

4. ПОТЕНЦИАЛ НА ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ

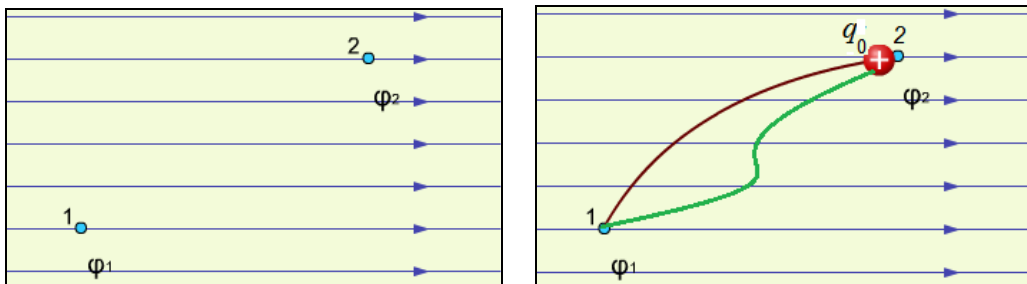
1. Работа на електрични сили

Величината **потенциал** е скаларна и описва електричното поле. Всяка точка от електричното поле се характеризира с потенциал с определена големина.

Разглеждаме постоянно хомогенно електрично поле, създадено от заряд Q и означено с равноотдалечени успоредни силови линии. Нека означим потенциала в т.1 с φ_1 , а потенциала в т.2 – с φ_2 и поставим единица положителен пробен заряд q_0 в т.1. Преместването на този заряд в електростатичното поле, от т.1 с радиус-вектор \vec{r}_1 до т.2 с радиус-вектор \vec{r}_2 е свързано с извършване на работа от действащата върху заряда q_0 електростатична (Кулонова) сила \vec{F} :

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1)$$

Уравнението показва, че работата на електричните сили за преместване на заряда q_0 , не зависи от вида на траекторията му (кафява и зелена крива на фиг.), а само от началното и крайното положение на заряда, т.е. от r_1 и r_2 . Такива полета се наричат **потенциални** или **консервативни**.



2. Напрежение между две точки на полето

Както знаем кулоновата сила е пропорционална на заряда, на който действа: $\vec{F} = q\vec{E}$. Затова ако между т.1 и т.2 се пренасят последователно заряди $q_0, 2q_0, 3q_0, 4q_0 \dots$, то извършената работа ще е съответно $A, 2A, 3A, 4A \dots$. Следователно отношението извършена работа/заряд остава постоянно и не зависи от големината на пробния заряд, т.е. характеризира полето между т.1 и т.2. Тази величина се нарича потенциална разлика или напрежение и се измерва във Волт [V]:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q_0} \quad (2)$$

