КИНЕТИЧНИ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИЦИ

Кинетичните явения или явленията на преноса са свързани с движение на свободни носители на заряд под действието на външно въздействие - електрично поле, магнитно поле или прилагане на температурна разлика. Такива явления са:

- електропроводимост,
- термоелектрични,
- галваномагнитни,
- термомагнитни.

1. Общи понятия за електропроводимостта на полупроводниците

При наличие на един тип свободни носители на заряд (електрони), специфичната електропроводимост се дефинира така:

$$\sigma_n = en\mu_n , \tag{1}$$

където e е заряда на електрона, n е концентрацията на свободните електрони, μ_n е дрейфовата подвижност на електроните.

Дрейфовата подвижност числено е равна на средната скорост на насоченото движение на електроните, която те получават в електрично поле с единица интензитет:

$$\mu_n = \frac{v_{cp}}{E} . \tag{2}$$

Ако носителите са дупки, то аналогично се определят специфичната електропроводимост σ_p и дрейфовата подвижност μ_p:

$$\sigma_p = ep\mu_p , \qquad \mu_p = \frac{v_{cp}}{E} .$$

Дрейфовата подвижност е свързана с времето на релаксация τ . То се определя като време, необходимо за възстановяване на равновесното състояние на електрона, нарушено от приложеното външно електрично поле, след изключването на полето.

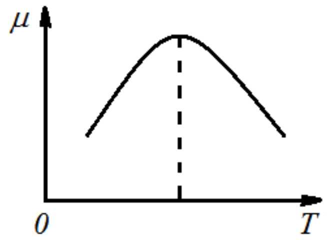
$$\mu_n = \frac{e}{m_n^*}\tau .$$

Времето на релаксация и следователно дрейфовата подвижност на електроните и дупките на проводимост зависят от различните процеси на разсейването им. Възможни са процеси на разсейване на свободни носители на заряд от:

- йони и неутрални атомни примеси,
- точкови дефекти на структурата,
- дислокации,
- граници, разделящи различни структури в кристала,
- равнини на разцепване,

- граници на зърна,
- електрони и дупки,
- топлинни трептения на кристалната решетка – фонони.

Тъй като тези процеси на разсейване зависят от температурата, то и дрейфовата подвижност зависи от температурата, както е показано на фиг. 1.



Фигура 1. Температурна зависимост на подвижността на носителите на заряд в полупроводниците.

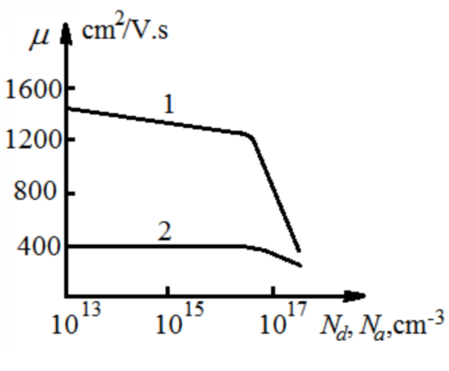
- При ниски температури, обикновенно по-ниски от стайната, преобладава разсейване на носителите на заряд от йонни примеси и подвижността е пропорционална на $T^{3/2}$:

$$\mu_n = aT^{3/2}.$$

- При по-високи температури, където основно е работният диапазон на полупроводниковите материали, преобладава разсейване на носителите на заряд от фонони и подвижността е пропорционална на $T^{-3/2}$:

$$\mu_n = aT^{-3/2}.$$

Дрейфовата подвижност зависи и от концентрацията на примесите – при увеличаването им подвижността намалява, както е показано на фиг. 2.



Фигура 2. Зависимости на:

1 - подвижността на електроните μ_n от концентрацията на донорите N_d,

2 - подвижността на дупките μ_p от концентрацията на акцепторите N_a.

