

ЛИНЕЙНА ДИФРАКЦИОННА РЕШЕТКА

Лектор: проф. д-р Т. Йовчева



1. Линејна дифракционна решетка

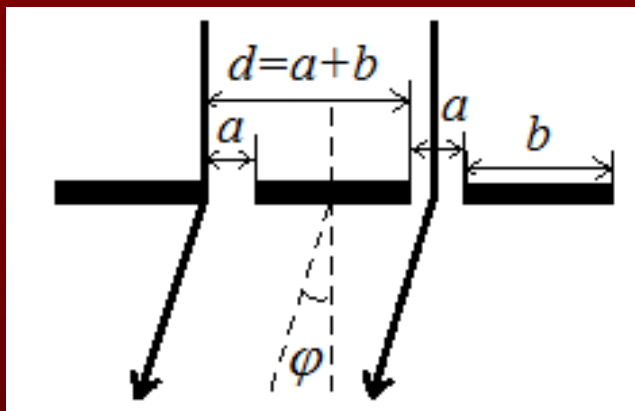
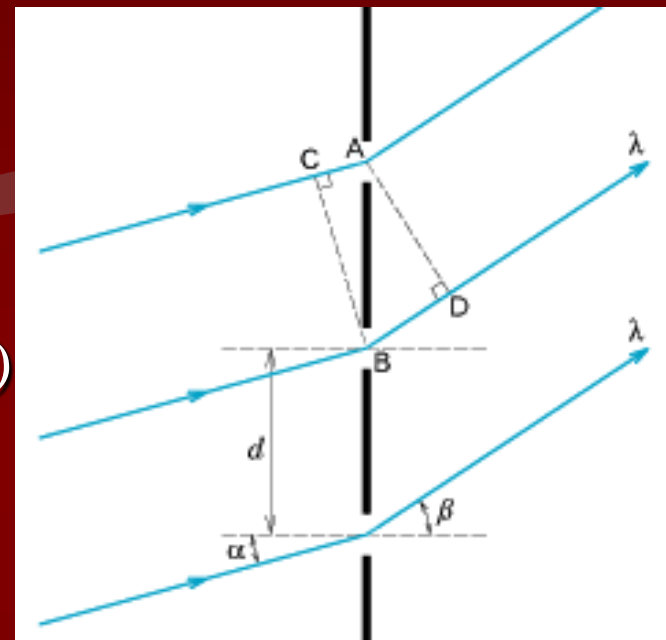
Съвкупност от голям брой еднакви процепа, отстоящи един от друг на еднакво разстояние.

a - ширина на процепа

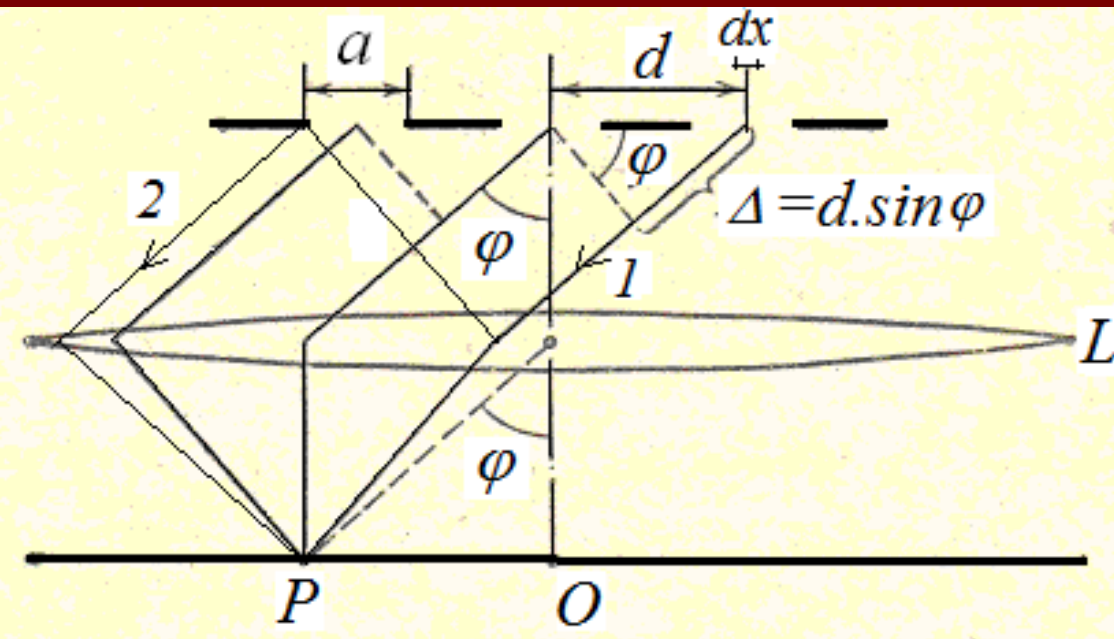
b – ширина на преградата

$d = a + b$ - период (константа на решетката)

