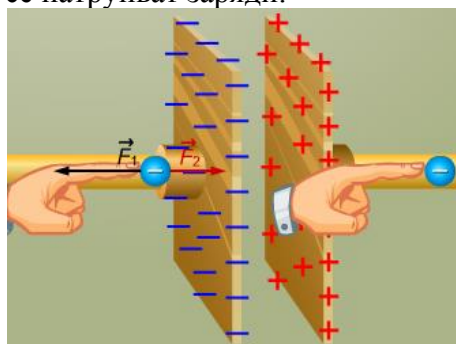
Нека заредено топче А се доближи до две допреди електронейтрални сфери В и С. Под действие на електричното поле зарядите на топче В и С ще се преразпределят и електрони от топче С ще започнат да преминават в топче В. Кога ще спре този пренос на електрони?

1. Когато всички електрони преминат от топче С в топче В.
2. Когато общият заряд на топчета А и С стане равен на заряда на топче В.
3. Когато електричните сили, които действат на електроните от топче С се уравновесят.

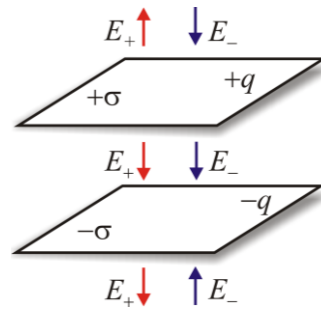
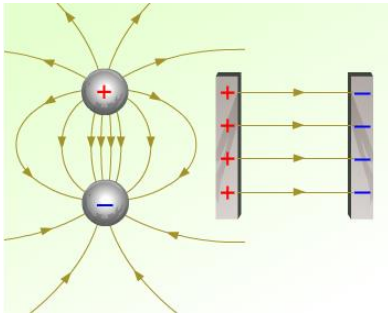
Тогава за създаване на система с постоянен капацитет, проводниците трябва така да се комбинират, че полето създадено от тях да бъде затворено в някаква част от пространството. Това са специални устройства, наречени *кондензатори*.

Система от две метални пластини, заредени хомогенно с равни по големина и противоположни по знак заряди $+q$ и $-q$ и отделени една от друга със слой диелектрик, се нарича *кондензатор*. Двете пластини, от които е съставен кондензаторът, се наричат *електроди*.

В такава система лесно се натрупват заряди:



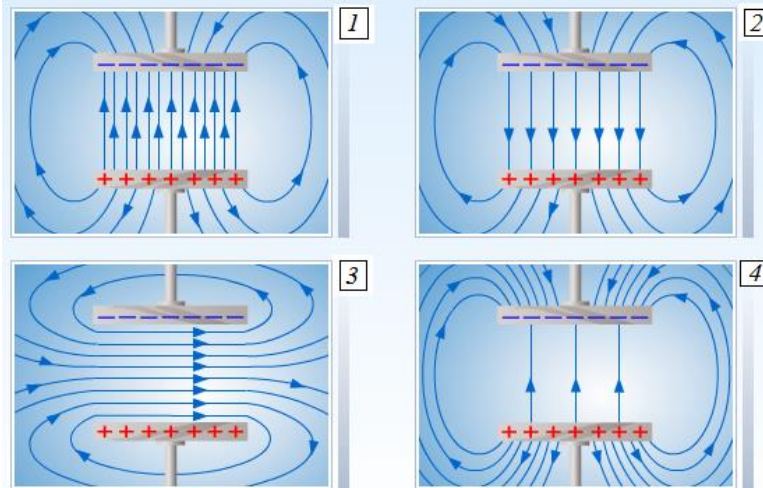
Електричното поле на кондензатора е съсредоточено само между пластините, за разлика от полето, създадено от сфери например. Извън тази област полетата се унищожават взаимно.



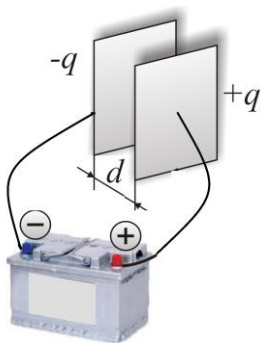
Следователно, електричното поле на кондензатора се затваря между неговите пластини, а извън тях полетата взаимно се компенсират. Електричното поле на кондензатора не зависи от положението на други тела.

Задача 4.

Коя от илюстрациите представя вярно полето, създадено от един плосък кондензатор?