В областта на собствена проводимост равновесните концентрации на електроните и дупките са равни и специфичната електропроводимост се определя така:

$$\sigma = en\mu_n + ep\mu_p = e(\mu_n + \mu_p)\sqrt{N_c N_v}\exp\left(-\frac{\Delta E_0}{2kT}\right) \qquad (3)$$

Изразът пред експонентата в ур.3 може да се смята за практически постоянна величина в много широк температурен диапазон и го означаваме с А. Тогава след логаритмуване на ур. 3 се получава:

$$\lg\sigma = A - \frac{0{,}43\Delta E_0}{2k10^3}\frac{10^3}{T}. \qquad (4)$$

Следователно в областта на собствената проводимост функцията $\lg\sigma = f(1/T)$ е линейна и се изобразява с права линия, чийто наклон се определя от ъгъл α. От тук може да се определи ширината на забранената зона ΔE_0:

$$tg\alpha = \frac{0{,}43\Delta E_0}{2k10^3}, \qquad \Delta E_0 = 0{,}4tg\alpha, \mathrm{eV}.$$

На фигури 3 и 4 в областта на собствената проводимост е означен наклонът на правата с ъгъл α.

В n-тип полупроводник специфичната електропроводимост се определя така до областта на изтощаване на примесите:

$$\sigma_n = e\mu_n\sqrt{\frac{N_c N_d}{2}}\exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right). \qquad (5)$$

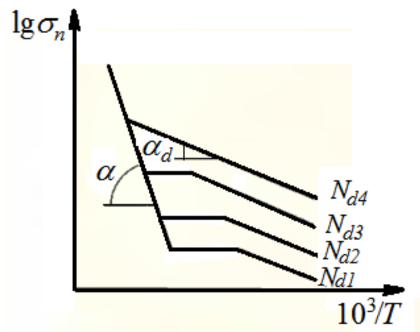
След логаритмуване на ур. 5 и елементарни пресмятания се получава:

$$\lg\sigma_n = B - \frac{0{,}43\Delta E_d}{2k10^3}\frac{10^3}{T}. \qquad (6)$$

От ур. 6 може да се определи енергията на йонизация на донорите ΔE_d така:

$$tg\alpha_d = \frac{0{,}43\Delta E_d}{2k10^3}, \qquad \Delta E_d = 0{,}4tg\alpha_d, \mathrm{eV},$$

където α_d е наклонът на кривата $\lg\sigma_n = f(1/T)$ в примесната област. На фиг. 3 е показана тази крива за n-тип полупроводник с различна концентрация на донорите N_d, като концентрацията нараства с нарастване на индекса.



Фигура 3. Зависимости $\lg\sigma_n = f(1/T)$.

В p-тип полупроводник специфичната електропроводимост се определя така до областта на изтощаване на примесите:

$$\sigma_p = e\mu_p \sqrt{\frac{N_v N_a}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta E_a}{2kT}\right). \qquad (7)$$

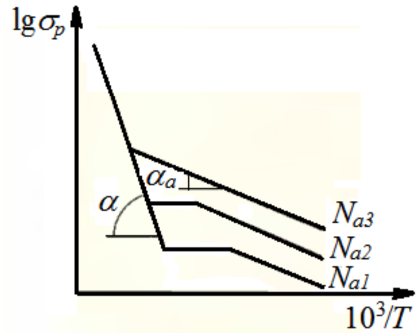
След логаритмуване на ур. 7 и елементарни пресмятания се получава:

$$\lg \sigma_p = C - \frac{0{,}43\Delta E_a}{2k10^3}\frac{10^3}{T} \qquad (8)$$

От ур. 8 може да се определи енергията на йонизация на акцепторите ΔE_a така:

$$tg\alpha_a = \frac{0{,}43\Delta E_a}{2k10^3}, \qquad \Delta E_a = 0{,}4tg\alpha_a, \mathrm{eV},$$

където α_a е наклонът на кривата $\lg\sigma_p = f(1/T)$ в примесната област. На фиг. 4 е показана тази крива за p-тип полупроводник с различна концентрация на донорите N_a, като концентрацията нараства с нарастване на индекса.