Нормално падане: $i=0$



Успоредно на дифракционната решетка поставяме събирателна леща L , във фокалната равнина на която има екран. Разглеждаме нормално падане на плоска монохроматична вълна.



Всеки от процепите ще даде дифракционна картина на екрана. Картините от всички процепи ще са разположени на едно и също място на екрана.

Независимо от положението на процепа, централният му максимум лежи срещу центъра на лещата т.О.

Ако трептенията, достигащи до т. Р от различните процепи са некохерентни, то резултатната дифракционна картина (ДК) от N процепа ще се отличава от ДК от един процеп, само по интензитетът, който ще нарастне N пъти, т.е.

$$I = N \cdot I_{\varphi}$$

I_{φ} - интензитетът, създаден от един процеп

Но! Трептенията от различните процепи са кохерентни \Rightarrow те ще интерферират. Резултантното трептене в т. Р, положението на която точка се определя от ъгъл φ , ще се получи от сума на N трептения с еднаква амплитуда A_{φ} , отместени едно спрямо друго по фаза на една и съща величина δ :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta$$

2. Разпределение на интензитета на светлината

$$I(P) = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \left(N \cdot \frac{\pi}{\lambda} d \cdot \sin \varphi \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} d \cdot \sin \varphi \right)} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} a \cdot \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} a \cdot \sin \varphi \right)^2}$$

Въвеждаме означенията:

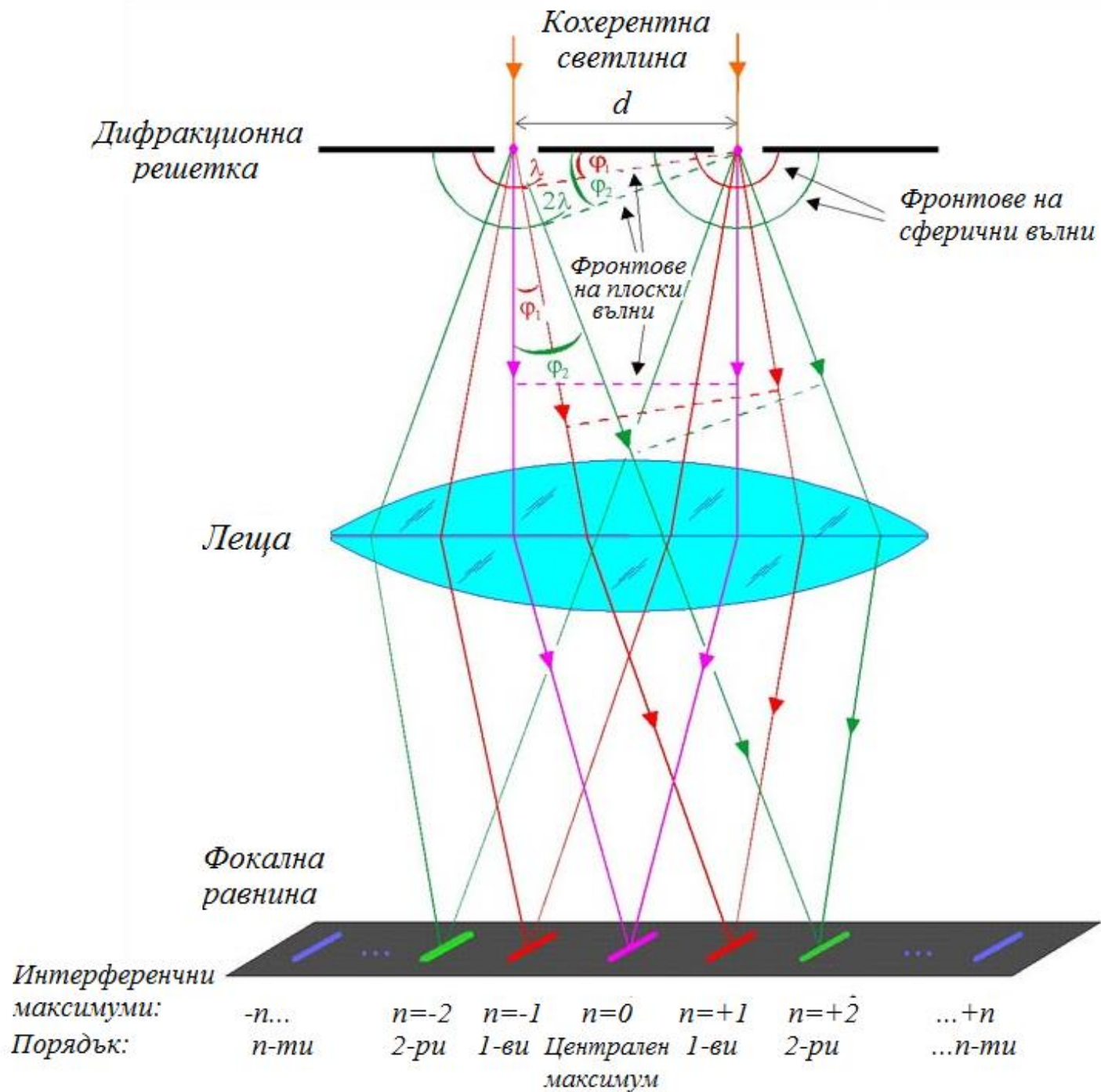
$$\frac{\pi}{\lambda} a \cdot \sin \varphi = u$$

