14. ВЛИЯНИЕ НА СИМЕТРИЯТА НА КРИСТАЛИТЕ ВЪРХУ МАТЕРИАЛНИТЕ ИМ КОНСТАНТИ

1. Принцип на Нойман

За симетрия на кристала се говори при тези свойства на кристалите, които зависят от направлението.

Връзката между симетрията на кристала и симетрията на физичното свойство се дава от принцина на Нойман:

Елементите на симетрия на всяко физично свойство на кристала трябва да включват елементите на симетрия на точковата група на кристала.

Физичното свойство обаче може да притежава и по-висока степен на симетрия от точковата група на кристала, т.е. да има собствена симетрия независимо от симетрията на кристала.

Например, всички свойства на кристалите, които се описват с тензори от II ранг са центросиметрични. Изменяме посоките на $\vec{p}_i$ и $\vec{q}_k$.Тогава се изменят знаците на p_i и q_k. Тензорът M_{ik} не се изменя.

$$p_i = M_{ik} q_k$$

Т.е. физичното свойство може да има определена собствена симетрия, която се проявява независимо от симетрията на кристала.

2. Влияние на симетрията на кристала върху свойствата му, описани със симетричен тензор от II ранг

Прилагане на принципа на Нойман към свойствата, описвани с тензор от II ранг.

Въвеждаме характеристична повърхнина на тензора, чиято симетрия съвпада със симетрията на даденото свойство на кристала. Отнесена към произволна координатна система тази повърхност има 6 независими компоненти.

От принципа на Нойман: характеристичната повърхнина на тензора трябва да притежава и симетрията на кристала (точковата група), следователно повърхността трябва да има фиксирана ориентация по отношение на кристалографските оси на кристала.

В общия случай, M_{ik} има 6 компоненти, но симетрията на кристала намалява броя им.

Връзка на симетрията на даденото свойство на кристала със симетрията на кристала за седемте (сингонии) системи:

Таблица 1

Система	**Характерни елементи на симетрия**	**Вид и ориентация на характеристичната повърхнина**	**Брой на независимите компоненти**	**Тензор, приведен към определени оси**
Кубична	Четири оси от трети порядък	Сфера	1	$\begin{pmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & M \end{pmatrix}$
Тетрагонална	Една ос от четвърти порядък	Ротационен елипсоид около главната ос на симетрия X_3	2	$\begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_1 & 0 \\ 0 & 0 & M_2 \end{pmatrix}$
Хексагонална	Една ос от шести порядък	Ротационен елипсоид около главната ос на симетрия X_3	2	
Тригонална	Една ос от трети порядък	Ротационен елипсоид около главната ос на симетрия X_3	2	
Ромбична	Три взаимно-перпендикулярни оси от втори порядък	Произволна повърхнина от втори порядък с оси успоредни на осите от втори порядък	3	$\begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix}$
Моноклинна	Една ос от втори порядък	Произволна повърхнина от втори порядък с една ос успоредна на оста от втори порядък	4	$\begin{pmatrix} M_{11} & 0 & M_{13} \\ 0 & M_{22} & 0 \\ M_{13} & 0 & M_{33} \end{pmatrix}$
Триклинна	Център на симетрия или без център на симетрия	Произволна повърхнина от втори порядък	6	$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{pmatrix}$

а) **кубична** – има 4 оси C_3.

Повърхност от II порядък на M_{ik} с такава симетрия е сферата.

Сферата има 1 брой независими компоненти, следователно свойствата, описани с M_{ik} са изотропни.

б) **тригонална, тетрагонална, хексагонална**

Повърхност от II порядък на M_{ik} с такава симетрия е ротационният елипсоид.

Той има 2 независими компоненти – дължина на голямата и малката полуос на ротационен елипсоид.

Кристалите от кубичната, тригоналната, тетрагоналната и хексагоналната системи са оптически едноосни – ***група на едноосните кристали.***

в) **ромбична**

Повърхност от II порядък на M_{ik} с такава симетрия е произволна повърхнина от втори порядък, която има 3 независими компоненти – три полуоси, успоредни на кристалографските оси на симетрия.

г) **моноклинна**

Повърхност от II порядък на M_{ik} с такава симетрия е произволна повърхнина от втори порядък, която има 4 независими компоненти – 3 полуоси (едната съвпада с оста от 2 порядък), определящи формата на елипсоида + 1 ъгъл, опредлящ ориентацията.

д) **триклинна**

Повърхност от II порядък на M_{ik} с такава симетрия е произволна повърхнина от втори порядък, която има 6 независими компоненти – кристалите нямат ос на симетрия и не налагат никакви ограничения на свойствата (характеристичната повърхност).

Кристалите от ромбичната, моноклинната и триклинната системи са оптически двуосни – ***група на двуосните кристали.***

3. Принцип на Кюри

Симетрията на дадено физично свойство трябва обезателно да съдържа симетрията на причината (полевата величина), която го поражда.