Фигура 4. Зависимости $\lg\sigma_p = f(1/T)$.

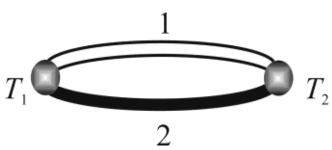
Освен електропроводимост във валентната зона и в зоната на проводимост, може да се наблюдава електропроводимост по примесните нива или локализираните състояния. Те могат да създават в забранената зона на полупроводника примесни зони, като електропроводимостта в тези примесни зони зависи от температурата на образеца и честотата на електричното поле.

2. Термоелектрични явления

Процесите на топлопроводимост и електропроводимост могат да протичат едновременно във всяко тяло и да си взаимодействат помежду си. В резултат на това възникват т. нар. ***термоелектрични явления***. Към тях се отнасят следните три ефекта.

- **Ефект на Зеебек**

Немският физик Томас Зеебек е открил през 1821г., че в затворена верига, състояща се от последователно свързани разнородни проводящи твърди тела, чиито контакти са поставени при различни температури, възниква термоелектродвижещо напрежение (ТЕДН) - $\mathcal{E}$ и протича електричен ток.



Разглежда се затворена верига, съставена от две разнородни проводящи твърди тела 1 и 2 с температури на спойките T_1 и T_2 $(T_1 > T_2)$.

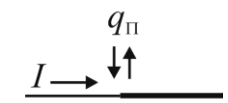
Диференциалното ТЕДН α се определя от формулата:

$$\alpha = \frac{d\mathcal{E}}{dT}, \tag{9}$$

където dT е разликата в температурите на спойките, $d\mathcal{E}$ е ТЕДН, съответстваща на dT.

- **Ефект на Пелтие**

Френският физик Жан Пелтие е открил през 1834г. ефект, който е обратен на ефекта на Зеебек.



Този ефект се състои в следното: при протичане на електричен ток през контакта на две проводящи твърди тела, в зависимост от посоката на тока освен Джаулова топлина се отделя или поглъща допълнителна топлина, наречена ***топлина на Пелтие*** $q_П$. Тази топлина е пропорционална на големината на тока и времето за което протича:

$$q_П = \Pi I t, \tag{10}$$

където Π е коефициентът или константата на Пелтие.

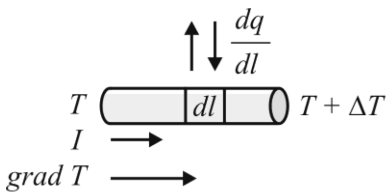
Отделянето или поглъщането на количеството топлина $q_П$ зависи от посоката на тока *I*. Има два възможни случая:

1) $q_П > 0$, ако се отделя топлина в контакта;

2) $q_П < 0$, ако се поглъща топлина в контакта.

- **Ефект на Томсън**

Известният английски физик Уилям Томсън, известен като Лорд Келвин, открива през 1856г. следния ефект: при протичане на електричен ток по еднородно проводящо твърдо тяло, в което е създаден постоянен температурен градиент $gradT$, се поглъща или отделя топлина:

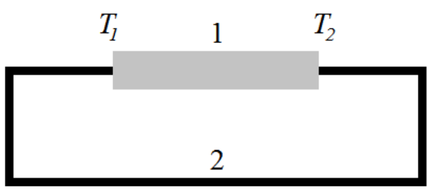


$$\frac{dq}{dl} = \tau I\, gradT, \tag{11}$$

където $\frac{dq}{dl}$ е количеството топлина отделено или погълнато от единица дължина на проводника; τ е коефициентът на Томсън.

Ефектите на Зеебект и Пелтие обикновенно се наблюдават в металите. Те обаче се наблюдават и в полупроводниците, като при някои от тях са значително по-силни. Тези ефекти имат значително практическо приложение – полупроводниковите термодвойки с голяма ТЕДС могат да се използват като източници на електрозахранване, а ефекта на Пелтие – в хладилни установки. Към ефекта на Томсън има главно теоретичен интерес.

