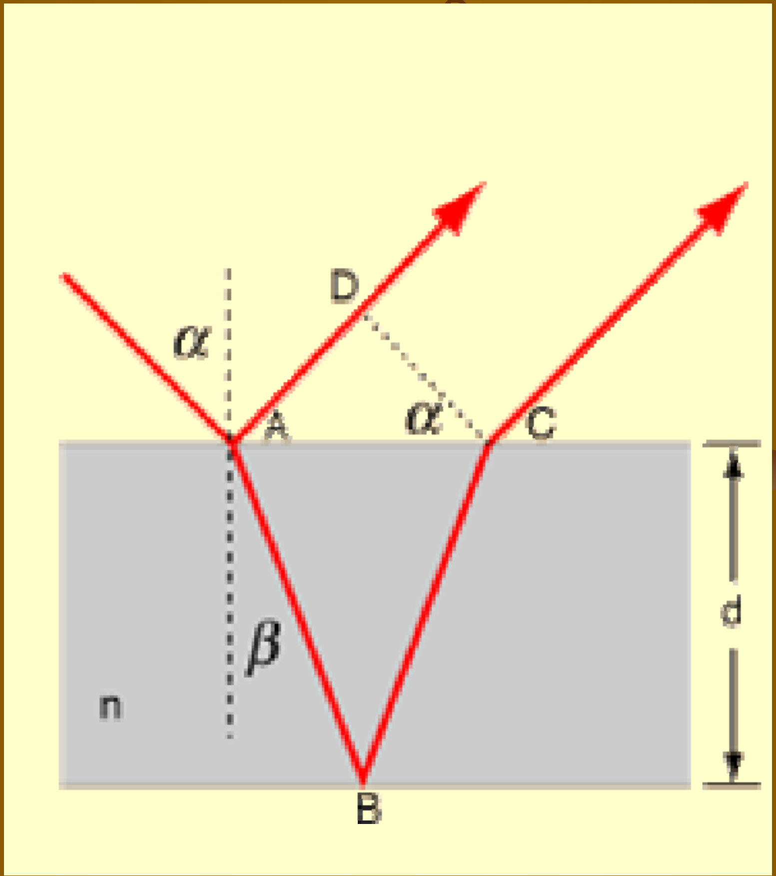
ДВУЛЪЧЕВА ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЧРЕЗ ДЕЛЕНЕ АМПЛИТУДАТА НА ВЪЛНАТА

Лектор: проф. д-р Т. Йовчева

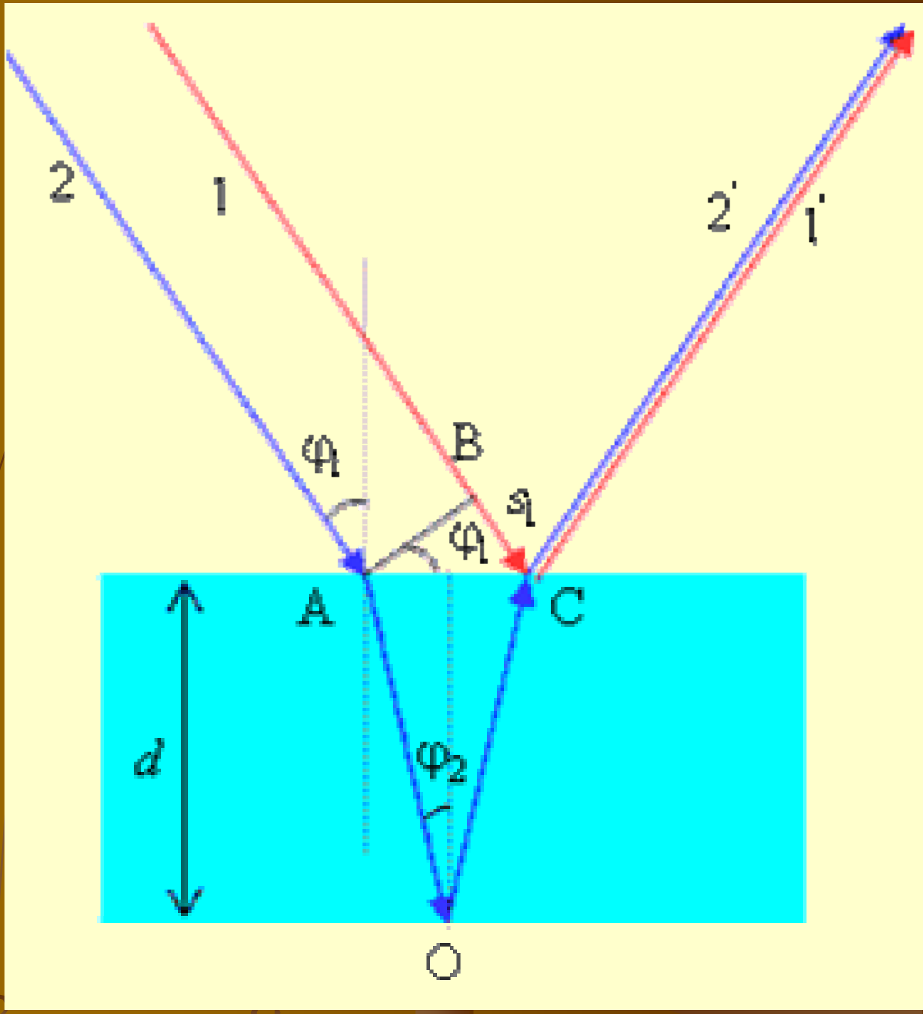
1. Делене на амплитудата на вълната.