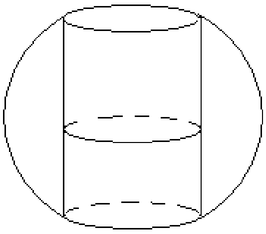
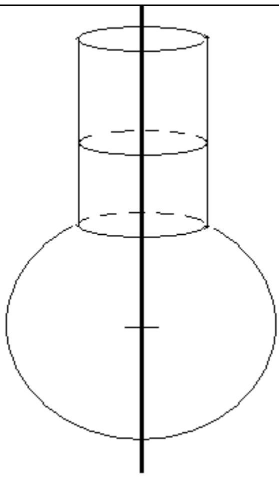
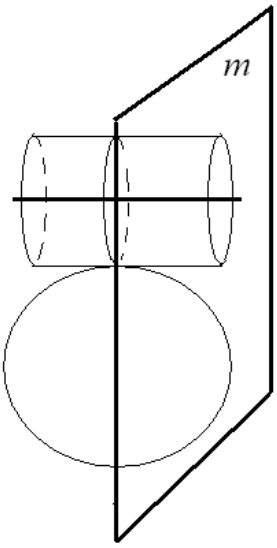
Ако на кристала се налага физично въздействие, притежаващо определена симетрия (полеви величини), то симетрията на кристала, намиращ се в полето на въздействие, се изменя и може да се определи с помощта на принципа на суперпозицията на симетрия (принцип на Кюри).

3.1. Принцип за суперпозиция на симетриите на геометрична фигура и физично свойство.

Групата на симетрия на два (или повече) обекта, разглеждани като цяло е обща висша подгрупа на симетрия за групите симетрии на тези обекти, определена с отчитането на взаимното разположение на техните елементи на симетрия.

За геометрични фигури: при свързване на 2 геометрични фигури с различна симетрия в една остават само общите елементи на симетрия с отчитане на взаимното разположение.

Пример: Суперпозиция на сфера и цилиндър.

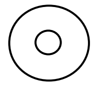
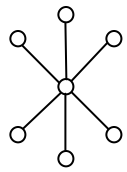
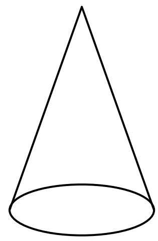
	Симетрия на цилиндъра, тъй като в сферата се съдържат всички елементи на симетрия на цилиндъра
	Обща ос на симетрия $n = \infty$ и равнини на симетрия m‖n
	m → Една равнина на симетрия

3.2. Пределни групи на симетрия

Ако на кристал се оказва физично въздействие, то симетрията на кристала в полето на въздействието се изменя – той ще притежава общите елементи на симетрия за кристал без въздействие и за поле на въздействие (принцип на Кюри).

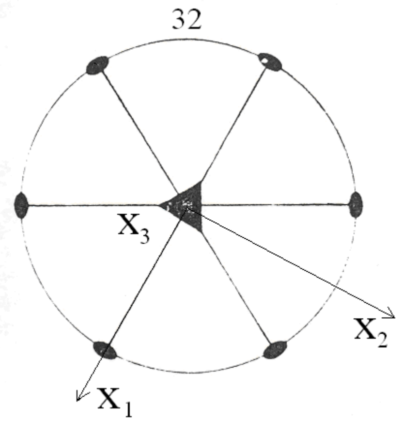
Полето на въздействие има симетрия, описана чрез пределните групи на симетрия.
Пределните групи на симетрия съдържат оси от безкраен порядък.

В кристала се наблюдава поляризация, ако при наслагване на симетрията на въздействие върху симетрията на кристала (от принципа на Кюри) се получава остатъчна симетрия на един от $10^{\text{-те}}$ полярни класове.

Ефект	Формула	Симетрия на въздействие	Симетрия на кристала	Забележка
Пироелектричен	$\Delta P_i = p_i.\Delta T$	$\infty\,\infty\,m$  ∞/∞ ΔT Оси на симетрия във всички направления	10 полярни класа	Кристалът осигурява дисиметрията за съществуването на вектор $\Delta\vec{P}_i$
Пиезоелектричен	$P_i = d_{ijk}.T_{jk}$	mmm  T_{ik} Биполярна ос	21 нецентро-симетрични класа	Дисиметрията на кристала трябва да унищожи центъра на симетрия на въздействието.
Поляризация	$P_i = \chi_{ij}.E_j$	$\infty\, m$  Полярна ос	32 точкови групи	Полярната симетрия се осъществява от въздействието.

Пример: Симетрията на полевите величини, въздействащи на α - кварца върху симетрията на пиезоелектричния ефект

α-кварц – група 32



X_1 – електрична ос
X_2 – механична ос
X_3 – оптична ос

Таблица 2

Таблица на материалните константи за α –кварц

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	E_1	E_2	E_3
S_1	e_{11}	e_{12}	e_{13}	e_{14}	0	0	d_{11}	0	0
S_2	e_{12}	e_{11}	e_{13}	$- e_{14}$	0	0	$- d_{11}$	0	0
S_3	e_{13}	e_{13}	e_{33}	0	0	0	0	0	0
S_4	e_{14}	$- e_{14}$	0	e_{44}	0	0	d_{14}	0	0
S_5	0	0	0	0	e_{44}	$2\, e_{14}$	0	$- d_{14}$	0
S_6	0	0	0	0	$2\, e_{14}$	$2(e_{11}- e_{12})$	0	$-2\, d_{11}$	0
P_1	d_{11}	$- d_{11}$	0	d_{14}	0	0	$\varepsilon_0 \cdot \chi_1$	0	0
P_2	0	0	0	0	$- d_{14}$	$-2\, d_{11}$	0	$\varepsilon_0 \cdot \chi_2$	0
P_3	0	0	0	0	0	0	0	0	$\varepsilon_0 \cdot \chi_3$