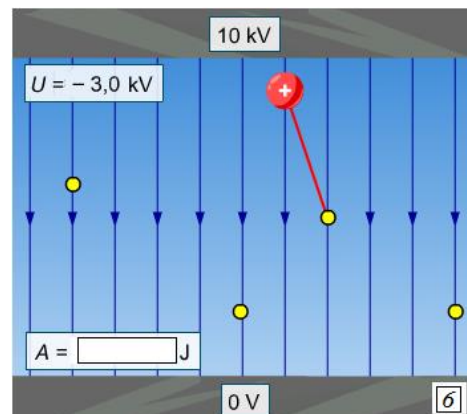
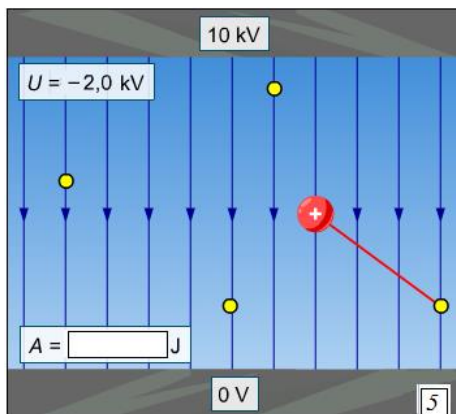
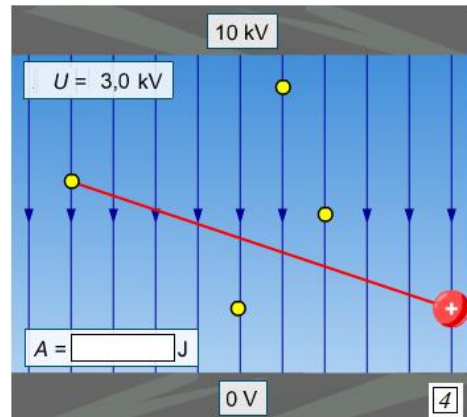
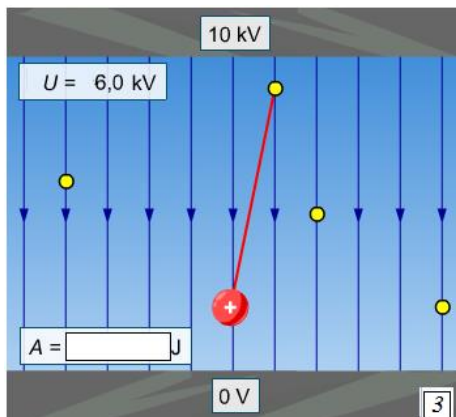
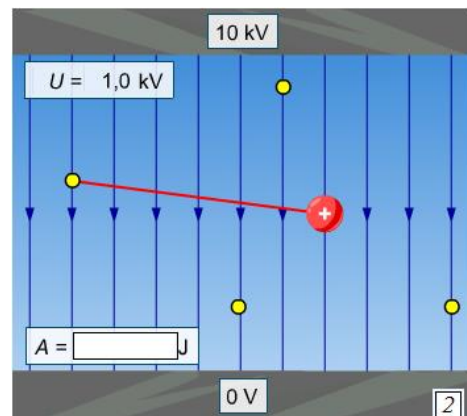
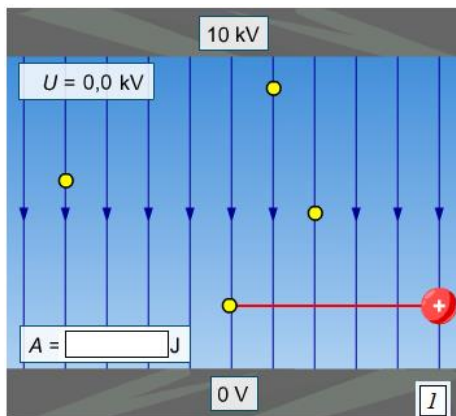
Напрежението между две точки е мярка за работата на електричните сили за пренасяне на единица положителен заряд между тях.

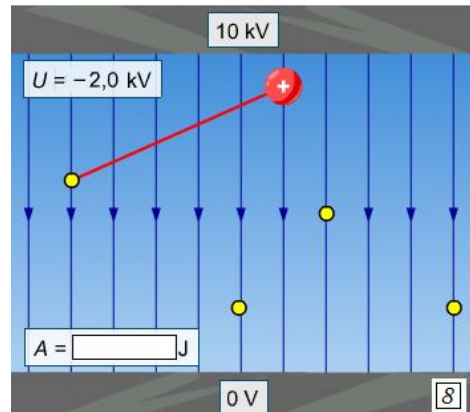
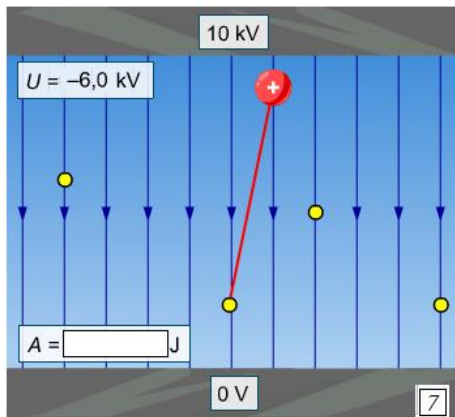
Напрежението между две точки е 1V (волт), ако работата на електричните сили за пренасянето на заряд 1C (кулон) между тях, е 1J (джаул).