3. Капацитет

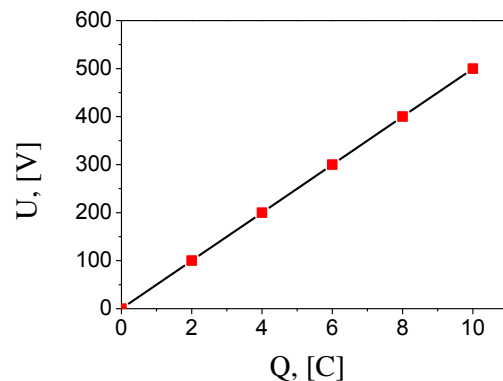


Основна характеристика на кондензатора е неговият **капацитет**:

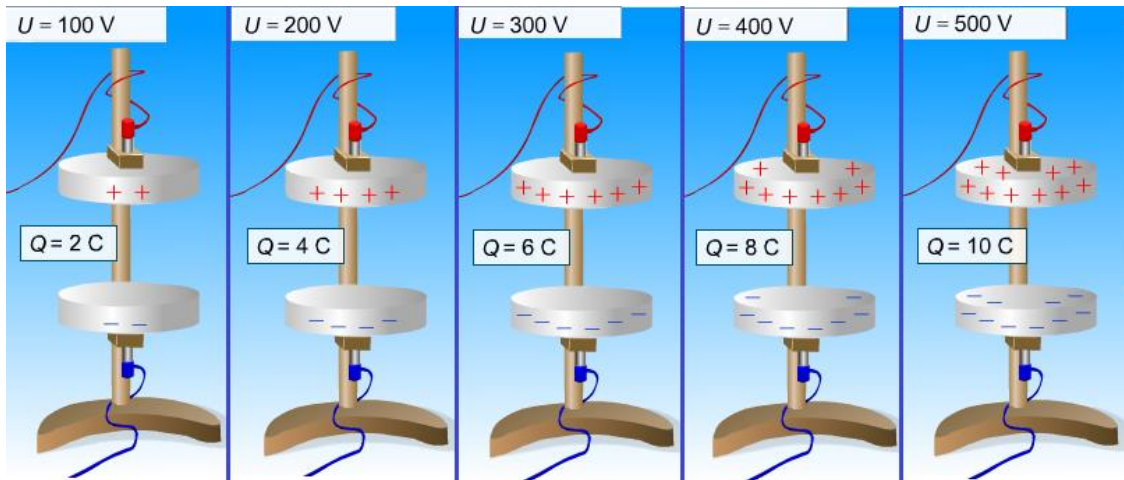
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \quad (2)$$

където q е зарядът на всеки един от електродите, а $\varphi_1 - \varphi_2$ е потенциалната разлика между тях.

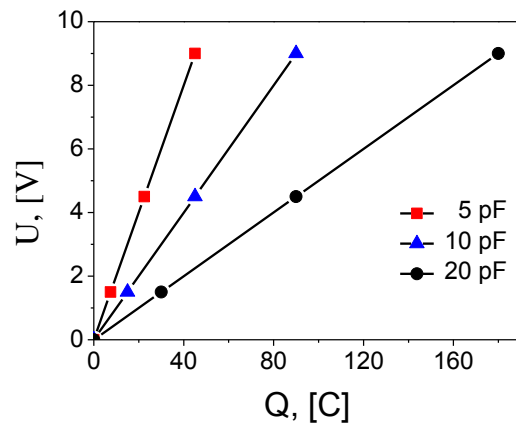
Капацитетът на един кондензатор определя количеството заряд, което може да бъде натрупано при единица потенциална разлика между пластините на кондензатора. Капацитетът зависи само от вътрешната структура на кондензатора, но не и от заряда и напрежението. На графиката е изобразена зависимостта $U = f(Q)$ за кондензатор с капацитет 20 mF.



Всяка червена точка от графиката изобразява конкретен случай за подаване на различно напрежение U и зареждане до определен заряд Q , изобразени на фигурата по-долу.



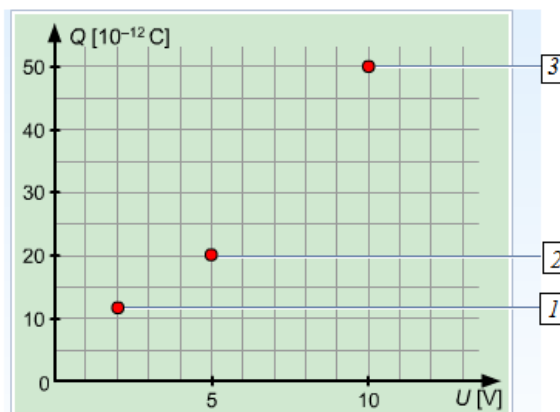
На графиката са изобразени зависимостите $U = f(Q)$ за кондензатори с три различни капацитета 5 pF, 10 pF и 20 pF, които са зареждани с три различни напрежения:



Задача 5.