$$\frac{\pi}{\lambda} d \cdot \sin \varphi = v$$

Тогава :

$$(1) \quad I(P) = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2$$

Ход на
кохерентна
светлината
през
дифракционна
решетка
на
пропускане



Анализ:

$$I(P) = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2$$

A/

$$I_1 = \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$$

Характеризира разпределението,
предизвикано от дифракция от един процеп.

B/

$$I_2 = \left(\frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2$$

Характеризира многолъчевата интерференция на
лъчите, излизащи от всички процепа

а) изследване на

$$I_1 = \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$$

- дифракционен множител

1) Централен максимум

$$\varphi = 0$$

$$\Rightarrow u = 0$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin u}{u} = 1$$

2) Минимуми

В тези точки

$$\frac{\sin u}{u} = 0$$

, т.е. интензитетът, създаден от

всеки процес поотделно е 0: $I = 0$

Това е при:

$$\sin u = 0 \Rightarrow u = k\pi, \text{ но } u \neq 0$$

$$\frac{\pi}{\lambda} a \cdot \sin \varphi = k\pi$$

$$\sin \varphi = k \frac{\lambda}{a}, \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

б) изследване на $I_2 = \left(\frac{\sin N \nu}{\sin \nu} \right)^2$ - интерференчен множител
(при многолъчева интерференция)

1) Главни максимуми: При $\nu = m\pi$, $m = 0, 1, 2, \dots$

$$\frac{\pi}{\lambda} d \sin \varphi = m\pi \Rightarrow .$$

$$\sin \varphi = m \frac{\lambda}{d}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Тези максимуми се наричат главни максимуми,
а m – порядък на главния максимум.

Има един нулев и по два максимума от 1-ви, 2-ри ... порядък.

$$I_2 = \left(\frac{\sin N\nu}{\sin \nu} \right)^2$$

2) Минимумы

$$I = 0$$

$$\sin N\nu = 0, \quad N\nu = m' \pi$$

$$N \frac{\pi}{\lambda} d \sin \varphi = m' \pi$$

$$\sin \varphi = \frac{m' \lambda}{N d} \quad (4)$$

$$m' = 1, 2, \dots, (N-1), (N+1), \dots, (2N-1)$$

$$\sin \varphi = \left(m + \frac{k}{N} \right) \cdot \frac{\lambda}{d}, \quad k = 1, 2, \dots, (N-1)$$

$$\sin \varphi = \frac{1 \lambda}{4 d}; \frac{2 \lambda}{4 d}; \frac{3 \lambda}{4 d}; \dots; \frac{\lambda}{d} \frac{5 \lambda}{4 d}; \frac{6 \lambda}{4 d}; \frac{7 \lambda}{4 d}; \dots; 2 \frac{1 \lambda}{4 d}; 2 \frac{2 \lambda}{4 d}$$

N=6

Извод: Между всеки два главни тах се намират (N-1) min и (N-2) вторични тах.