Следователно работата на електричните сили за пренасянето на заряд q между две точки - от т.1 до т. 2 с потенциална разлика $(\varphi_1 - \varphi_2)$ или напрежение U може да се изрази така:

$$A = qU = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Задача 1. Пресметнете извършената работа от силите на еднородно електрично поле, създадено между две заредени успоредни пластини, за преместването на заряд $q = 16 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ между двете точки. За всеки от случаите на фигурата е дадена потенциалната разлика $U = \varphi_1 - \varphi_2$ и двете точки 1 и 2 са свързани с права червена линия, като зарядът е изобразен в крайното положение 2.





3. Потенциал на електрично поле

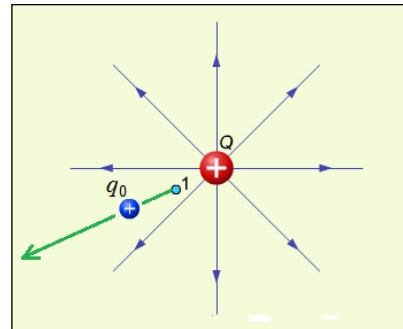
За да се изчисли потенциалът в дадена точка на полето от формула (2), трябва да се избере положението, където потенциалът ще е нула. Обикновено се приема, че потенциалът на заряда q_0 в безкрайно отдалечена точка от заряда Q , създаващ полето, е нула.

Ако зарядът q_0 се премества от електричното поле от точка с потенциал φ (т.1) в точка от безкрайността, където потенциалът е нула ($\varphi_\infty = 0$), то работата на електричното поле съгласно уравнение (2) е:

$$A = q_0(\varphi - 0) = q_0\varphi \quad (3)$$

или

$$\varphi = \frac{A}{q_0} \quad (4)$$



Потенциалът числено е равен на работата, която извършват силите на електричното поле над единичен положителен заряд ($q_0 = +1\text{ C}$) за преместването му от дадена точка на електричното поле в точка от безкрайността.

Потенциалът числено е равен на работата, която извършват силите на електричното поле над единичен отрицателен заряд ($q_0 = -1\text{ C}$) за преместването му от точка от безкрайността до дадена точка на електричното поле.

В този случай работата съгласно уравнение (2) е:

$$A = -q_0(0 - \varphi) = q_0\varphi$$

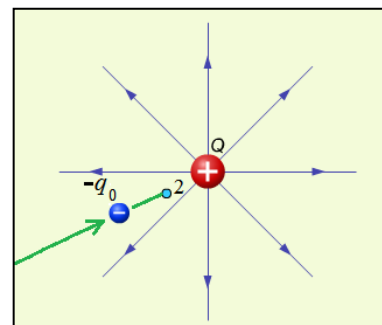
От тук се получава същото уравнение (4), дефиниращо потенциал на електрично поле.

Мерната единица в система SI (СИ):

Уравнение (4) се използва за дефиниране на единицата за измерване на потенциал в системата SI и тя се нарича волт (V).

Потенциалът на полето в дадена негова точка е 1 V, ако при преместване на единица положителен заряд 1 C (кулон) от тази точка до точка в безкрайността, електричните сили извършват работа 1 J (джаул).

Очевидно е, че мерната единица за величината потенциал и напрежение е една и съща – волт.



Потенциалът на електричното поле може да се дефинира и чрез потенциалната енергия, т.к. работата A , извършена от силите на електричното поле при пренасяне на заряд q_0 ще бъде равна на намаляването на неговата (на заряд q_0) потенциална енергия: $dA = -dW$ или $A = W_1 - W_2$.

Тогава, различните пробни заряди $q_0, 2q_0, 3q_0, 4q_0 \dots$, поставени в една и съща точка на полето, ще имат различни потенциални енергии $W, 2W, 3W, 4W \dots$, но отношението потенциална енергия/заряд ще е едно и също и това е **потенциалът** на електричното поле:

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (5)$$

където $W = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}$ е потенциалната енергия на взаимодействие на пробния заряд q_0 със заряда Q , създаващ електричното поле.