По-подробно ще разгледаме ефекта на Пелтие в полупроводниците.



Нека разгледаме контакт на две проводящи твърди тела: 1 – полупроводник и 2 – метал. Полупроводникът 1 с двата си края чрез спойки контактува с метал 2, като двата контакта са при две различни температури - T_1 и T_2.

В неизроден примесен полупроводник концентрацията на електроните и дупките в двата края на полупроводника зависят експоненциално от температурата:

$$n_{01} = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT_1}\right), \qquad p_{01} = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT_1}\right);$$

$$n_{02} = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT_2}\right), \qquad p_{02} = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT_2}\right).$$

Т.к. разликата в температурата не е голяма, предполагаме, че нивото на Ферми е постоянно.

Нека $T_1 < T_2$. Тогава от горните уравнения следва, че:

$$n_{01} << n_{02}; \; p_{01} << p_{02}.$$

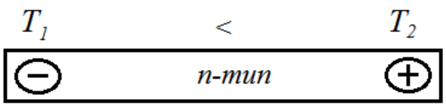
Следователно при $T_1 < T_2$ се наблюдава:

- дифузия на основните носители от по-топлия към по-студения край на полупроводника, вследствие на концентрационната им разлика; натрупва се обемен заряд в краищата на полупроводника,
- дрейф на основните носители в обратна посока, вследствие на натрупания обемен заряд.

При настъпване на термодинамично равновесие дифузионният и дрейфовият ток се уравновесяват и общиат ток е нула.

Дифузия и дрейф се наблюдават само за основните носители, т.к. тяхната концентрация е много по-голяма от тази за неосновните носители. Следователно:

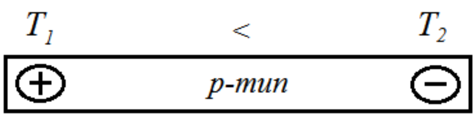
- В n-тип полупроводник в студената спойка се наблюдава натрупване на отрицателен обемен заряд и полярността на ТЕДН е отрицателна.



Диференциалното ТЕДН се определя по формулата:

$$\alpha_n = -\frac{k}{e}\left(r + 2 + \ln\frac{N_c}{n_0}\right).$$

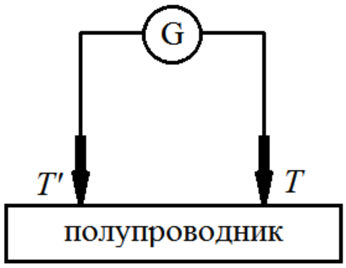
- В p-тип полупроводник е обратно - в студената спойка се наблюдава положителен обемен заряд и полярността на ТЕДН е положителна.



Диференциалното ТЕДН се определя по формулата:

$$\alpha_p = \frac{k}{e}\left(r + 2 + \ln\frac{N_v}{p_0}\right).$$

На тези резултати е основан методът на термозоната за определяне на типа на полупроводника, показан на фиг. 5. Единият от контактите, едната сонда, се нагрява до определена температура T, а другият – остава при стайна температура T', както и самият полупроводник. Посоката на тока вследствие на възникналото ТЕДН се определя от галванометъра G. Ако нагрятата сонда се окаже положителният електрод, то полупроводникът е n-тип. Ако нагрятата сонда се окаже отрицателният електрод, то полупроводникът е p-тип.

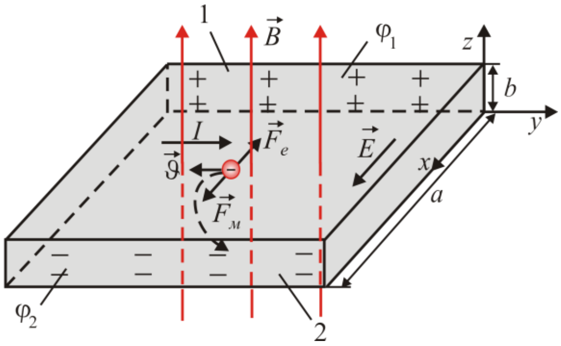


Фигура 5. Термосонда.