Когато падащият лъч частично се отразява и частично се пречупва се наблюдава делене на амплитудата на първичния лъч.



1. Делене на амплитудата на вълната.

При падане на светлинна вълна върху тънка прозрачна пластинка се наблюдава отражение от двете повърхности на пластинката. В резултат на това възникват две светлинни вълни, които при определени условия могат да интерферират.



✓ Извод:

При падане на плоска вълна върху прозрачна пластинка се образуват две отразени вълни, с разлика в оптичните пътища Δ.

$$\Delta = 2d.n.\cos i_2 - \lambda/2$$

$$\Delta = 2d.\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \lambda/2$$

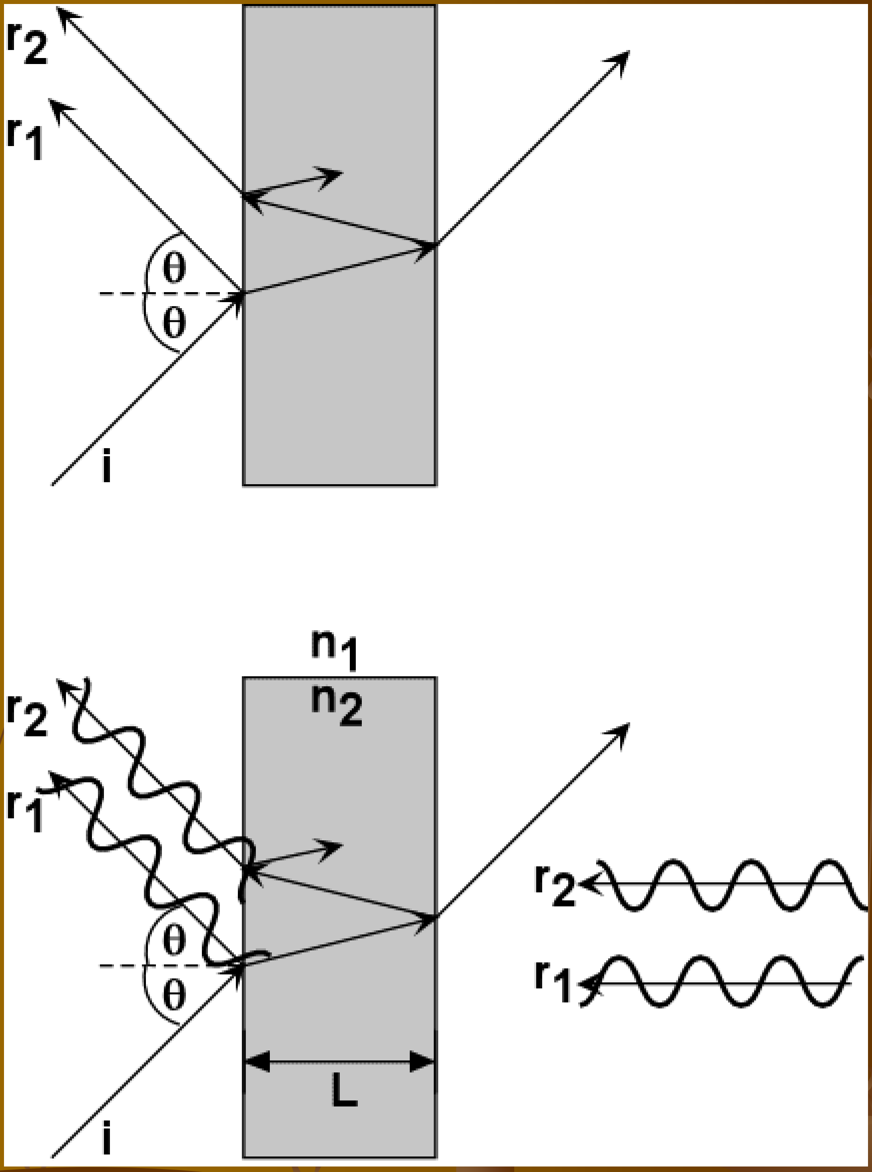
i_1 - ъгъл на падане, i_2 - ъгъл на пречупване, n – показател на пречупване на пластината, d – дебелина на пластината

За въздушна пластина: $$\Delta = 2d\cos i_2 + \frac{\lambda}{2}$$

✎Разглеждаме два случая:

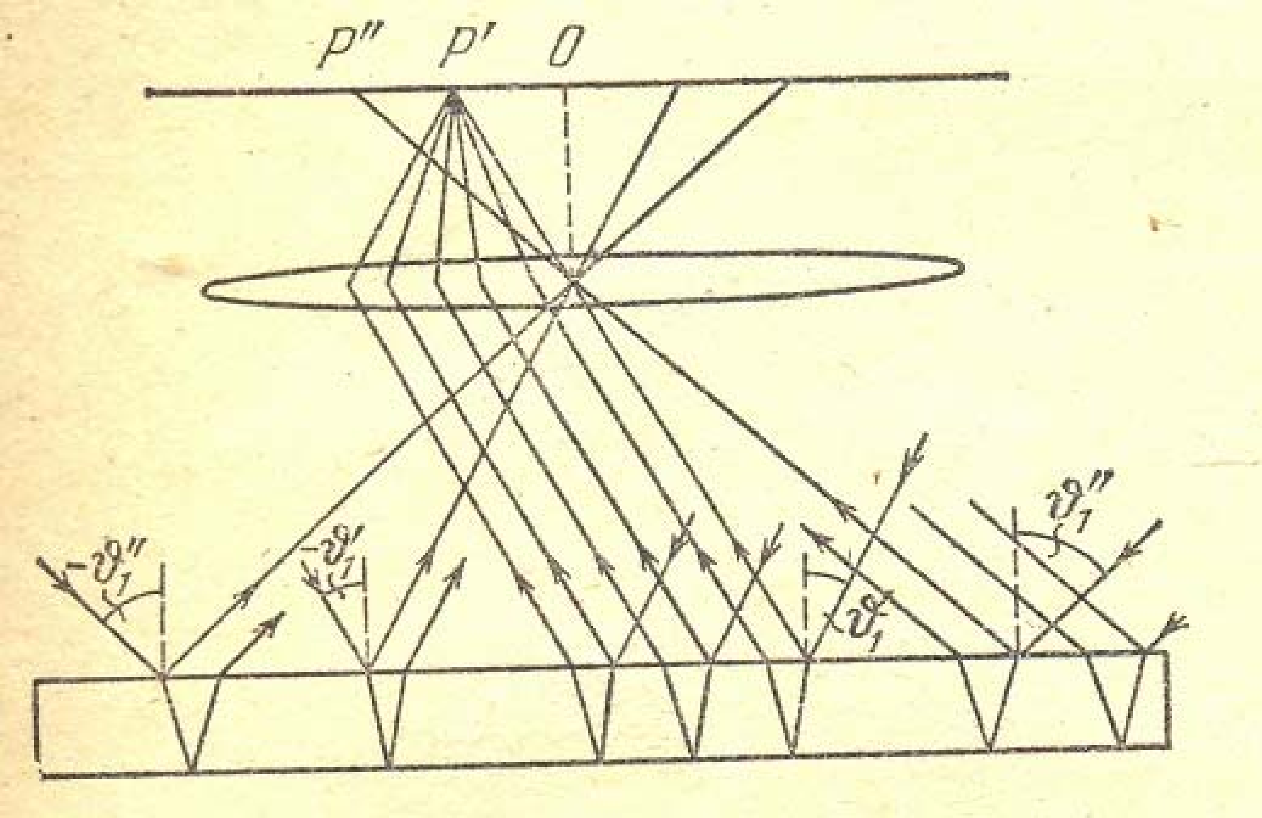
- **плоско-паралелна пластинка**
- **пластинка с променлива дебелина (клин).**

2. Интерференция от плоскопаралелна пластинка



Интерференчна картина

Практически интерференцията от плоскопаралелна пластинка се наблюдава като на пътя на отразените лъчи се поставя леща, която събира успоредните лъчи в една точка от екрана, поставен във фокалната равнина на лещата. Осветеността в тази точка зависи от Δ:



$$\Delta = m.\lambda \to \max$$

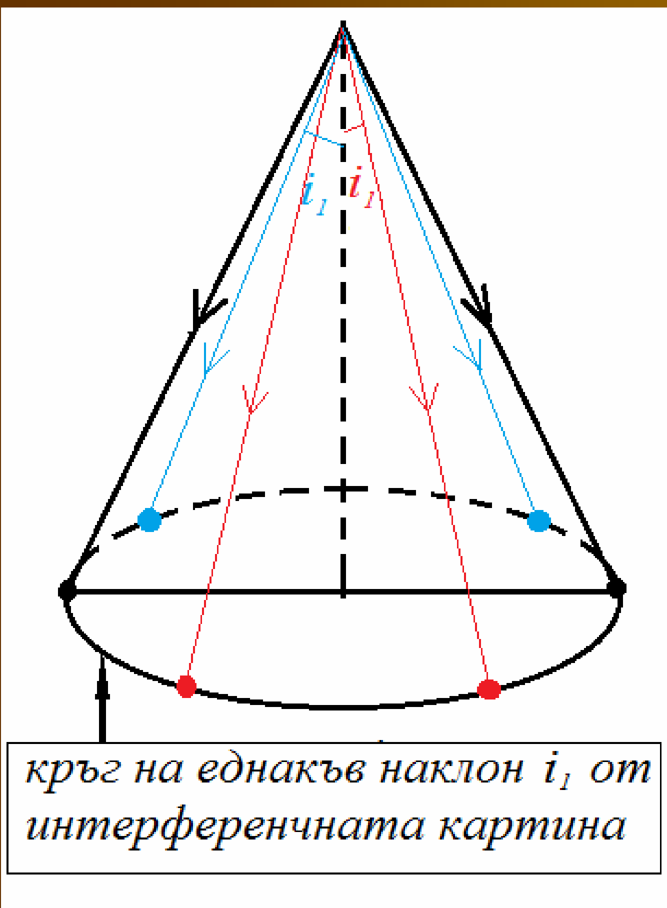
$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \to \min$$