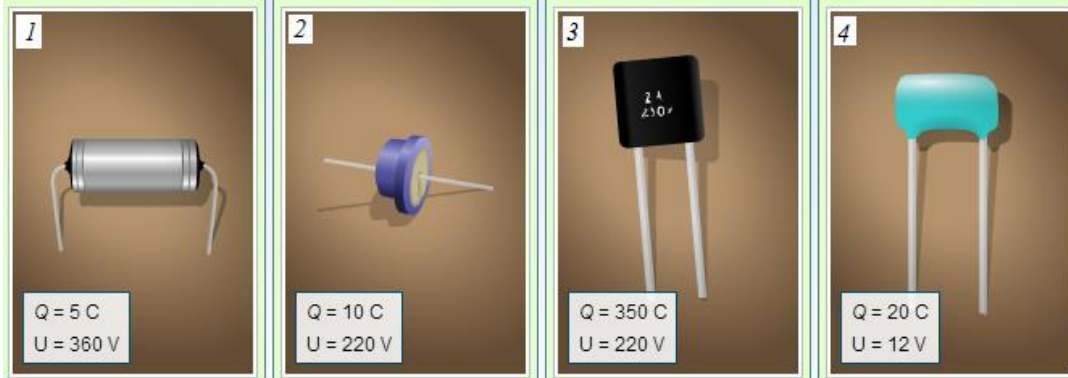
На кои капацитети отговарят точките на графиката $Q = f(U)$?

- $C = 4 \text{ pF}$
- $C = 5 \text{ pF}$
- $C = 6 \text{ pF}$



Задача 6.

Подредете кондензаторите в намаляващ ред на капацитета им.

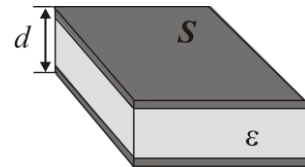


4. Видове кондензатори

Според формата на електродите има три вида кондензатори. В тези случаи лесно може да се пресметне капацитетът на кондензатора като се използва връзката между интензитета и потенциал на електричното поле и се отчете симетрията на полето.

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad d\varphi = -E dr, \quad C = \frac{q}{d\varphi}.$$

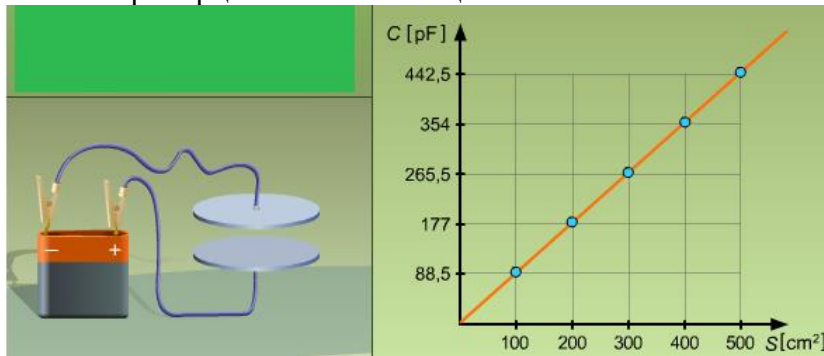
A) Плосък кондензатор – две успоредни метални пластини (равнини) с площ S , разположени на малко разстояние d , запълнено от диелектрик с константа ϵ



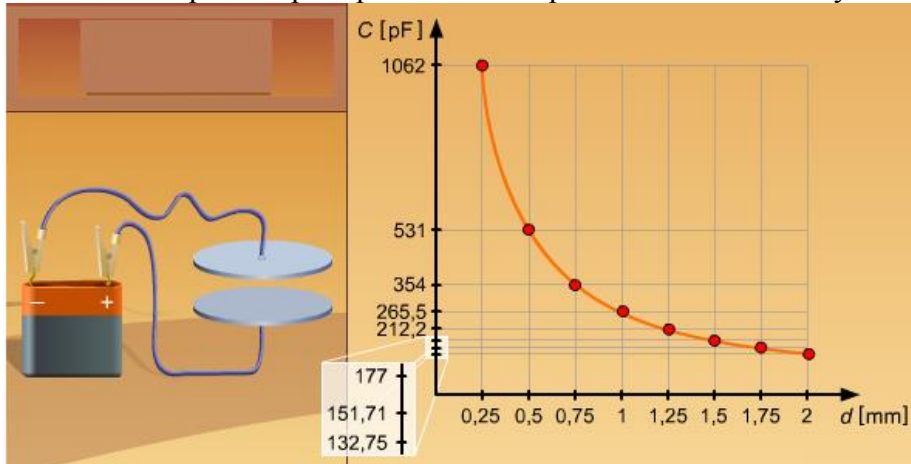
Капацитетът на плосък кондензатор е:

$$C = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (3)$$

✚ Капацитетът е пропорционален на площта S на плочите.



