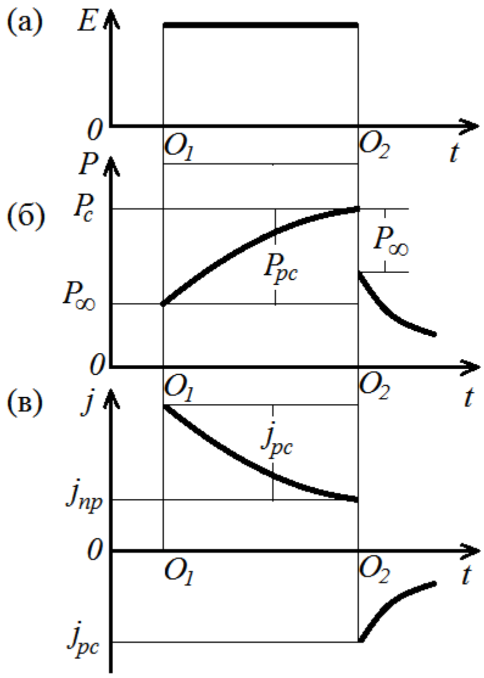
ПОЛЯРИЗАЦИЯ НА ДИЕЛЕКТРИЦИ И ПОЛУПРОВОДНИЦИ В ПРОМЕНЛИВО ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ. ДИЕЛЕКТРИЧНИ ЗАГУБИ.

1. Поляризация на еднородни диелектрици при изменение на електричното поле.

Преходни процеси при включване и изключване на постоянно електрично поле.

1 етап – ***Безинерционна поляризация***

2 етап – ***Релаксационна поляризация***



Фигура 1. Времеви зависимости на: (а) - електричното поле, (б) – поляризацията, (в) – плътността на тока.

От $P = \varepsilon_0.(\varepsilon - 1).E$:

$$P_\infty = \varepsilon_0.(\varepsilon_\infty - 1).E\,, \tag{1}$$

$$P_c = \varepsilon_0.(\varepsilon_c - 1).E\,. \tag{2}$$

$$P_{pc} = P_c - P_\infty = \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty).E\,. \tag{3}$$

$$P_p = P_{pc}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right).$$

$$j_{np} = \frac{dD}{dt} = \frac{d(\varepsilon_0 E + P)}{dt} = \frac{dP}{dt}\,, \tag{4}$$

$$j_p = \frac{dP_p}{dt} = \frac{P_{pc}}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = j_{pc}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \tag{5}$$

$$P_p = P_{pc}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

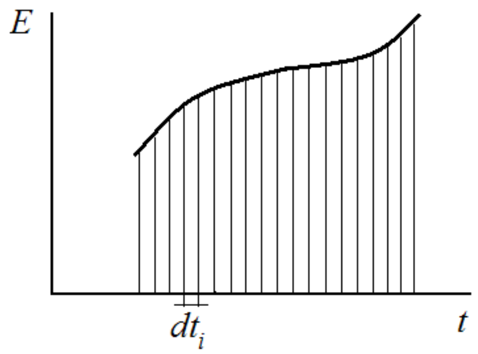
$$j_p = \frac{dP_p}{dt} = -\frac{P_{pc}}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

- ***Връзка между времето на релаксация и времето на „заседнал“ живот на молекула-дипол.***

$$P_p = P_{\partial p} + P_{ep}.$$

$$\tau = \frac{\varepsilon_c + 2}{\varepsilon_\infty + 2}\tau_{ж}.$$

- ***Поляризация при непрекъснато изменение на поляризиращото поле***



Фигура 2. Електрично поле, изменящо се с времето.

$$P_p(t) = \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\int_{-\infty}^{t} E(t_i)\exp\left(-\frac{t-t_i}{\tau}\right)\frac{dt_i}{\tau} \tag{6}$$

$$P(t) = P_\infty + P_p = \varepsilon_0.(\varepsilon_\infty - 1)E(t) + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\int_{-\infty}^{t} E(t_i)\exp\left(-\frac{t-t_i}{\tau}\right)\frac{dt_i}{\tau} \tag{7}$$