$$\vartheta_1' \equiv i_1' \, ; \; \vartheta_1'' \equiv i_1''$$

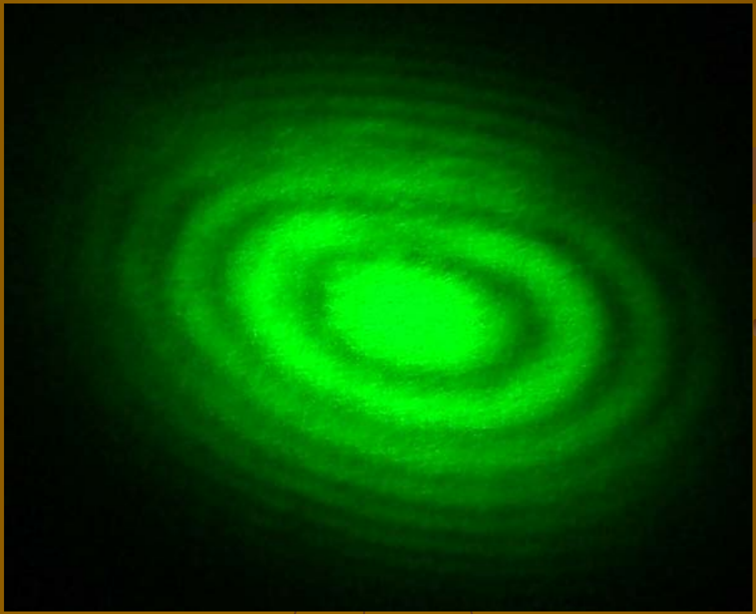
и т.н.

✔ Изводи:

а) Лъчите, падащи върху пластинката под еднакъв ъгъл i_1’(или i_1’’, i_1’’’ и т.н.), създават на екрана еднакво осветени точки, разположени по окръжност с определен радиус с център в т.О. Осветеността зависи от Δ, а тя от i_1, $\Delta = f(i_1)$. Така на екрана се наблюдава система от светли и тъмни кръгове с център т.О. **Всеки кръг е образуван от лъчите, падащи върху пластинката под еднакъв ъгъл i_1.** Затова получените интерференчни линии се наричат **линии на еднакъв наклон.**



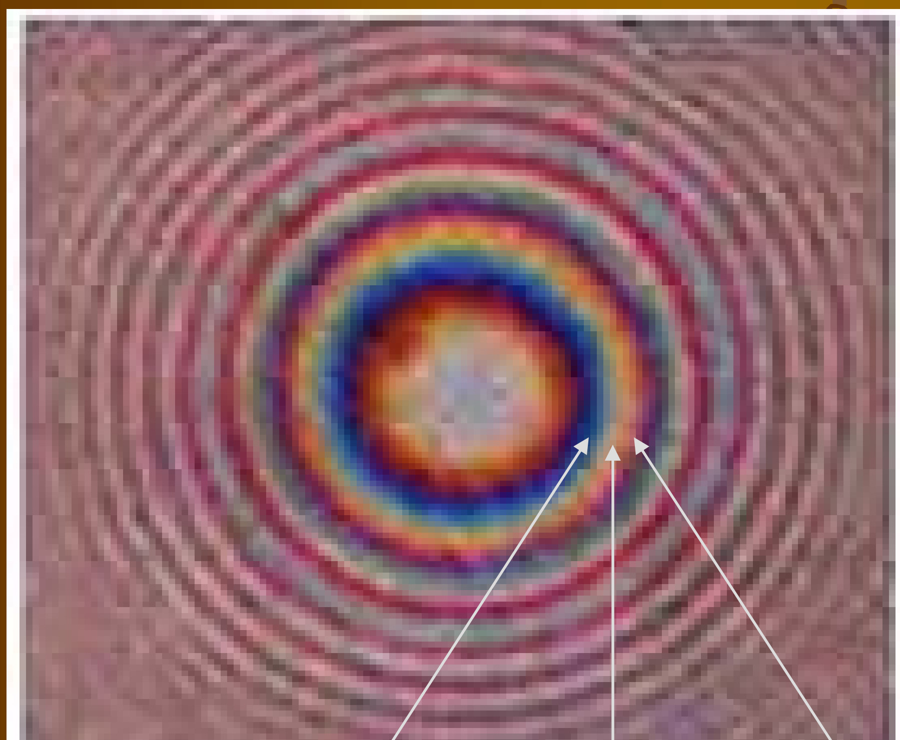
✓ Изводи:



При всички други разположения на лещата относно пластинката (екранът във всички случаи лежи във фокалната равнина на лещата) формата на линиите на еднакъв наклон няма да е кръгла, а елептична.