Потенциалът φ числено е равен на потенциалната енергия, която единица положителен заряд ($q_0 = +1 \text{ C}$) ще има в дадена точка на електричното поле: $\varphi = \frac{W}{q_0}$

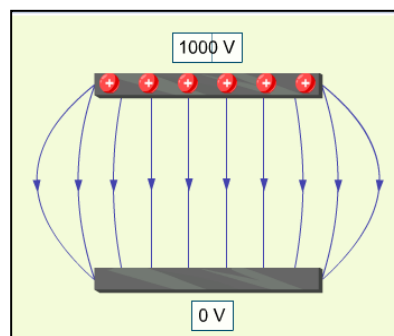
Произволен заряд q , намиращ се в същата точка има потенциална енергия:

$$W = q\varphi.$$

Задача 2. Намалява или нараства потенциалната енергия на заряда $q = 16 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ при преместването му в електрично поле за случаите, показани на фигурите на задача 1.

Още веднъж да обърнем внимание, че за определяне на големината на потенциал в точно определена точка е необходимо да установим къде е нулевият потенциал. Допускането ще се отнася за всички изчисления в конкретния случай. Когато решаваме различни задачи, можем да допуснем различни условности, тъй като явлението, което става в полето, е повлияно по-скоро от потенциалната разлика, отколкото от самия потенциал.

В някои случаи можем да приемем, че нулевият потенциал е потенциалът на Земята. Нека разгледаме електрично поле, създадено от две успоредни пластинки, едната от които е заземена. Тогава нейният потенциал ще е 0 V , а потенциалната разлика между пластините ще е равна на потенциала на другата пластина – на фиг. 1000 V .



4. Поле на точков заряд

За електричното поле, създадено от точков заряд q , потенциалът в дадена точка се изразява с формулата:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r} = k \frac{q}{r}, \quad (6)$$

където r е разстоянието от точката до заряда, а ϵ е диелектричната проницаемост на средата.

Потенциалът на електричното поле на точков заряд q е правопрпорционален на големината на заряда, създаващ полето и намалява обратнопропорционално на разстоянието r до заряда.

Затова се предполага, че в безкрайно отдалечените от заряда точки потенциалът е нула.

Във формула (6) се отчита знакът на заряда. Ако $q > 0$, то $\varphi > 0$, т.е. потенциалът на полето на положителен заряд е положителен. Ако $q < 0$, то $\varphi < 0$, т.е. потенциалът на полето на отрицателния заряд е отрицателен.

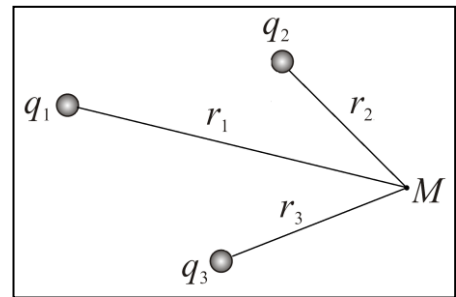
Потенциалът на полето, създадено от два или повече точкови заряди, се определя от принципа на суперпозиция.

Потенциалът на поле, създадено от система точкови заряди, е алгебрична сума от потенциалите, създадени от всеки отделен заряд q_i : $\varphi = \sum_i \varphi_i$

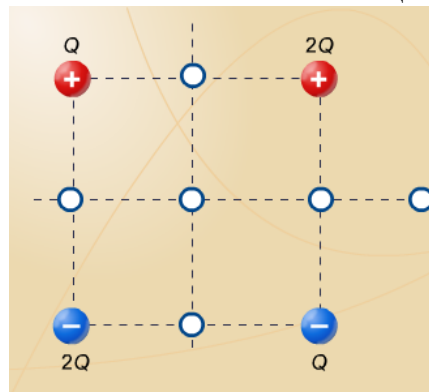
Пример:

$$\varphi = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + k \frac{q_3}{r_3}, \quad (7)$$

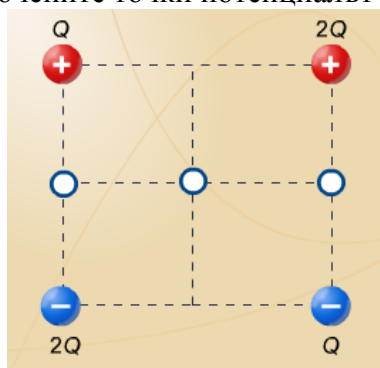
където r_1, r_2, r_3 са разстоянията от зарядите до точка М, в която се пресмята потенциала.



Задача 3. На фигурата е показана система от заряди, поставени в ъглите на квадрат. Посочете точката, в която големината на потенциала е 0.