- ***Поляризация в синусоидално поляризиращо поле***

$$E(t) = E_m \sin\omega t.$$

$$P(t) = P_\infty + P_p = \varepsilon_0.(\varepsilon_\infty - 1)E_m\sin\omega t + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{E_m}{1+(\omega\tau)^2}(\sin\omega t - \omega\tau\cos\omega t). \tag{8}$$

При $\omega\tau << 1$: $P(t) = \varepsilon_0.(\varepsilon_\infty - 1)E_m\sin\omega t + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)E_m\sin\omega t = \varepsilon_0.(\varepsilon_c - 1)E(t)$. (9)

$$P(t) = P_\infty(t) + P_p(t),$$

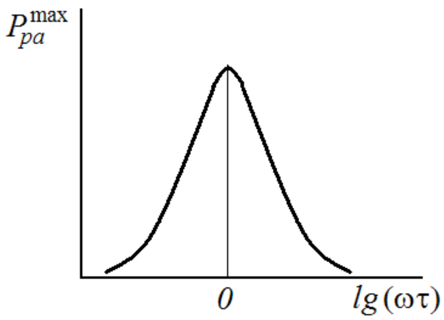
$$P_\infty = \varepsilon_0.(\varepsilon_\infty - 1).E(t), \tag{10}$$

$$P_p(t) = \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{E_m}{1+(\omega\tau)^2}(\sin\omega t - \omega\tau\cos\omega t). \tag{11}$$

- ***Активна и реактивна поляризация в синусоидално поле***

$$P_{pa}(t) = \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2}E_m\cos\omega t = P_{pa}^{\max}\cos\omega t. \tag{12}$$

$$P_{pa}^{\max} = \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \frac{\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2} E_m . \qquad (13)$$



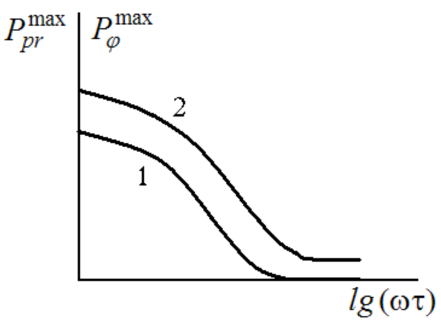
Фигура 3. Честотна зависимост на амплитудата на активната релаксационна поляризация.

При $\omega\tau < 1$: $$P_{pa}^{\max} = \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \omega\tau E_m ,$$

При $\omega\tau > 1$: $$P_{pa}^{\max} = \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \frac{E_m}{\omega\tau} ,$$

$$P_{pr} = \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \frac{E_m}{1+(\omega\tau)^2} \sin \omega t = P_{pr}^{\max} \sin \omega t . \qquad (14)$$

$$P_{pr}^{\max} = \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \frac{E_m}{1+(\omega\tau)^2} . \qquad (15)$$



Фигура 4. Честотна зависимост на амплитудата на реактивната релаксационна поляризация (1) и пълната реактивна поляризация (2).

$$P_\varphi(t) = P_\infty(t) + P_{pr} = \left[\varepsilon_0 (\varepsilon_\infty - 1) + \frac{\varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)}{1+(\omega\tau)^2} \right] E_m \sin \omega t .$$

$$P_\varphi^{\max}(t) = \left[\varepsilon_0 (\varepsilon_\infty - 1) + \frac{\varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)}{1+(\omega\tau)^2} \right] E_m .$$

$$\beta = arctg(\omega\tau) .$$

$$P_p(t) = P_p^{\max} \sin(\omega t - \beta) .$$

2. Диелектрични загуби в диелектрици с релаксационна поляризация и проводимост.