3. Ефект на Хол

Ефектът на Хол е галваномагнитно явление. Галваномагнитни се наричат явленията, които възникват при едновременно въздействие на електрично и магнитно поле.

Ефектът на Хол е показан на фиг.5. Ако полупроводник по който тече ток I е поставен в магнитно поле, чиято магнитна индукция $\vec{B}$ е перпендикулярна на плътността на тока $\vec{j}$ $\left(\vec{B} \perp \vec{j}\right)$, то възниква потенциална разлика $(\varphi_1 - \varphi_2)$, в направление, перпендикулярно на равнината, определена от векторите $\vec{B}$ и $\vec{j}$.



Фигура 5. Ефект на Хол.

Полупроводник, с форма на паралелепипед, по който тече ток I, насочен по ос y е поставен в еднородно магнитно поле $\vec{B}$, насочено по ос z. На токовите носители в проводника, поставени в магнитно поле, перпендикулярно на тяхното движение, ще действа сила на Лоренц:

$$\vec{F}_м = q\left(\vec{\vartheta} \times \vec{B}\right).$$

Под действие на магнитното поле електроните ще се отделят от задната стена и ще се натрупват на предната стена на проводника. Некомпенсираните електрични заряди, натрупани на стените 1 и 2, ще създават в образеца електрично поле $\vec{E}$ по направление на ос *x*, което ще действа на електроните с кулонова сила $\vec{F}_e = -q\vec{E}$. Така на електроните по ос *x* ще действат едновременно две обратно насочени сили: кулонова електрична сила и лоренцовата магнитна сила. Натрупването на електрони на предната стена ще се прекрати когато настъпи равновесие, т.е. когато големините на двете сили се изравнят $(F_e = F_м)$.

След елементарни пресмятания се получава потенциалната разлика U_x, която се нарича ***холова потенциална разлика:***

$$U_x = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{en}\frac{IB}{b}.$$

Когато скоростта на токовите носители не е постоянна величина $(\vartheta \neq const)$ и има разпределение на скоростта ϑ, то изразът е:

$$U_x = \frac{A}{en}\frac{IB}{b}. \tag{12}$$

Величината *A* се нарича хол-фактор. При разсейване на електроните от акустични фонони: $A = 3\pi/8 = 1{,}18$, а при разсейване от йонни примеси $A = 315\pi/512 = 1{,}93$.

Константата на Хол се нарича изразът:

$$R_x = A/en. \tag{13}$$

Следователно константата на Хол зависи само от заряда и концентрацията на токовите носители. Знакът на константата се определя от посоката на създаденото електрично поле и от него може да се определи вида на токовите носители. Ако константата е отрицателна $(R_x < 0)$, то $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ и проводимостта се дължи на електрони; ако е положителна $(R_x > 0)$, то $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ и проводимостта се дължи на дупки.

Отчитайки, че зарядът на електрона е отрицателен, а на дупката положителен, от формула 12 за n-тип полупроводник се получава:

$$U_{xn} = -\frac{A}{en}\frac{IB}{b} = R_{xn}\frac{IB}{b},$$

а за p-тип полупроводник:

$$U_{xp} = \frac{A}{ep}\frac{IB}{b} = R_{xp}\frac{IB}{b},$$

където $e > 0$.

Ефектът на Хол широко се използва за изследване на полупроводниците:

- Константата на Хол R_x може да се определи експериментално от уравнение 12, като се знаят величините *b, B* и *I*, а U_x се измери по компенсационен метод.
- Валентността на носителите на заряд *Z* може да се изчисли, като се използва експериментално определената константа R_x, от уравнението:

$$R_x = \frac{A_{at}}{Z\rho F},$$

където ρ е плътността на полупроводника; A_{at} е атомното му тегло; F е числото на Фарадей.