б) **Всяка точка от интерференчната картина се обуславя от успореден сноп лъчи (до лещата), който ще се пресече в безкрайност.** Затова за наблюдаването на тази интерференчна картина екранът се поставя във фокалната равнина на лещата (така както се поставя за наблюдение на образ на безкрайно отдалечен предмет) и само в тази равнина се наблюдава интерференчна картина. **Затова линиите при еднакъв наклон са локализирани в безкрайност или във фокусната равнина на лещата.** Картинката се наблюдава (локализирана е) в безкрайност или във фокусната равнина на лещата.

Положението на max зависи от λ. Затова при падаща бяла светлина се получават редуващи се, различно оцветени кръгове, синият е най-близко до центъра, а червеният – най-отдалечен.



син оранжев червен

$$x_{\max} = m\frac{L}{d}\lambda$$

в) Максимален порядък *m* се наблюдава в центъра на интерференчната картина

При нормално падане на светлината $i_1 = i_2 = 0°$ ($\cos i_2 = 1$)

$\Rightarrow \Delta$ е максимална и *m* е максимален.

$$\Delta = 2d.n - \frac{\lambda}{2} = m.\lambda$$

- за максимум

$$\Delta = 2d.n - \frac{\lambda}{2} = (2m+1).\frac{\lambda}{2}$$

- за минимум

$\Delta \Rightarrow$ *m* имат най-голяма стойност

При нормално падане на светлината в центъра на интерференчната картина се наблюдава максимален порядък на ивиците, т.е. *m* е max.

г) С отдалечаване от центъра на интерференчната картина, порядъкът *m* намалява т.е Δ намалява $\Rightarrow$ ъгъл i_1 и ъгъл i_2 растат.

Разглеждаме разстоянието между две съседни ивици в зависимост от *m*

$$2d.n.\cos i_2 - \frac{\lambda}{2} = m.\lambda$$

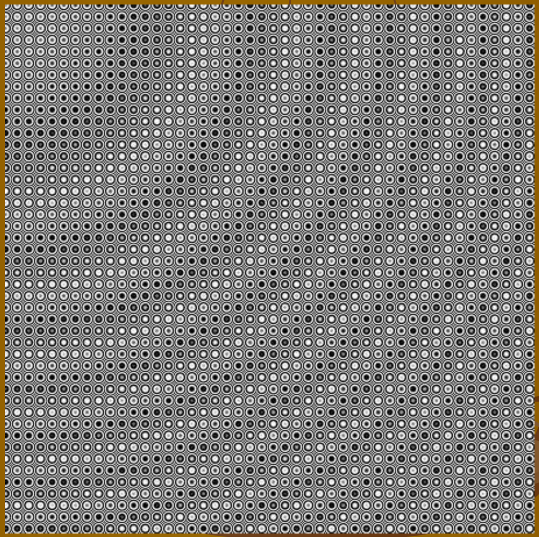
$$2d.n\sin i_2 \,\mathrm{d}\, i_2 = \mathrm{d}m.\lambda$$

Полагаме $\Delta m = 1$

$$\Delta i_2 = \frac{\lambda}{2d.n\sin i_2} = \frac{\lambda}{2d.\sin i_1}$$

$$\Delta i_2 = \frac{\lambda}{2d.n\sin i_2} = \frac{\lambda}{2d.\sin i_1}$$

При дадено λ, d и n, ъгловото разстояние между два съседни пръстена зависи от ъгъла i_1 или i_2. С отдалечаване от центъра на картината i_1, i_2 нарастват $\Rightarrow$ Δi_2 намалява. **Интерференчните кръгове от центъра към периферията се сгъстяват.**



$$\Delta i_2 = \frac{\lambda}{2d.n\sin i_2} = \frac{\lambda}{2d.\sin i_1}$$

д) При λ, *n* =const $\Delta i_2 = f(d)$ – с нарастването на дебелината *d* се стига до $\Delta i_2 \to 0$, т.е. окото не различава интерференчни линии и интерференчна картина няма.

С нарастване на *d*, Δi_2 намалява, т.е кръговете са по-сбити и интерференция по-трудно се наблюдава.