✚ Капацитетът е обратно пропорционален на разстоянието d между плочите.



Задача 7.

Капацитетът на вакуумен кондензатор $\epsilon = 1$ е 100 pF , ако площта на плочите е $S_0 = 0,0113 \text{ m}^2$, а разстоянието между тях е $d_0 = 1 \text{ mm}$. Посочете капацитетите на вакуумните кондензатори в следните четири случая:

1 - $S = 2S_0; d = d_0;$

2 - $S = S_0; d = 2d_0;$

3 - $S = 2S_0; d = 2d_0;$

4 - $S = 3S_0; d = 2d_0.$

a) $C = 150 \text{ pF}$

b) $C = 100 \text{ pF}$

c) $C = 50 \text{ pF}$

d) $C = 200 \text{ pF}$

✚ Капацитетът е пропорционален на относителната диелектрична проницаемост ϵ на диелектрика, поставен между плочите.

Знаем, че интензитетът E на полето в диелектрик намалява ϵ пъти спрямо това

E_0 във вакуум: $\epsilon = \frac{E_0}{E}$. Тъй като потенциалната разлика U между две заредени плочи,

поставени на разстояние d , е свързана с интензитета на електричното поле E така:

$E = \frac{U}{d}$, то потенциалната разлика между плочите на кондензатор при внасяне на

диелектрик също намалява ϵ пъти: $\epsilon = \frac{U_0}{U}$, където U_0 е потенциалната разлика между

плочите на кондензатор във вакуум. Тогава капацитетът на кондензатор с диелектрик

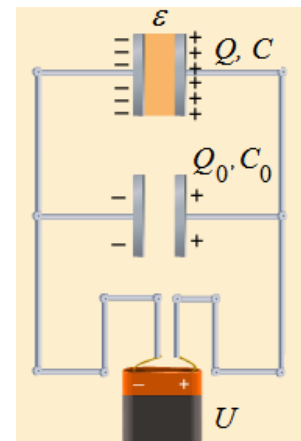
нараства ϵ пъти: $C = \epsilon C_0 \Leftarrow C_0 = \frac{Q}{U_0}; C = \frac{Q}{U}$.

Вещество	Относителната диелектрична проницаемост, ϵ
Въздух, вакуум	1,0
Тефлон	2,1
Кехлибар	2,7
Ебонит	2,7
Влакно	5,0
Порцелан	6,5

Нека на два кондензатора с еднакви размери се подаде еднакво напрежение U на плочите им, като между плочите на единия кондензатор се постави диелектрик с относителната диелектрична проницаемост ϵ .

Капацитетът C и зарядът Q на кондензатора с диелектрик нарастват ϵ пъти спрямо тези на вакуумния кондензатор с капацитет C_0 и заряд Q_0 :

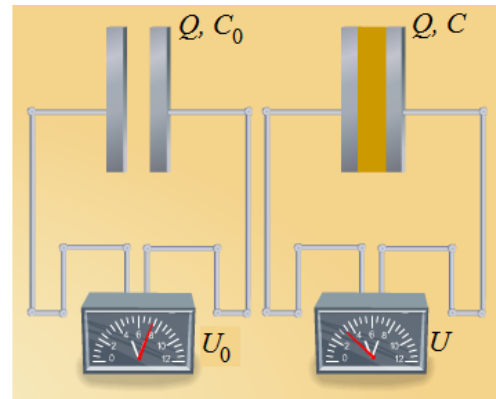
$$C = \epsilon C_0; Q = \epsilon Q_0$$



Нека разгледаме два кондензатора с еднакви размери, като между плочите на единия кондензатор се постави диелектрик с относителната диелектрична проникваемост ε .

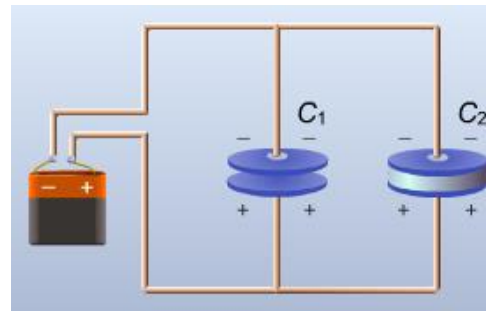
Ако натрупаният заряд остава простоянен, то потенциалната разлика между плочите може да се променя и ще наблюдаваме намаляване на потенциалната разлика U на кондензатора с диелектрик ε пъти спрямо тази на вакуумния кондензатор U_0 .