- Видът на токовите носители може да се определи по знака на константата на Хол, който зависи от посоката на създаденото електрично поле. Ако константата е отрицателна $(R_x < 0)$, то $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ и проводимостта се дължи на електрони; ако е положителна $(R_x > 0)$, то $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ и проводимостта се дължи на дупки.
- Концентрацията на токовите носители n или p лесно може да се определи от константата на Хол, ако е известен механизмът на разсейване, т.е. знае се A, чрез уравнение 13.

На основата на ефекта на Хол е разработен полупроводников датчик на Хол, който широко се използва в практиката за измерване на индукцията на магнитното поле.

4. Галваномагнитни и термомагнитни явления

При ефекта на Хол се предполагаше, че всички свободни носители на заряд се движат с еднаква скорост, равна на средната дрейфова скорост. Когато се отчита обаче топлинната съставяща на скоростта на носителите на заряд, то пълната им скорост може да се изменя в много широки граници. Носителите на заряд с по-висока скорост от средната дрейфова се наричат бързи или горещи, а тези с по-малка скорост – бавни или студени. Наличието на горещи и студени носители на заряд води до наблюдаването на нови ефекти, за което се изискват изключително прецизни експерименти с висока точност при измерванията. Към тези ефекти се отнасят:

- галваномагнитните явления като магниторезистивен ефект, ефект на Етингсхаузен, ефект на Нернст,

- термомагнитните явления.

➢ ***Магниторезистивен ефект***

Това е ефектът на увеличаване на специфичното съпротивление на полупроводника в напречно магнитно поле вследствие на намаляване на ефективната дължина на свободния пробег на горещите и студени носители на заряд.

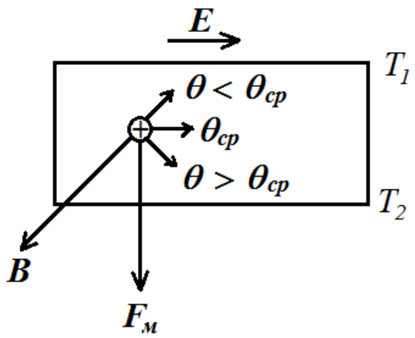
Този ефект възниква вследствие на отклонението на горещите и студените носители на заряд, при прилагане на външно електрично поле, от направлението на дрейфовото движение в напречно магнитно поле. В резултат на това отклонение се наблюдава намаляване на ефективната дължина на свободния пробег (дължината между два последователни удара на носителите) по посоката на електричното поле за дупките и в обратна посока за електроните. Специфичното обемно съпротивление на полупроводника се увеличава при намаляване на ефективната дължина на свободния пробег на носителите на заряд.

➢ ***Ефект на Етингсхаузен***

Това е ефектът на възникване на напречна разлика в температурите при поставяне на полупроводник с ток в напречно магнитно поле.

Носителите на заряд, които се движат със средна дрейфова скорост не се отклоняват от магнитното поле, т.к. силата на Лоренц и холовото поле се компенсират.

За горещите носители на заряд силата на Лоренц $\vec{F}_м = q\left(\vec{\vartheta} \times \vec{B}\right)$ е по-голяма от кулоновата, т.к. скоростта на носителите $\vec{\vartheta}$ е по-голяма от средната дрейфова $\vec{\vartheta}_{ср}$. За студените носители на заряд силата на Лоренц $\vec{F}_м = q\left(\vec{\vartheta} \times \vec{B}\right)$ е по-малка от кулоновата, т.к. скоростта на носителите $\vec{\vartheta}$ е по-малка от средната дрейфова $\vec{\vartheta}_{ср}$. В резултат на това, както е показано на фиг. 6, горещите дупки се отклоняват по посока на лоренцовата сила (надолу), а студените обратно на лоренцовата сила (нагоре).



Фигура 6. Отклонение на дупките при ефекта на Етингсхаузен .