Аналогични разсъждения се правят за светлина, преминала през пластинката. В този случай няма загуба на полувълна при отражение, тъй като няма отражение от оптично по-плътна среда. Тогава:

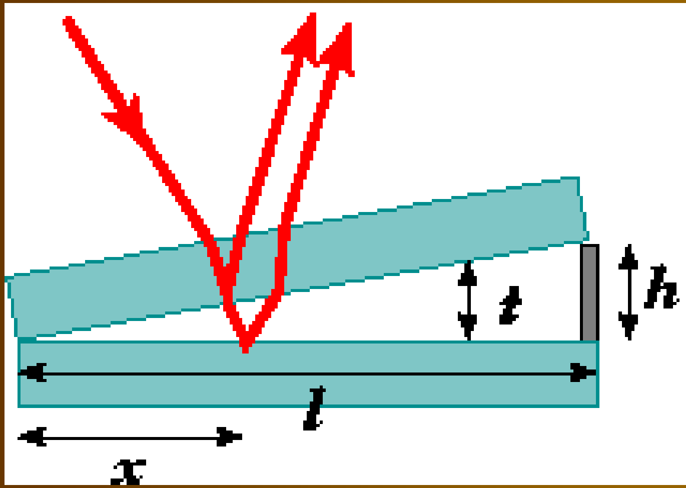
$$\Delta = 2d.n\cos i_2 \;; \qquad m.\lambda \rightarrow \max$$

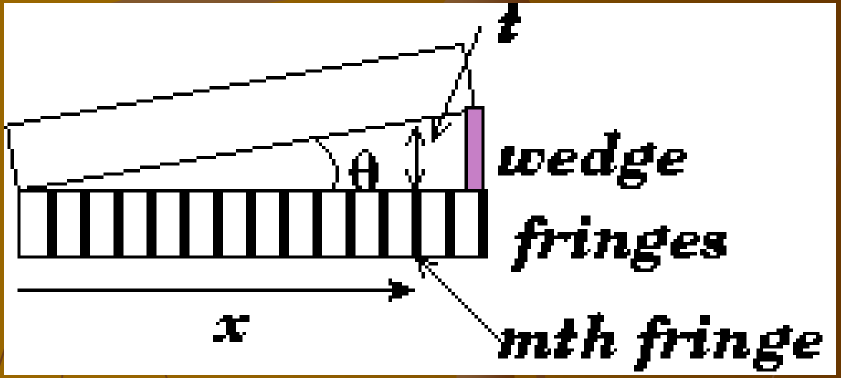
$$\Delta = 2d.\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \;; \qquad (2\mathrm{m}+1).\frac{\lambda}{2} \rightarrow \min$$

Интерференчната картина и в този случай е локализирана в безкрайност. НО!!

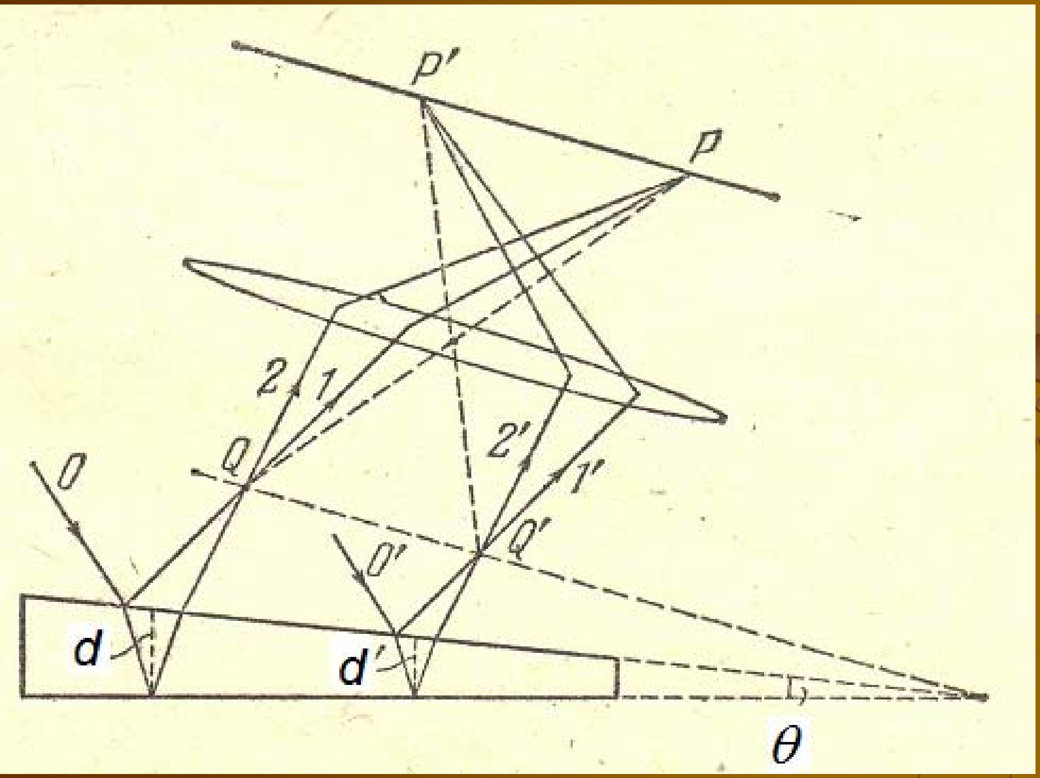
Двете интерференчни картини – в отразена и преминала светлина са допълнителни, т.е. светлите линии на едната и тъмните линии на другата се намират на едно и също ъглово разстояние от нормалата.

3. Интерференция от клин





Клин – пластинка с променлива дебелина.