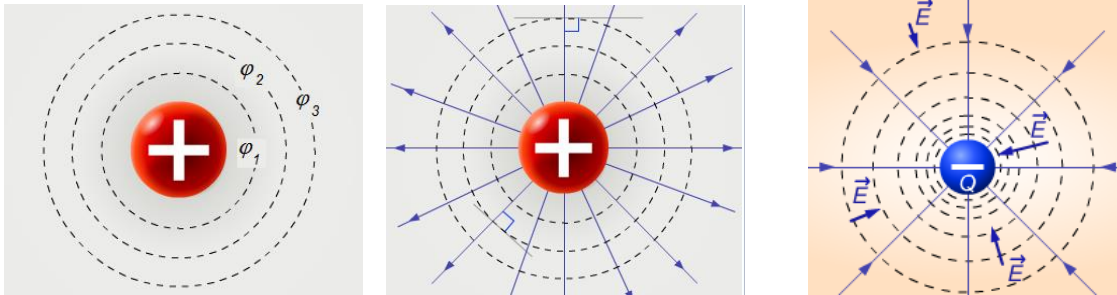


Задача 4. В коя от посочените точки потенциалът на полето е най-голям?



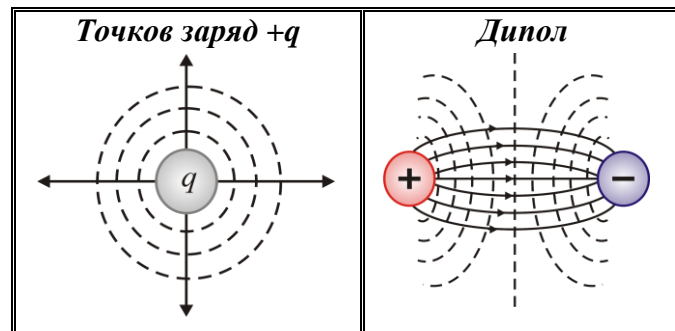
5. Еквипотенциални повърхности

Разпределението на потенциала φ на полето може да се онагледява чрез система от повърхнини, наречени **еквипотенциални**. Това е геометричното място на точки с еднакъв потенциал. Еквипотенциалните повърхнини на полето, създадено от точков заряд q , съгласно уравнение (6), са всички точки, които отстоят на едно и също разстояние r от заряда q . Това са концентрични сфери в чийто център е разположен зарядът q .



Напречното сечение на еквипотенциалните повърхнини на поле, създадено от точков заряд, има формата на кръгове, като центровете им съвпадат с положението на точковия заряд. Трябва да се отбележи, че силовите линии на полето са перпендикулярни на еквипотенциалните повърхнини. Големината на потенциала намалява с разстоянието, като в безкрайността е нула.

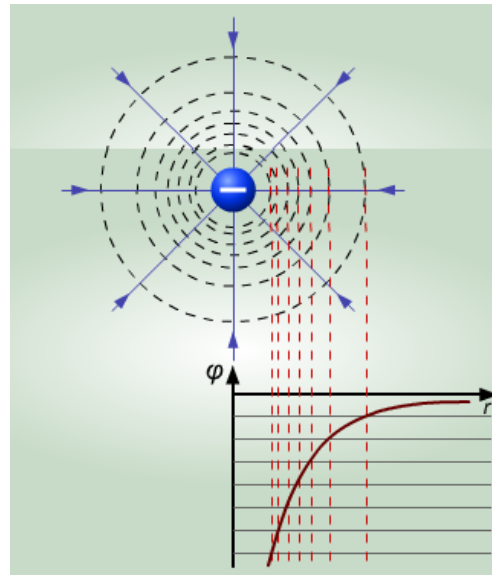
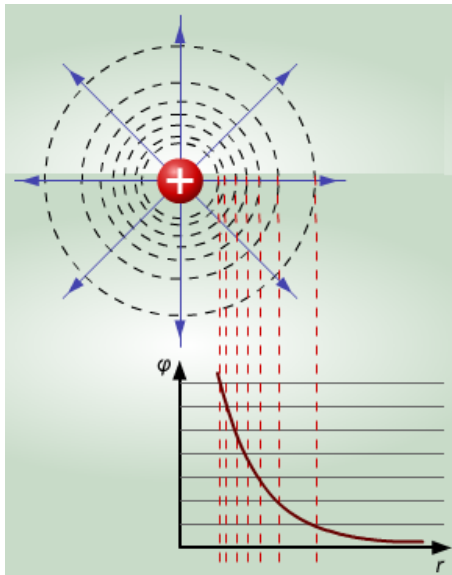
С непрекъснати линии са означени силовите линии, а с пунктирани линии - еквипотенциалните повърхнини на две електрични полета, създадени от точков заряд и от дипол.