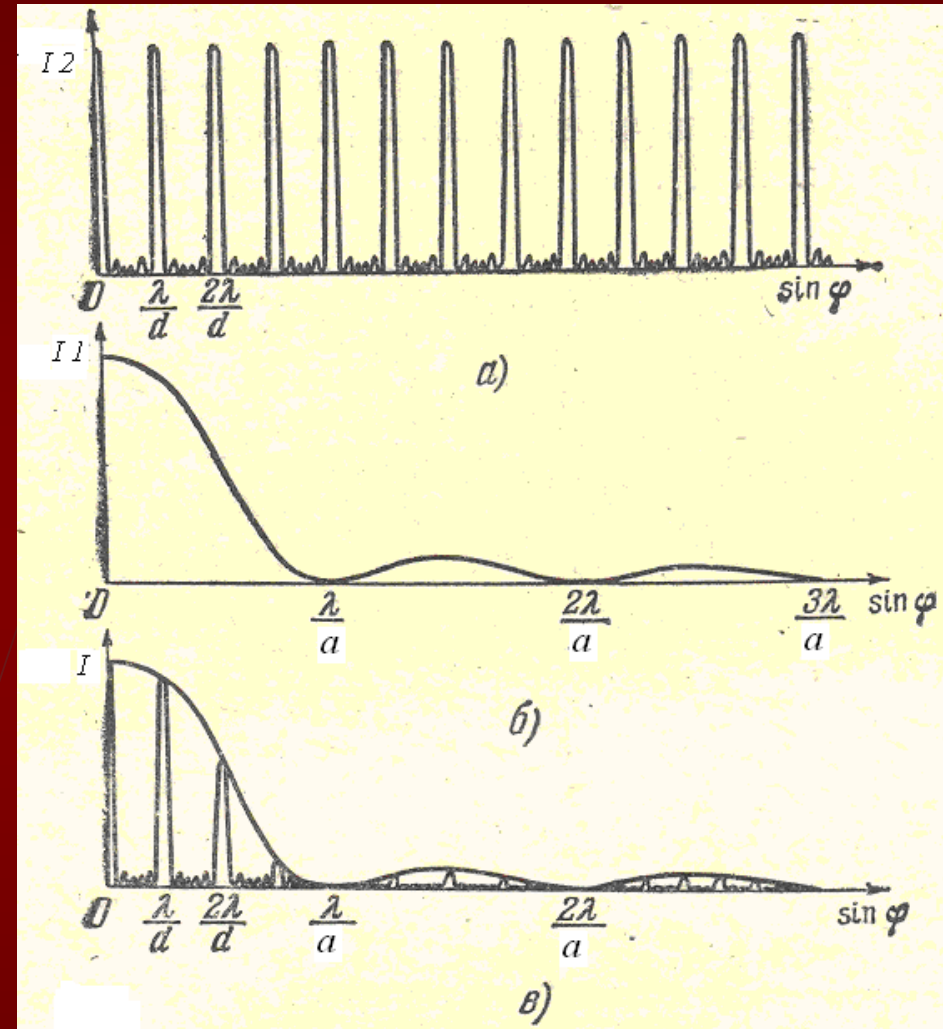
Резултантната картина се получава от наслагването на двете картини: интерференция от много лъчи и дифракция от всеки процеп.

Тези интерференчни тах, за които се изпълнява едновременно и условието за min на дифракционната картина изчезват, т.е. главните тах