Разглеждаме пластинка във вид на клин с ъгъл θ при върха. Върху клина пада успореден сноп светлина OO/. Сега лъчите, отразени от различните повърхности на пластината няма да са успоредни.

Лъчите 1 и 2, образували се за сметка на лъча O ще се съберат в т.Q, а след това от лещата в т P. Може да се покаже, че т. Q, Q’, Q’’ и други аналогични на тях точки, лежат на една повърхност, минаваща през върха на клина A.

✓ Изводи:

а) Ако се разположи екранът Е така, че той да представлява спрегната повърхност с повърхността, минаваща през Q, Q’, Q’’.... на него ще се появи система от светли и тъмни ивици (линии). Т.к. разликата в оптичните пътища за лъчи отразени от различни участъци на клина, съответстващи на различна дебелина *d* ще е различна ($\Delta=f(d)$), осветеността на Е ще е различна $\rightarrow$ $\Delta=max$ или $\Delta=min$. Всяка линия се образува за сметка на отражение от места на пластинката, имащи еднаква дебелина. Затова **интерференчните линии се наричат линии при еднаква дебелина.**

б) Линиите с еднаква дебелина са **локализирани близо до пластинката** – над нея или под нея.

При нормално падане на снопа (*i*=0°) върху пластинката, линиите са локализирани на горната повърхност на клина.

$$\Delta = m.\lambda \rightarrow$$ светли линии

$$\Delta = (2m+1).\frac{\lambda}{2} \rightarrow$$ тъмни линии

И в двата случая на падащи светлинни снопове, успореден сноп и разходящ сноп (от точков източник), разликата в оптичните пътища е :

- за стъклен клин *n* $$\Delta = 2n.d.\cos i_2 - \frac{\lambda}{2}$$

- за въздушен клин *n* =1 $\Delta = 2n.d.\cos i_2 + \frac{\lambda}{2}$

Отражението със загуба на полувълна става от долната повърхност на клина

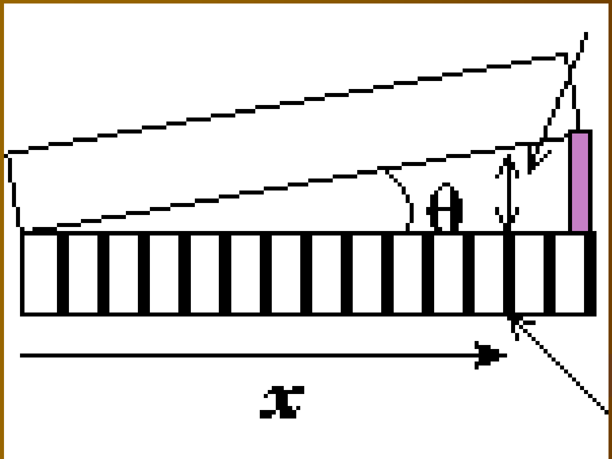
При нормално падане на светлината (i_2=0°)

$\Delta = 2n.d - \frac{\lambda}{2}$ - стъклен клин

$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$ - въздушен клин в) **При върха на клина**

т.е. за $d = 0$:

$$\Delta = \pm\frac{\lambda}{2}$$



$\Rightarrow$ **наблюдава се тъмна ивица**, независимо от λ и т.к. **Δ е минимално** $\Rightarrow$ **($m = 0$) от нулев порядък**. Всички интерференчни линии са успоредни на ръба на клина.

г) Разглеждаме тъмните ивици след ръба т.е.

За въздушен $n = 1$

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (2m+1).\frac{\lambda}{2}$$

$$d = m.\frac{\lambda}{2}$$

За първата тъмна ивица след ръба (m=1):

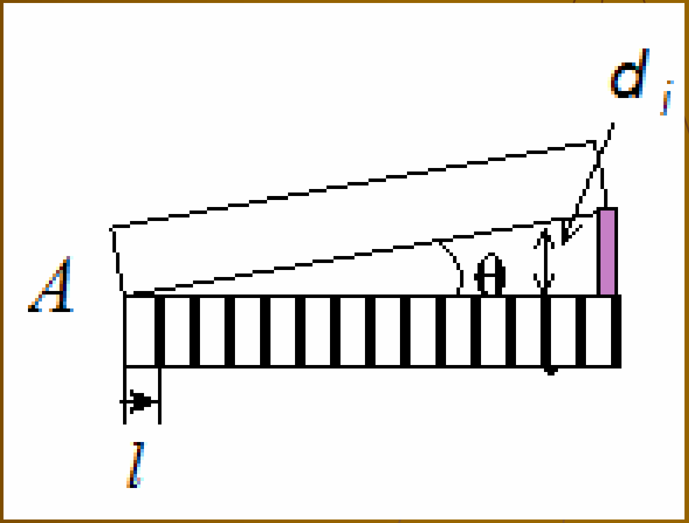
$$d_1 = \frac{\lambda}{2}$$

Означаваме с l – разстоянието от върха на клина А до първата тъмна ивица

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{d_1}{l} \to d_1 \approx l.\theta$$