$$C = \varepsilon C_0; U = \frac{U_0}{\varepsilon}$$



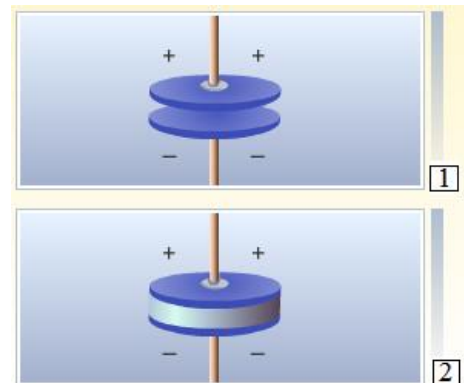
Задача 8.

На два кондензатора с еднакви геометрични размери и капацитети C_1 и C_2 е подадено еднакво напрежение U . Между плочите на кондензатор с капацитети C_2 е поставен диелектрик. Кой кондензатор има по-голям капацитет?



Задача 9.

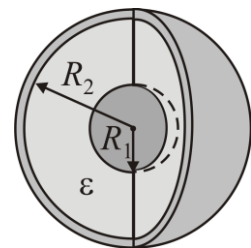
Върху плочите на два кондензатора с еднакви геометрични размери са натрупани еднакви заряди. Между плочите на втория кондензатор е поставен диелектрик. Кой кондензатор има по-голяма потенциална разлика?



Б) Сферичен кондензатор – две концентрични метални сфери с радиуси R_1 и R_2 , между които е поставен диелектрик с относителна диелектрична проникваемост ε .

Капацитетът на сферичен кондензатор е:

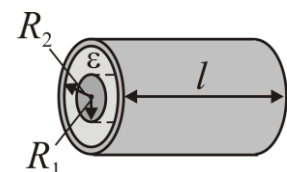
$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (4)$$



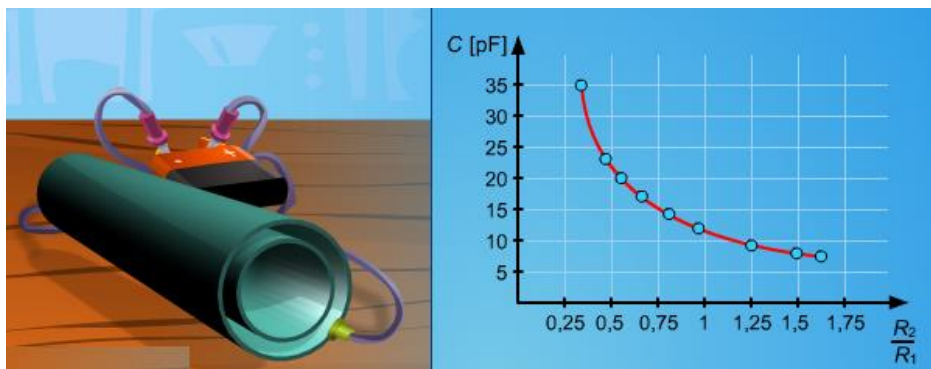
В) Цилиндричен кондензатор - два коаксиални цилиндъра с дължина l и радиуси R_1 и R_2 , между които е поставен диелектрик с относителна диелектрична проникваемост ε .

Капацитетът на цилиндричен кондензатор е:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (5)$$