изчезват ако:

$$m \frac{\lambda}{d} = k \frac{\lambda}{a} \rightarrow m = \frac{d}{a} k$$

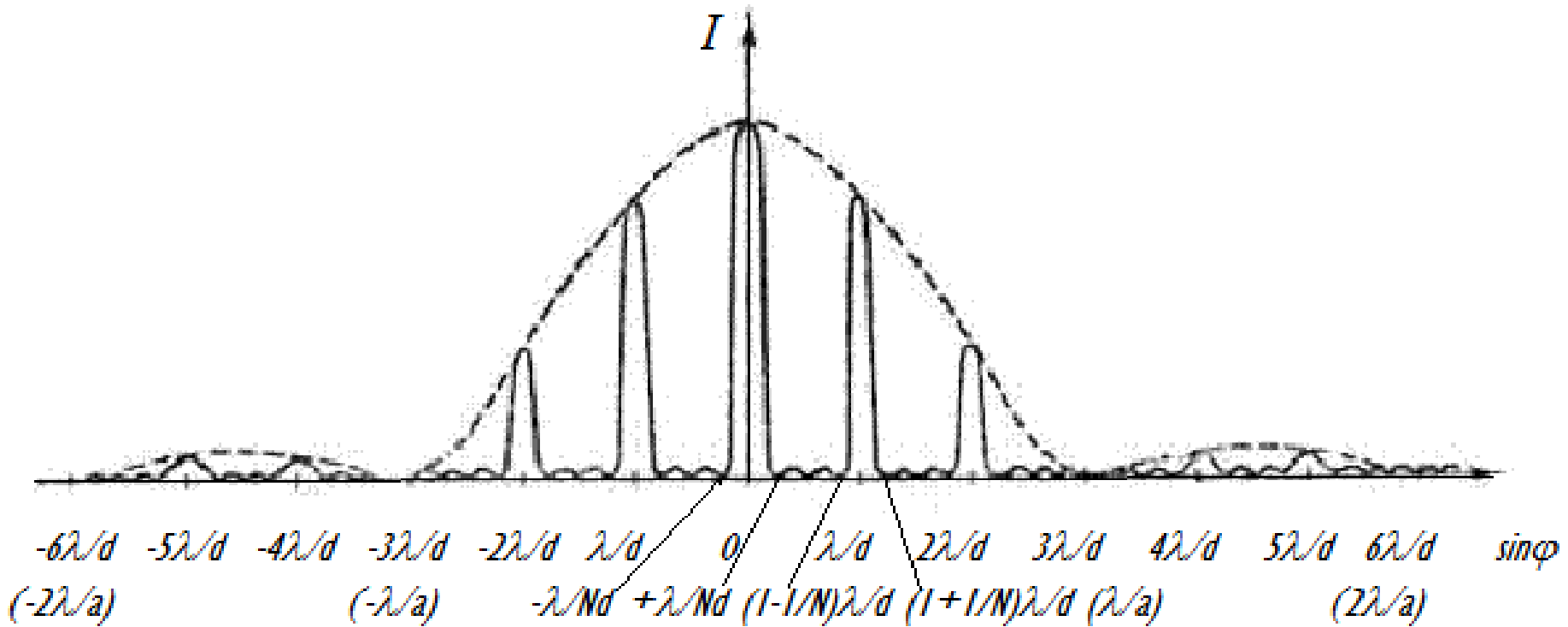
Означаваме $\frac{d}{a} = m_0 \Rightarrow$ Всеки m_0 главен максимум ще изчезне \Rightarrow наблюдават се 0-лев, 1-ви, 2-ри главни тах.



$$\frac{d}{a} = m_0$$

Пример:

$$d = 3a, N=4$$



$$d = 3a \Rightarrow \frac{m\lambda}{3a} = \frac{k\lambda}{a} \Rightarrow m = 3k \Rightarrow \text{всеки трети главен максимум ще изчезва.}$$

Наблюдава се картина само от централния дифракционен максимум, т.к. интензитетът на първия дифракционен максимум е $4,7\%I_0 \Rightarrow$ за дифракционен минимум се разглежда $k = \pm 1 \Rightarrow$

$$m \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow m = \frac{d}{a} = m_0$$

Толкова главни максимума m_0 се наблюдава в централния дифракционен максимум.

Наблюдавана картина при $N = 4$, $d/a = 3 = m_0$

Основни характеристики на всеки спектрален прибор са дисперсията и разделителната способност.

3 Дисперсията определя ъгловото или линейното разстояние между две спектрални линии, отличаващи се по дължината на вълната с единица (например 1\AA).

4. Разделителната способност определя минималната разлика в дължините на вълните $\Delta\lambda$, при която две линии в спектъра се възприемат разделено.