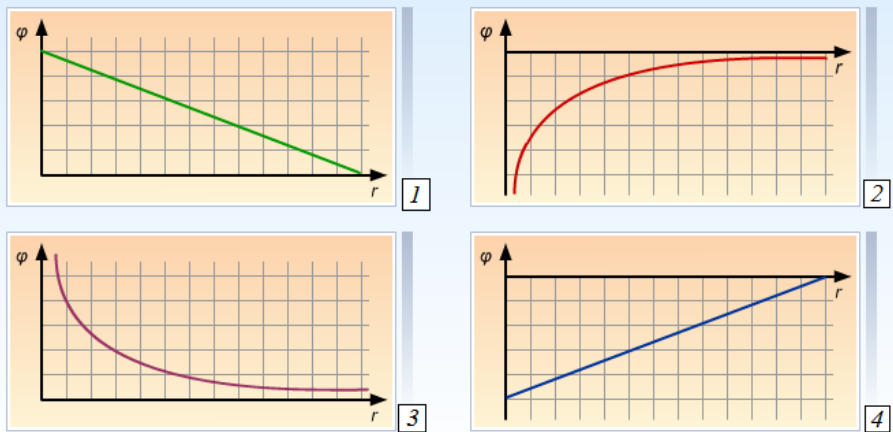
Електричното поле, създадено от точков заряд, е същото, както полето, създадено от заредена сфера. Потенциалът на това поле е обратно пропорционален на разстоянието до центъра на сферата или до центъра на точковия заряд, които създават полето.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r} = k \frac{q}{r}$$

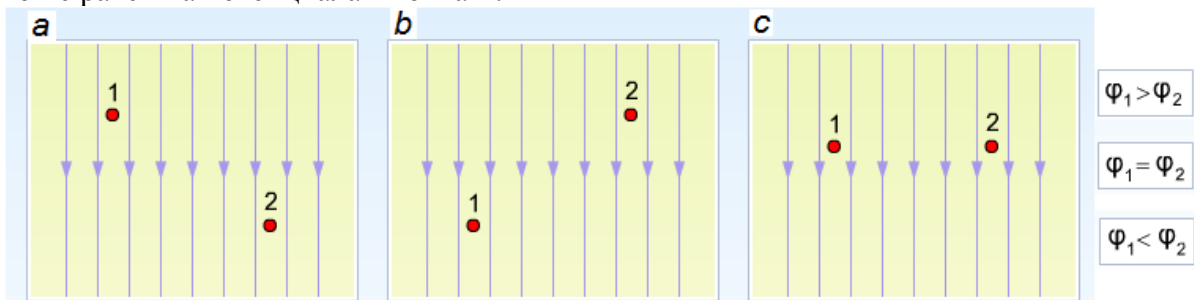
Ако полето е създадено от положителен точков заряд или от положително заредена сфера, то потенциалът има положителни стойности. Ако полето е създадено от отрицателен точков заряд или от отрицателно заредена сфера, то потенциалът има отрицателни стойности.



Задача 5. Кои от зависимостите представят изменението на потенциала с разстоянието от отрицателно заредена сфера, която създава електрично поле.



Задача 6. В кой случай потенциалът в точка 2 е по-малък, в кой е по-голям и в кой е равен на потенциала в точка 1?



6. Връзка между интензитет на електрично поле и напрежение

Физичните величини потенциал φ и интензитет \vec{E} са основни характеристики на електричното поле и се използват за описанието му.