При ударите с кристалната решетка на полупроводника, носителите на заряд си обменят енергия с атомите докато се достигне термодинамично равновесие. Горещите носители на заряд отдават част от енергията си на решетката и нагряват полупроводника, а студените носители на заряд отнемат част от енергията на решетката и охлаждат полупроводника. За случая, представен на фиг.6, $T_1 < T_2$.

Градиентът на напречната разлика в температурите $\Delta T / \Delta l$ е много малък, зависи от големината на електричното и магнитното поле и е от порядъка на 0,01K/cm:

$$\Delta T_{\text{напр.}} = T_2 - T_1 = f(I, B) .$$

- ***Ефект на Нернст***

Това е ефектът на възникване на надлъжна разлика в температурите при поставяне на полупроводник с ток в напречно магнитно поле.

Този ефект възниква вследствие на изменението на потоците на горещите и студените носители на заряд по направление на тока.

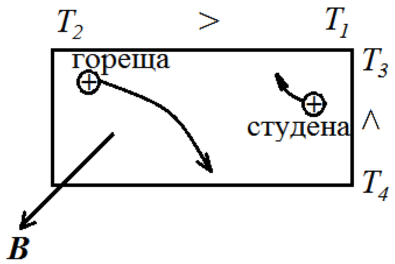
$$\Delta T_{\text{надл.}} = f(I, B) .$$

- ***Термомагнитни явления***

Ако в полупроводника има надлъжен градиент на температурата и се приложи напречно магнитно поле, то може да възникне напречен градиент на температурата:

$$\Delta T_{\text{напр.}} = T_4 - T_3 = f(\Delta T_{\text{надл.}}, B) .$$

Това явление се нарича ефект на Риги – Ледюк. Ефектът се получава в резултат на изменението на направлението на движение на токовите носители, участващи в хаотичното движение.



Фигура 7. Отклонение на дупките при ефекта на Риги – Ледюк.

На фигура 7 е показано движението на дупките. Горещите дупки, които се намират при по-високата температура T_2 се отместват от магнитното поле към долната граница при преместването им от ляво на дясно, а студените дупки, които се намират при по-ниската температура T_1 се отместват от магнитното поле към горната граница при преместването им от дясно на ляво. Така долната граница се нагрява, а горната се охлажда, т.е. възниква напречен градиент на температурата.

Могат да се наблюдават и други термомагнитни явления:

- Ефект на Марджи - Риги – Ледюк, който е аналогичен на предходния, но е надлъжен:

$$\Delta T_{\text{надл.}} = f(\Delta T_{\text{надл.}}, B)\,.$$

- Напречен ефект на Нернст - Етингсхаузен, който се състои във възникването на напречна разлика на потенциалите при наличие на надлъжен температурен градиент и напречно магнитно поле:

$$\Delta V_{\text{напр.}} = f(\Delta T_{\text{надл.}}, B)\,.$$

- Надлъжен ефект на Нернст - Етингсхаузен, който се състои във възникването на надлъжна разлика на потенциалите при наличие на надлъжен температурен градиент и напречно магнитно поле:

$$\Delta V_{\text{надл.}} = f(\Delta T_{\text{надл.}}, B)\,.$$

5. Уравнение на Айнщайн

Най-напред ще разгледаме протичането на ток в полупроводник или диелектрик, върху който е приложено електрично поле и е създаден градиент на концентрацията на свободните носители. Следователно във веществото са създадени градиент на потенциала и градиент на концентрацията. Тези градиенти създават съответно дрейфов и дифузионен ток.

Плътността на дрейфовия ток за електрони $j_n^{\partial p.}$ и за дупки $j_p^{\partial p.}$ съответно, създаден от градиента на потенциала, се определя по закона на Ом:

$$j_n^{др.} = \sigma_n E = \sigma_n(-grad\varphi) = -en\mu_n grad\varphi,$$

$$j_p^{др.} = \sigma_p E = \sigma_p(-grad\varphi) = -en\mu_p grad\varphi,$$

където φ е електростатичният потенциал на постоянно електрично поле с интензитет E; n и p са концентрациите на електроните и дупките, e е зарядът на електрона.