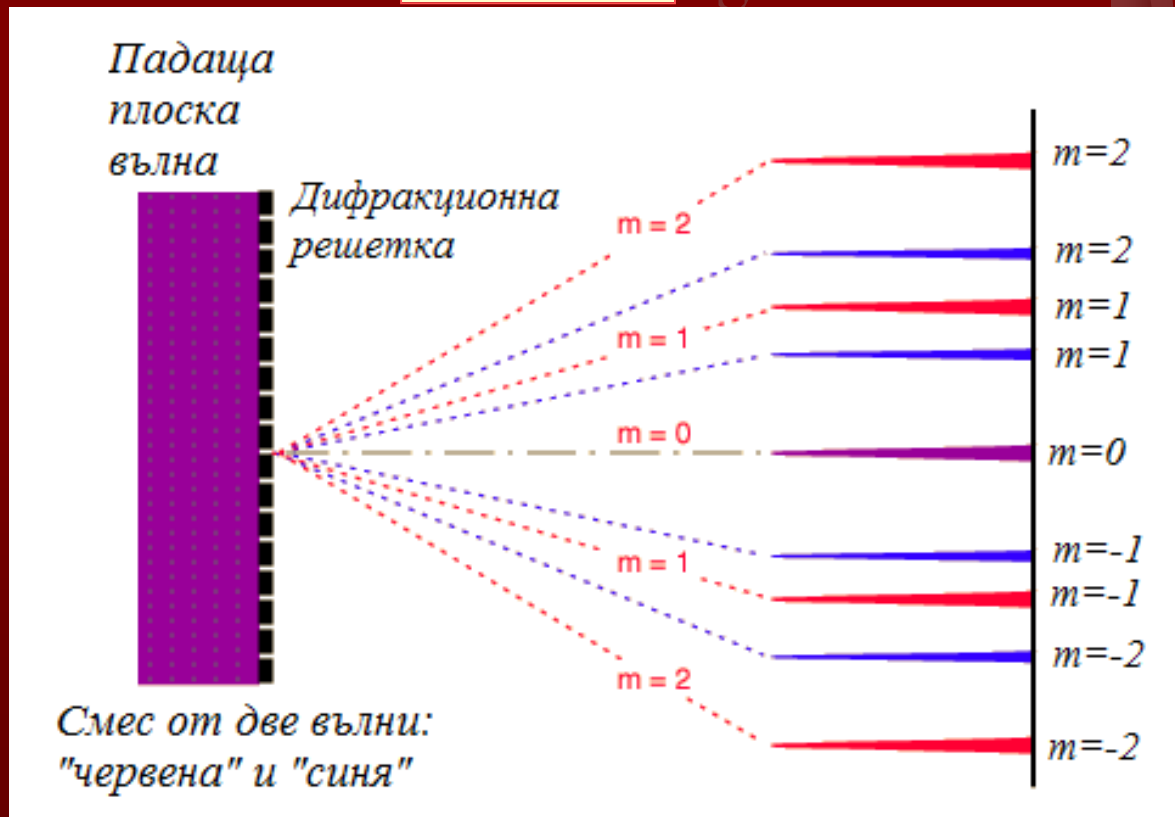
3. Дисперсия на дифракционната решетка

3.1 Ъглова дисперсия на дифракционна решетка

Ъгловото разстояние между две спектрални линии, различаващи се по дължина на вълната с $\Delta\lambda$ ($\sim 1\text{\AA}$)

(5)