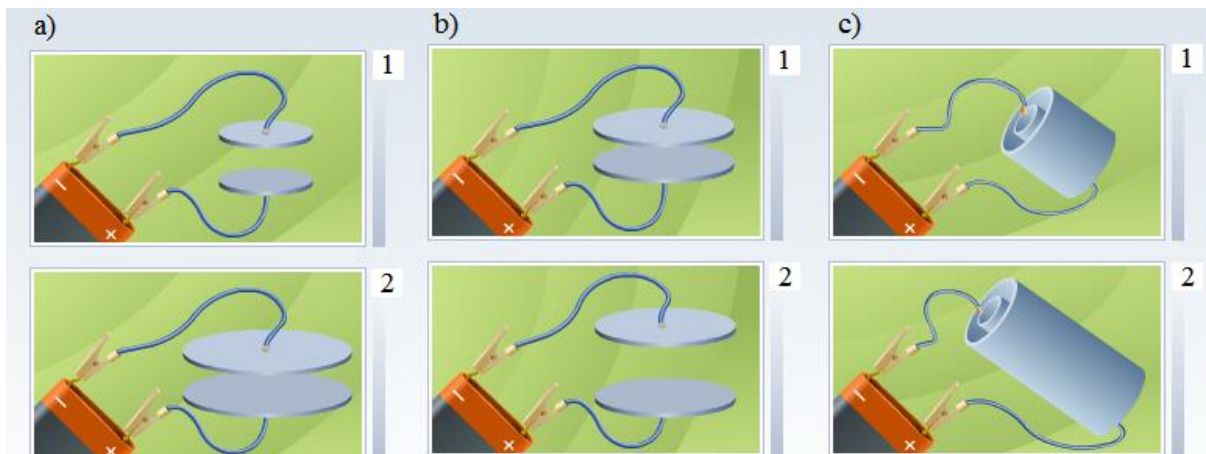


- ✚ Капацитетът е пропорционален на относителната диелектрична проницаемост ε на диелектрика, поставен между плочите и на дължината l на цилиндрите.
- ✚ Капацитетът зависи от радиусите R_1 и R_2 на двата цилиндъра.



Задача 10.

Определете кондензатора с по-голям капацитет от всяка двойка кондензатори.



5. Постоянни и променливи кондензатори

Кондензаторите с постоянен капацитет се наричат „*постоянни кондензатори*“. Техният капацитет се определя по време на тяхното производство и след това не може да бъде променян. В зависимост от използвания диелектрик съществуват няколко вида постоянни кондензатори:

- **Въздушен**, когато диелектрият е въздух.
- **Хартиен**, когато диелектрият е напоена с парафин хартия. Такива кондензатори се изработват от два слоя алуминиево фолио, които са разделени от тънък слой хартиено фолио. Тези слоеве се навиват на ролка, за да се получи малко компактно цилиндрично устройство. Капацитетът на тези кондензатори е μF .
- **Електролитен**, когато диелектрият е тънък слой метален оксид, например алуминиев оксид. Характерно за тези кондензатори е, че имат много по-голям капацитет при неголям обем.
- **Керамичен**, когато диелектрият е от различни видове специална керамика.
- **Слюден**, когато диелектрият е слюда. Те имат малки капацитети.

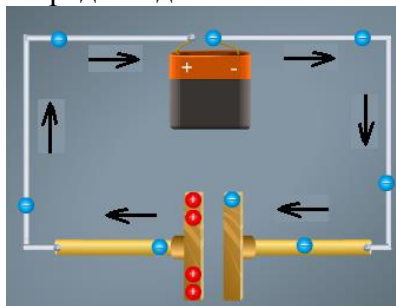
Кондензаторите с променлив капацитет се наричат „*променливи кондензатори*“ и могат да изменят своя капацитет в определени граници. Промяната в капацитета се извършва чрез промяна на ефективната площ на плочите на кондензатора — плочите се изместват една спрямо друга. Диелектриктът при променливите кондензатори е въздух (въздушни кондензатори) или керамика.



6. Енергия на зареден кондензатор

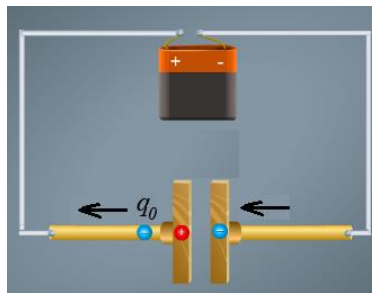
Кондензаторът е електрически прибор, който може да натрупва енергия в електрическото поле между двете плочи (електроди), разположени близо една до друга. Тази енергия може да се освободи при разреждането на кондензатора, която се преобразува в топлина, светлина и др.

За да се зареди един кондензатор, трябва да се извърши работа от източника на напрежение за пренасянето на заряд от едната пластина към другата.



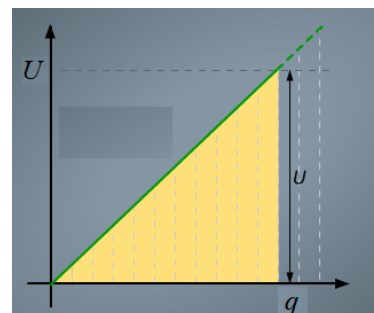
Зареденият кондензатор притежава енергия, която е равна на работата, извършена при зареждането му.