Плътността на дифузионния ток за електрони $j_n^{диф.}$ и за дупки $j_p^{диф.}$ съответно, създаден от градиента на концентрацията, се определя така:

$$j_n^{диф.} = -eD_n\, gradn,$$

$$j_p^{диф.} = -eD_p\, gradp,$$

където D_n и D_p са коефициентите на дифузия на електроните и дупките съответно.

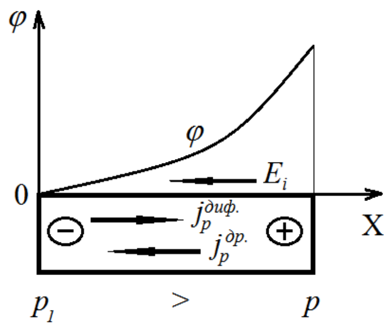
В общия случай токът на проводимост е векторна сума на дрейфовия и дифузионния ток и има проекции в трите направления. Направлението на токовете се определя в зависимост от направленията на градиентите на потенциала и на концентрацията. Нека обаче за простота предположим, че градиентите са създадени в едно направление, например x и тогава и токовете ще текат в това направление. Тогава пълната плътност на тока за електрони и дупки съответно може да се запише така:

$$j_n = -en\mu_n grad\varphi - eD_n \frac{dn}{dx}, \tag{14}$$

$$j_p = -ep\mu_p grad\varphi - eD_p \frac{dp}{dx}. \tag{15}$$

Тези уравнения са важна част от физиката на полупроводниците и диелектриците и широко се използват при много пресмятания.

Айнщайн извежда връзка между коефициентите на дифузия на носителите на заряд и тяхната подвижност за случая на термодинамично равновесие като използва уравнения 14 и 15. Нека изведем уравнението на Айнщайн за случая на p-тип полупроводник.



Фигура 8. Р-тип полупроводник с надлъжен градиент на концентрацията на дупки.

Нека разгледаме полупроводник с надлъжен градиент на концентрацията по оста X, както е показано на фиг.8. Ако концентрацията на дупките отляво p_1 е по-голяма от тази от дясно p, то дифузионният ток ще е насочен по направление на оста X. Дифузионният ток ще пренася дупки по направление на оста X и ще създаде пространствено разпределение на зарядите. Така дясната страна ще се зареди положително, а лявата отрицателно, при което ще възникне вътрешно електрично поле с интензитет E_i. Полето E_i ще създаде дрейфов ток в посока, обратна на дифузионния ток. Дупките ще се пренасят по оста X докато двата тока не се изравнят и не настъпи термодинамично равновесие. Тогава ур. 15 ще се запише така:

$$j_p = -ep\mu_p \frac{d\varphi}{dx} - eD_p \frac{dp}{dx} = 0\ , \tag{16}$$

където φ е електростатичният потенциал, създаден от обемните заряди.

Нека изберем за нулево ниво на отчитане на потенциала левия край на полупроводника. Тогава дупките, участващи в дифузионния ток, трябва да преодолеят потенциалната бариера $U = e\varphi$. От ур.16 се получава:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu_p}{D_p} d\varphi\,.$$

След интегриране се получава:

$$p = p_1 \exp\left(-\frac{\mu_p}{D_p}\varphi\right). \tag{17}$$

За заряди, преодоляващи потенциална бариера $U = e\varphi$, от закона на Болцман се получава концентрацията на носителите при термодинамично равновесие:

$$p = p_1 \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right). \tag{18}$$

След приравняване на уравненията 17 и 18 се получава уравнението на Айнщайн за дупки:

$$\frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT}\,.$$

Аналогично се получава уравнението на Айнщайн за електрони:

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT}\,.$$

Такова съотношение може да се запише и за свободни йони - подвижността е пропорционална на коефициента на дифузия.