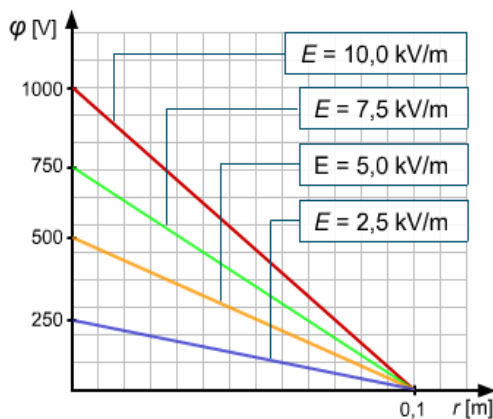
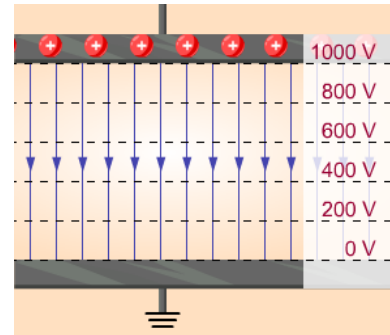
Електричното поле във всяка точка се характеризира с енергетична характеристика - потенциал φ и силова характеристика - интензитет \vec{E} .

Заряд q , намиращ се в дадена точка на електрично поле с потенциал φ и интензитет \vec{E} има **потенциална енергия** $W = q\varphi$ и му действа **сила**: $\vec{F} = q\vec{E}$.

Двете величини φ и \vec{E} са взаимно свързани.

Когато знаем изменението на потенциала, можем да определим интензитета на електричното поле.

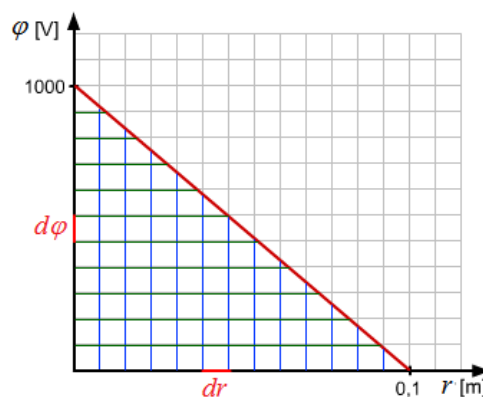
На фигурата е показано хомогенно електрично поле, създадено между две успоредни пластини, като едната е заземена, а другата е положително заредена до потенциал 1000V. Със сини стрелки е показан интензитетът на полето, който е постоянен. С черни пунктири са означени екипотенциалните повърхнини на полето и за всяка от тях е написан потенциала от 0V до 1000V. Силовите линии и екипотенциалните повърхнини са перпендикулярни.



На графиката е показано изменението на потенциала на хомогенно електрично поле, създадено от две заредени успоредни пластини, поставени на разстояние 10 cm. Едната пластинка е заземена, т.е. потенциалът ѝ е 0, а потенциалът на другата пластинка може да се изменя. Може да се види, че колкото по-голямо е изменението на потенциала между двете пластинки, толкова по-голям е интензитетът на полето. Например при потенциал на горната пластинка 1000V (червената линия), интензитетът е 10 kV/m, а при потенциал на горната пластинка 250V (синята линия), интензитетът е 2,5 kV/m.

Скоростта, с която се изменя потенциалът в пространството между пластинките може да бъде описана с помощта на градиента на потенциала.

Градиентът е векторно поле, означава се с *grad* и се прилага само върху скаларни величини. Това е вектор, чията големина показва скоростта на изменението на скаларната величина и има посока на максималното нарастване на скаларната величина.

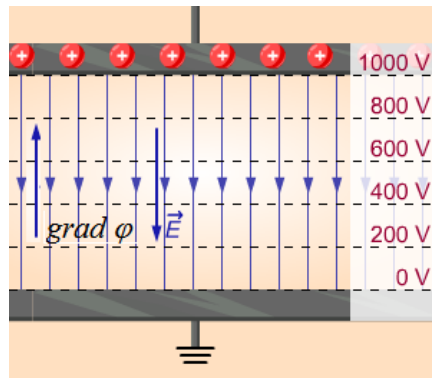


Графиката на потенциала между двете пластинки е разделена на малки сегменти dr . Всеки от тях отговаря на нарастване на потенциала $d\varphi$. Интензитетът на полето в дадена точка може да бъде изразен като отрицателен градиент на потенциала:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad (8)$$

което е нарастване на потенциала $d\varphi$ в много малък участък, разделен на дължината на сегмента dr , но с отрицателен знак. В случая функцията $\varphi(r)$ е намаляваща, следователно $d\varphi$ приема отрицателни стойности. В хомогенното електрично поле потенциалът се променя така, че интензитетът \vec{E} остава константа.