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda}$$



3.2 Линејна дисперсия на дифракционна решетка

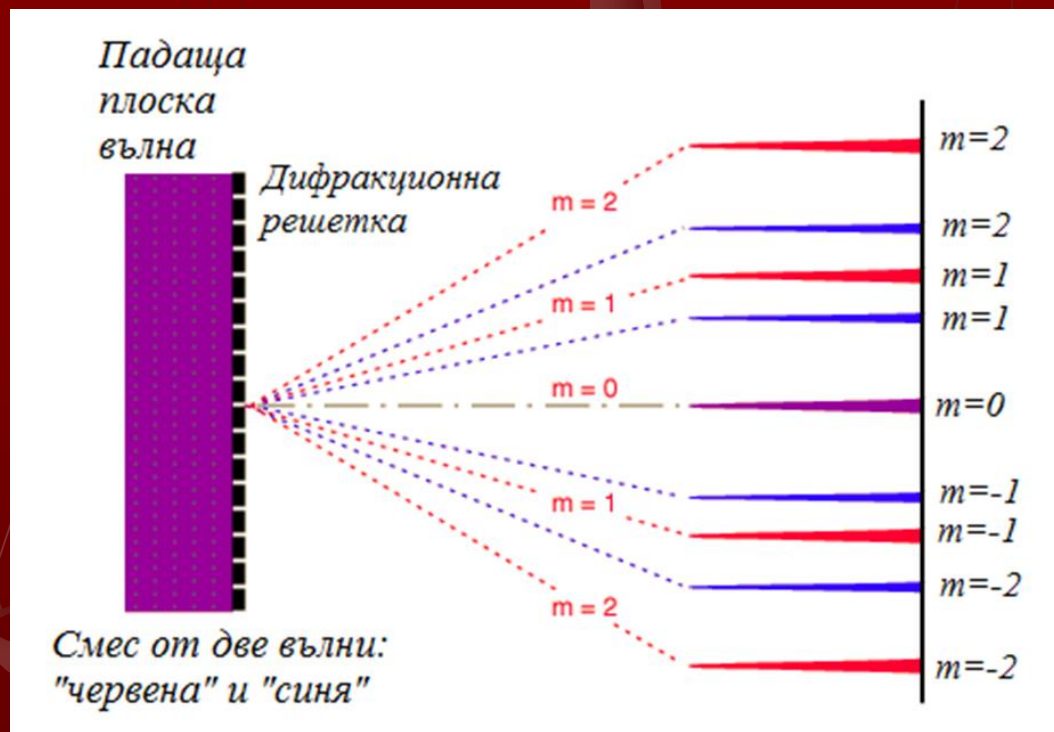
$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}$$

Линејното растојание dl във фокалната равнина на лещата (на екрана), между две спектрални линии, отличаващи се по дължина на вълните $d\lambda$. При малки ъгли φ :

$$dl = f \cdot d\varphi$$

f – фокусното растојание на лещата

$$D_l = f \frac{d\varphi}{d\lambda} = f \cdot D_\varphi$$

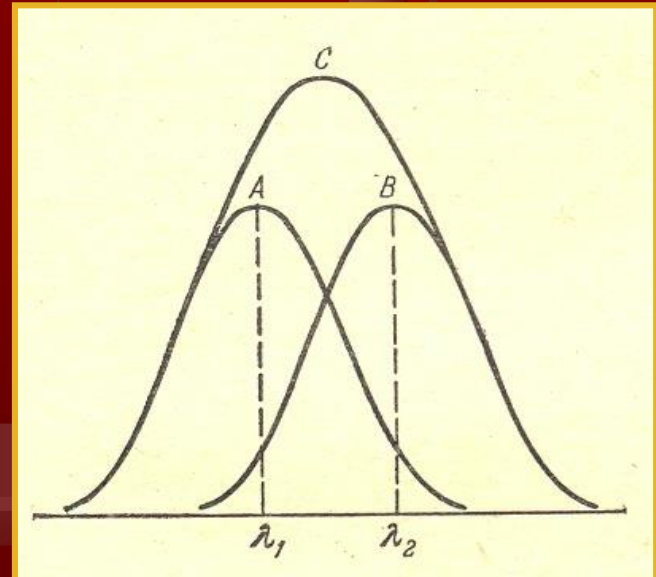
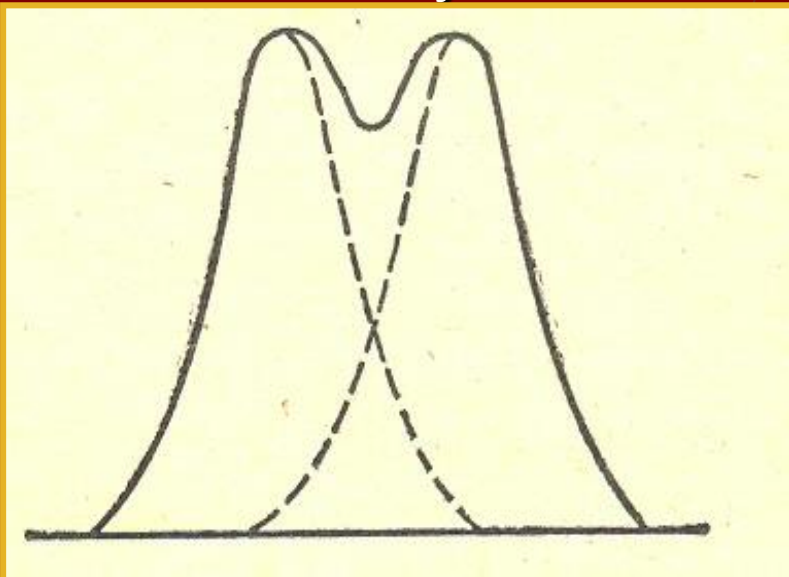