- ***Диелектрични загуби в еднороден диелектрик за синусоидално поле***

$$j = j_\sigma + j_{np} \tag{16}$$

$$j_\sigma = \sigma E = \sigma E_m \sin\omega t = \frac{\sigma V_m}{d}\sin\omega t\,, \tag{17}$$

$$j_{np} = \frac{dD}{dt} = \frac{d(\varepsilon_0 E + P)}{dt}\,, \tag{18}$$

$$j_{np} = \varepsilon_0\frac{E_m d(\sin\omega t)}{dt} + \varepsilon_0.(\varepsilon_\infty - 1)\frac{E_m d(\sin\omega t)}{dt} + \frac{\varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)}{1+(\omega\tau)^2}\frac{E_m d(\sin\omega t - \omega\tau\cos\omega t)}{dt}\,.$$

Диференцираме, заместваме с $E_m = V_m / d$ и получаваме:

$$j_{np} = \varepsilon_0\omega\frac{V_m}{d}\cos\omega t + \varepsilon_0.(\varepsilon_\infty - 1)\omega\frac{V_m}{d}\cos\omega t + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{V_m}{d}\frac{(\omega\cos\omega t + \omega^2\tau\sin\omega t)}{1+(\omega\tau)^2} \tag{19}$$

$$j = j_a^{\max}\sin\omega t + j_r^{\max}\cos\omega t\,, \tag{20}$$

$$j_a^{\max} = \sigma\frac{V_m}{d} + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{\omega^2\tau}{1+(\omega\tau)^2}\frac{V_m}{d}\,, \tag{21}$$

$$j_r^{\max} = \varepsilon_0\varepsilon_\infty\omega\frac{V_m}{d} + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{\omega}{1+(\omega\tau)^2}\frac{V_m}{d}\,. \tag{22}$$

$$\left(j_a^{\max}\right)_{\max} = \sigma\frac{V_m}{d} + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{V_m}{\tau d}\,.$$

$$W = \frac{1}{T}\int_0^T IVdt = \frac{1}{T}\int_0^T jSVdt \tag{23}$$

$$W = \frac{I_a^{\max}V_m}{T}\int_0^T \sin^2\omega t dt + \frac{I_r^{\max}V_m}{T}\int_0^T \sin\omega t\cos\omega t dt\,.$$

$$W = \frac{I_a^{\max}V_m}{2} = \sigma S\frac{V_m^2}{2d} + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{S\omega^2\tau}{1+(\omega\tau)^2}\frac{V_m^2}{2d}\,.$$

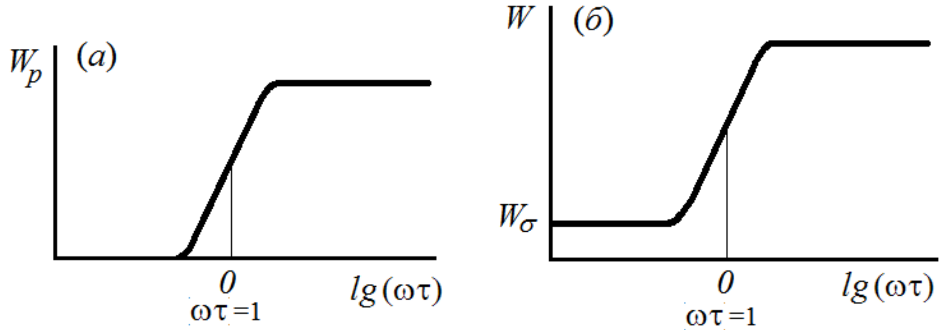
$$W = \sigma S\frac{V^2}{d} + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{S\omega^2\tau}{1+(\omega\tau)^2}\frac{V^2}{d}\,, \qquad V = V_m/\sqrt{2} \tag{24}$$

$$W_\sigma = \sigma S\frac{V^2}{d} = \frac{V^2}{R} = IV\,, \tag{25}$$

$$R = \frac{d}{\sigma S} = \rho_V\frac{d}{S}\,. \tag{26}$$

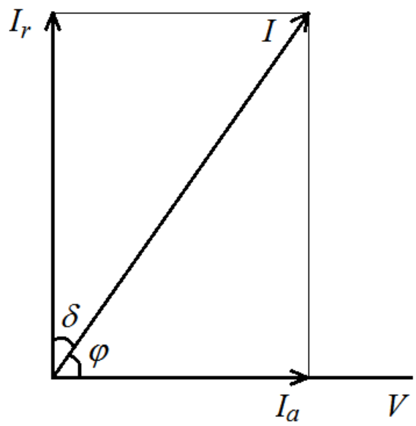
$$W_p = \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{S\omega^2\tau}{1+(\omega\tau)^2}\frac{V^2}{d}\,, \tag{27}$$