Интензитетът \vec{E} на хомогенното електрично поле има постоянна стойност и е насочен в посока на намаляване на φ . Векторът $\text{grad}\varphi$ е насочен в посока на максимално нарастване на φ , т.е. противоположно на \vec{E} .



В този случай векторите \vec{E} и $\text{grad}\varphi$ са в едно направление \vec{r} и можем да запишем уравнение (8) скалярно и да интегрираме. Нека разстоянието между двете пластинки е d и потенциалите на плочите са съответно φ_1, φ_2 , при което от уравнение (8) се получава:

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_0^d E \cdot dr$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -E \cdot d$$

Като се има в предвид, че напрежението между двете пластинки е $U = \varphi_1 - \varphi_2$, то:

$$E = \frac{U}{d}$$

7. Енергия на система електрични заряди

Създаването на електрично поле е свързано с извършване на работа от външни сили, затова електричното поле притежава определена потенциална енергия. Тази енергия дава възможност даден материален обект да взаимодейства с друг.

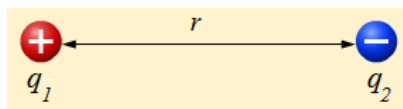
Потенциалната енергия на електричното поле е равна на работата, необходима за преместването на единичен положителен заряд от безкрайността в дадена точка на полето.

В общия случай, системата от n на брой точкови заряди има енергия:

$$W = \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$$

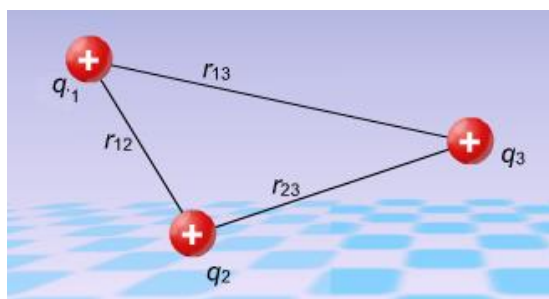
Потенциалната енергия на система от два заряда на разстояние r един от друг е:

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

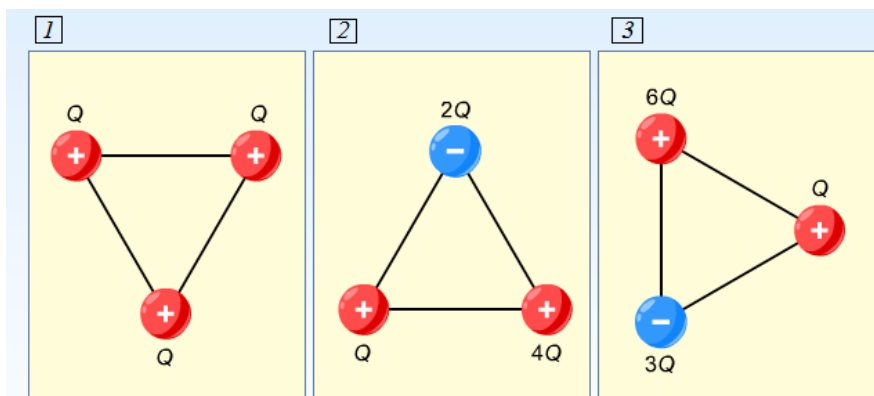


Пълната потенциална енергията на система от три заряда е:

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{23}}$$



Задача 7. На трите фигури са представени системи от заряди, поставени във върховете на еднакви равностранни триъгълници. Пресметнете потенциалната енергия и подредете системите, като започнете от тази, която е с най-малка потенциална енергия, към тази с най-голяма такава.



Част от фигурите са взимствани от сайта <http://start.e-edu.bg/>, на който можете да наблюдавате и пълните анимации на някои от физичните явления.