Работата, която трябва да се извърши за пренасяне на единичен заряд q_0 между плочите е: $A = q_0 \cdot U$

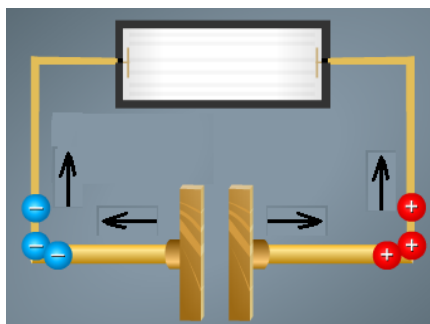


По време на зареждане напрежението на кондензатора U не е постоянно. То се увеличава. Следователно извършената работа при зареждането се изразява чрез средната стойност на напрежението $\frac{1}{2}U$ по време на зареждането от източника на напрежение U :

$$A = \frac{1}{2} qU \quad (6)$$



Когато свържем двете пластини на заредения кондензатор с проводник, зарядите от плочите ще се разредат през проводника. Натрупаната енергия в заредения кондензатор, която зарядите отдават на проводника може да се използва например за светкавицата на фотоапарат.



Следователно енергията на зареден кондензатор е:

$$W = \frac{1}{2} qU, \quad (7)$$

където q и U са зарядът и напрежението на кондензатора.

Като се приложи уравнение (2), енергията може да се изрази и чрез капацитета:

$$W = \frac{1}{2} C.U^2; \quad W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}.$$

Задача 11.

Кой кондензатор е зареден до най-висока енергия?



Задача 12.

Плосък кондензатор с площ на плочите $S = 20\text{cm}^2$ и разстояние между тях $d = 1\text{mm}$ се зарежда от батерия с напрежение. След това батерията е изключена и между плочите на кондензатора е поставен диелектрик с относителна диелектрична проницаемост $\varepsilon = 5,4$. Изчислете:

- капацитета на кондензатора без диелектрик;
- капацитета на кондензатора с диелектрик;
- натрупания заряд върху плочите на кондензатора;
- потенциалната разлика между плочите на кондензатора;
- крайната енергия, натрупана в кондензатора.

7. Пробив на кондензатори

Всеки кондензатор се характеризира с пробивно напрежение U_{np} . Това е напрежението, при което интензитетът на електричното поле E_{np} в диелектрика на кондензатора става толкова голям, че от молекулите на диелектрика се откъсват електрони и между двата електрода прескача искра. Настъпва електричен пробив на диелектрика и кондензаторът се поврежда.

Максималната стойност на потенциалната разлика, при която кондензаторът може да бъде използван, зависи от вида на веществото, което е поставено между плочите, и от разстоянието между плочите. Тя не зависи обаче от площта на плочите. Величината, която характеризира устойчивостта на даден материал е интензитетът на пробивното поле E_{np} , който се измерва в V/m :

$$E_{np} = \frac{U_{np}}{d},$$

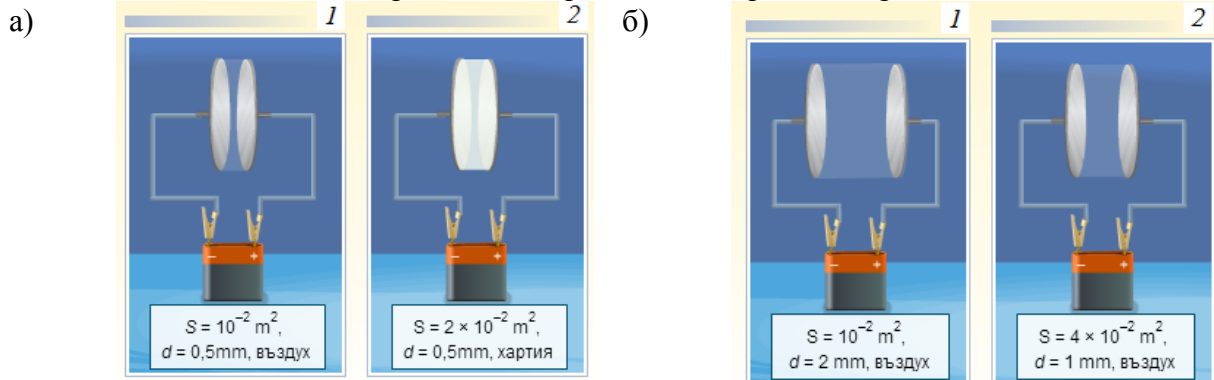
където d е разстоянието между плочите на кондензатора.

Вещество	Въздух (сух)	Тефлон	Хартия	Бакелит	Съкло (пирекс)	Гума (неопрен)	Стронциев титанат
$E_{np}, V/m$	$3 \cdot 10^6$	$60 \cdot 10^6$	$16 \cdot 10^6$	$24 \cdot 10^6$	$16 \cdot 10^6$	$12 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$

При $d = 1mm$, пробивните напрежения U_{np} за някои диелектрици са съответно: $3kV$ (въздух), $14kV$ (хартия), $90kV$ (кехлибар), $160kV$ (рубинена слюда),

Задача 13.

Посочете кондензатора, в който пробивът ще протече първо.