От: $P_{pa}^{\max} = \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \dfrac{\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2} \dfrac{\sqrt{2}V}{d}$: $W_p = \dfrac{SV}{\sqrt{2}} P_{pa}^{\max}\omega \sim P_{pa}^{\max}\omega$. (28)



Фигура 5. Честотна зависимост на релаксационните (*а*) и пълните (*б*) загуби.

3. Тангес от ъгъла на диелектричните загуби при синусоидално поле



Фигура 6. Векторна диаграма на токовете за кондензатор със загуби.

$$W = VI\cos\varphi = VI_a = VI_r tg\delta . \quad (29)$$

$$tg\delta = \frac{I_a}{I_r} = \frac{I_a^{\max}}{I_r^{\max}} = \frac{j_a^{\max}}{j_r^{\max}} . \quad (30)$$

$$tg\delta = \frac{\sigma + \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \dfrac{\omega^2\tau}{1+(\omega\tau)^2}}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty\omega + \varepsilon_0 . (\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \dfrac{\omega}{1+(\omega\tau)^2}} . \quad (31)$$

При $\omega \to 0$:

$$tg\delta = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty\omega} \to \infty . \quad (32)$$

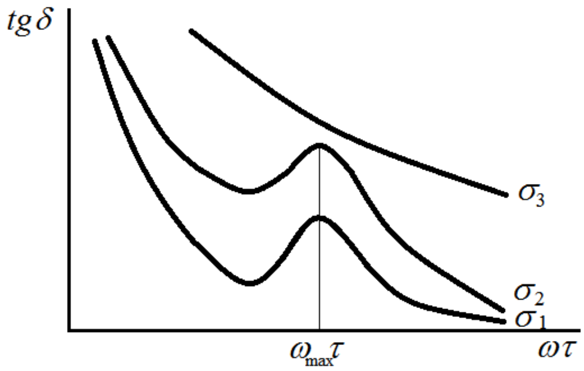
При $\sigma \to 0$:

$$tg\delta = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty) \dfrac{\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2}}{\varepsilon_\infty + \dfrac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)}{1+(\omega\tau)^2}} . \quad (33)$$

При $\omega\tau >> 1$: $$tg\delta = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{\varepsilon_c + \varepsilon_\infty (\omega\tau)^2}. \quad (34)$$

$$\omega_{\max}\tau = \sqrt{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\infty}}.$$

$$(tg\delta)_{\max} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{2\varepsilon_c}\sqrt{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\infty}}.$$



Фигура 7. Честотна зависимост на $tg\delta$ при различни проводимости - $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$

4. Комплексна диелектрична проницаемост. Диаграма на Коул-Коул.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (а)$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \varepsilon_0 E + P. \quad (б)$$

$$\varepsilon = C / C_0. \quad (в)$$

$$\langle\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''. \quad (35)$$

$$\langle j = j_a + ij_r. \quad (36)$$

$$\langle j = \frac{d\langle Q}{dt}. \quad (37)$$

$$\langle Q = \langle\varepsilon C_0 \langle V = \langle\varepsilon C_0 V_m e^{i\omega t}, \quad \text{като } \langle V = V_m e^{i\omega t}, C_0 = \varepsilon_0 S / d = \varepsilon_0 / d \quad (38)$$

$$\langle Q = (\varepsilon' - i\varepsilon'')C_0 V_m e^{i\omega t},$$

$$\frac{d\langle Q}{dt} = i\omega(\varepsilon' - i\varepsilon'')C_0 V_m e^{i\omega t}$$