4. Разделителна способност

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \text{ - безразмерна величина,}$$

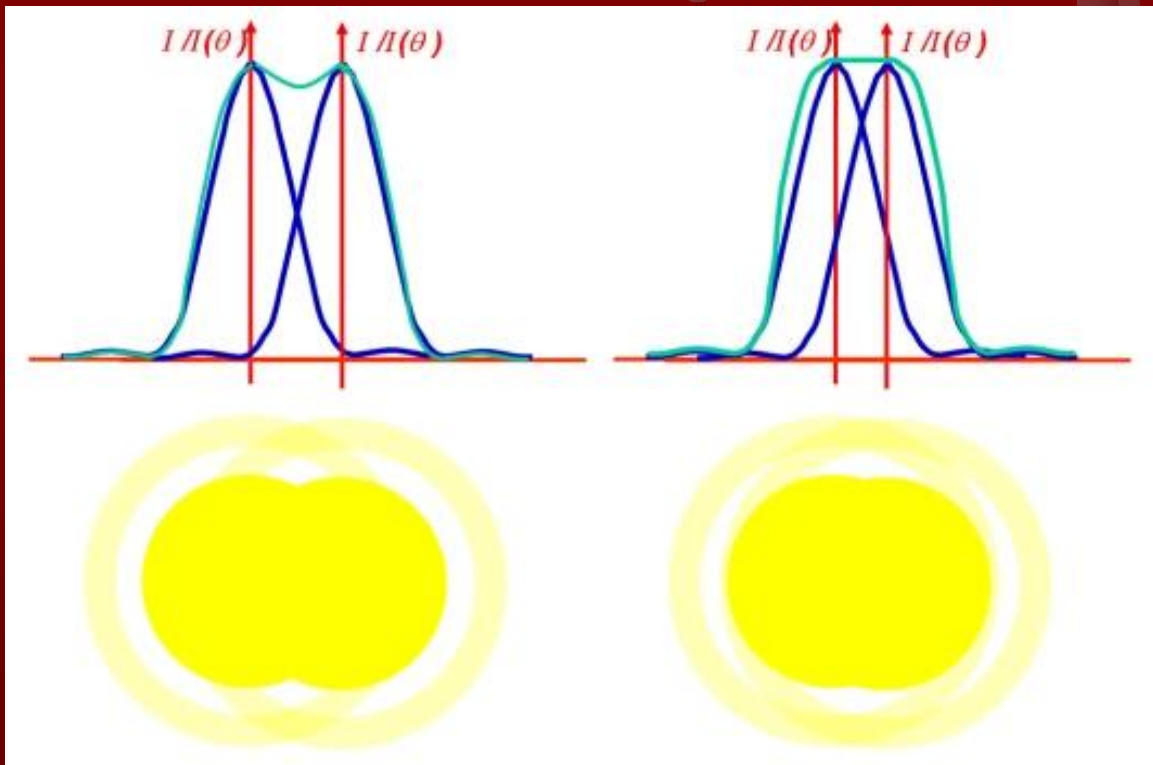
$\Delta\lambda$ - минималната разлика между две спектрални линии, които се възприемат разделени.

Възможностите за разделяне на две близки спектрални линии зависи не само от разстоянието между тях (което се определя от дисперсията на прибора), но и от ширината на спектралния максимум.



Два близки максимума се възприемат от окото разделени, ако интензитетът в промеждутъка (min) между тях е не повече от 80% от интензитета на максимума, т.е. $I_{\min} \leq 0.8I_0$.

Според **критерия на Релей**, такова съотношение на интензитетите се получава, ако максимума на едната линия съвпада с минимума на другата.



$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$

Следователно, разделителната способност на ДР (R) е пропорционална на порядъка на главния максимум (m) и на броя на процепите (N), т.е. увеличавайки (N), можем да използваме по-малък порядък.