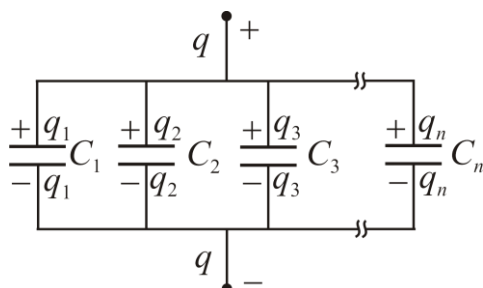


8. Свързване на кондензатори

В електричните вериги кондензаторите се отбелязват със символа $\left\| \right\|$. При свързване на два или повече кондензатора се получава **кондензаторна батерия**. Два или повече кондензатора могат да се свържат по два начина: *успоредно* или *последователно*.

а) успоредно свързване на кондензатори

На фигурата е показана схема на n на брой успоредно свързани кондензатори с капацитети C_1, C_2, \dots, C_n .



1) разликата в потенциалите на всеки кондензатор е една и съща:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n.$$

2) зарядът q (от източника) се разпределя между всички кондензатори:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n.$$

Като се отчетат тези две особености, капацитетът на n на брой успоредно свързани кондензатори може да се изрази така:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U} + \frac{q_3}{U} + \dots + \frac{q_n}{U}$$

$$C = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Еквивалентният капацитет на n на брой успоредно свързани кондензатори е алгебрична сума от капацитетите на отделните кондензатори и е по-голям от капацитета на всеки един от тях поотделно.

Еквивалентният капацитет C е по-голям от най-големия капацитет на системата.

Освен с капацитет, кондензаторът се характеризира и с **максимално работно напрежение** – максималното напрежение, което може да се приложи на кондензатора, при което все още не е настъпил пробив на диелектрика му (недопустим режим за работа).

За увеличаване на капацитета, при постоянно работно напрежение за всеки кондензатор, се използва успоредно свързване на кондензатори, т.е.

$$U_{\text{раб.}} = U_i (i = 1, 2, \dots, n)$$

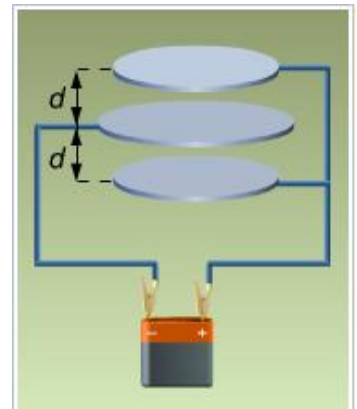
$$C = \sum_i C_i.$$

Задача 14. Три плоско-паралелни пластини са поставени във въздушна среда, успоредно една над друга на разстояние d една от друга. Двете крайни пластини са с площ S , а средната с площ по-голяма от S . Средната плоча е свързана с отрицателния полюс на батерията, докато крайните плочи са свързани с положителния полюс. Намерете капацитета на тази система от кондензатори.

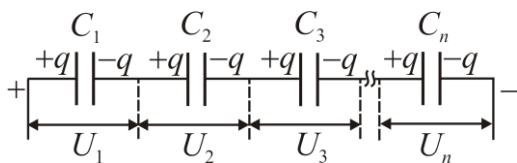
a) $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$

b) $C = 2\epsilon_0 \frac{S}{d}$

c) $C = 3\epsilon_0 \frac{S}{d}$



б) последователно свързване на кондензатори



На фигурата е показана схема на n на брой последователно свързани кондензатори с капацитети C_1, C_2, \dots, C_n .

1) напрежението U на източника се разпределя между всички кондензатори:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n.$$

2) зарядът на всеки кондензатор е един и същ:

$$q = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n.$$

Като се отчетат тези две особености, капацитетът на n на брой последователно свързани кондензатори може да се изрази така:

$$C = \frac{q}{U} \rightarrow U = \frac{q}{C}, \quad U_1 = \frac{q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2}, \dots$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} + \dots + \frac{q}{C_n}$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}}$$

Реципрочната стойност на еквивалентния капацитет на n на брой последователно свързани кондензатори е алгебрична сума от реципрочните стойности на капацитетите на отделните кондензатори.

Еквивалентният капацитет C е по-малък от най-малкия капацитет на системата.

За намаляване на работното напрежение на кондензатора се използва последователно свързване на кондензатори. При това свързване всеки кондензатор ще работи при по-ниско напрежение от напрежението на източника U .

Задача 15.

Капацитетът на всеки един от кондензаторите в представените системи е $C = 10$ pF. Подредете системите, като започнете от тази, която има най-висок еквивалентен капацитет, към тази с най-нисък заместващ капацитет.