$$\langle j = \varepsilon'' C_0 \omega V_m e^{i\omega t} + i\varepsilon' C_0 \omega V_m e^{i\omega t}.$$

$$j_a = \varepsilon'' C_0 \omega V_m e^{i\omega t}, \quad (39)$$

$$j_r = \varepsilon' C_0 \omega V_m e^{i\omega t}. \quad (40)$$

$$tg\delta = \frac{\dot{j}_a^{\max}}{\dot{j}_r^{\max}} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}. \quad (41)$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon' tg\delta \,. \tag{42}$$

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}\,, \tag{43}$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{1 + (\omega\tau)^2}\,. \tag{44}$$

$$tg\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{\varepsilon_c + \varepsilon_\infty(\omega\tau)^2}\,. \tag{45}$$

$$\varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}\,. \tag{46}$$

$$\omega_{\max}\tau = 1. \tag{47}$$

$$\varepsilon'_{\max} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_\infty}{2}\,, \tag{48}$$

$$\varepsilon''_{\max} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{2}\,. \tag{49}$$

за $\omega\tau << 1, \quad \varepsilon' = \varepsilon_c$,

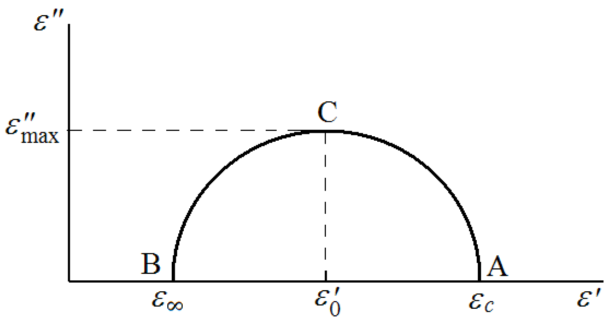
за $\omega\tau >> 1, \quad \varepsilon' = \varepsilon_\infty$.

Диаграмата на Коул-Коул:

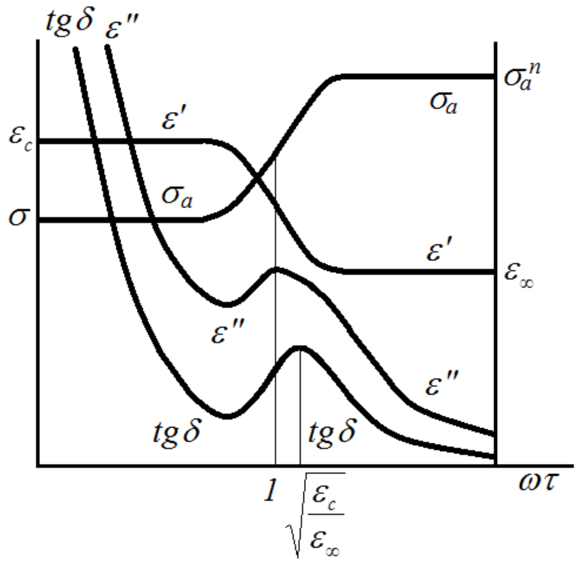
$$(\varepsilon' - \varepsilon'_0)^2 + (\varepsilon'')^2 = R^2\,,$$

$$R = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{2}\,,$$

$$\varepsilon'_0 = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_\infty}{2} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_\infty}{2}\,.$$



Фигура 8. Диаграма на Коул-Коул.



Фигура 9. Диелектрична дисперсия.

$$\sigma_a = \varepsilon''\varepsilon_0\omega = \sigma + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{\omega^2\tau}{1+(\omega\tau)^2}\ . \qquad (50)$$

При $\omega\tau >> 1$:

$$\sigma_a^n = \sigma + \varepsilon_0.(\varepsilon_c - \varepsilon_\infty)\frac{1}{\tau}$$

5. Температурна зависимост на диелектричните загуби

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{kT}\right).$$