$(tg\theta \approx \theta)$

$$l = \frac{d_1}{\theta}, \quad l = \frac{\lambda}{2\theta}$$



Аналогично се показва, че **разстоянието между кои да е две съседни интерференчни линии l, е едно и също.**

д) В случай на стъклен клин:

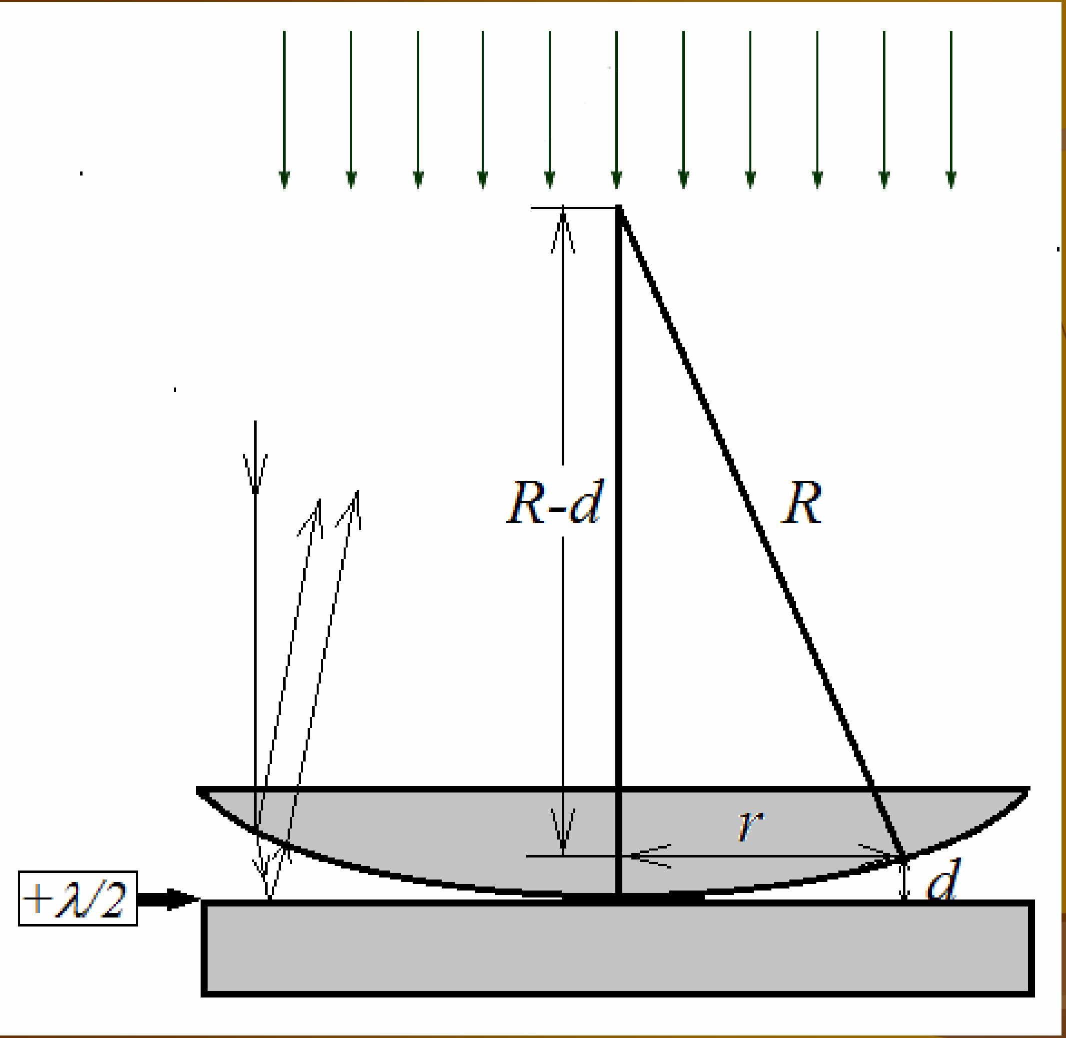
$$l = \frac{\lambda}{2n.\theta}$$

Линиите са толкова по-рядко разположени (т.е. l е по-голямо), колкото:

- λ е по-голямо; при бяла светлина се оцветяват;
- θ е по-малко;
- n е по-малко; n е най-малко (n =1) за въздушен клин.

4. Нютонови пръстени.

Наблюдават се при отражение на светлина от допрени плоско-паралелна стъклена дебела пластинка и плоско изпъкнала леща с голям радиус R.



Роля на тънка пластинка, от повърхностите, на която се отразяват кохерентни вълни играе въздушната междина между пластината и лещата. Вследствие на голямата дебелина на лещата и на плоскопаралелната пластинка, отразените от другите повърхности лъчи не интерферират.

Нютоновите пръстени са класически пример на линии при еднаква дебелина. При нормално падане линиите са концентрични окръжности, а при падане под наклон – елипса.

Да намерим радиуса на Нютоновите пръстени при нормално падане на светлината (i_1=0). За въздушен клин:

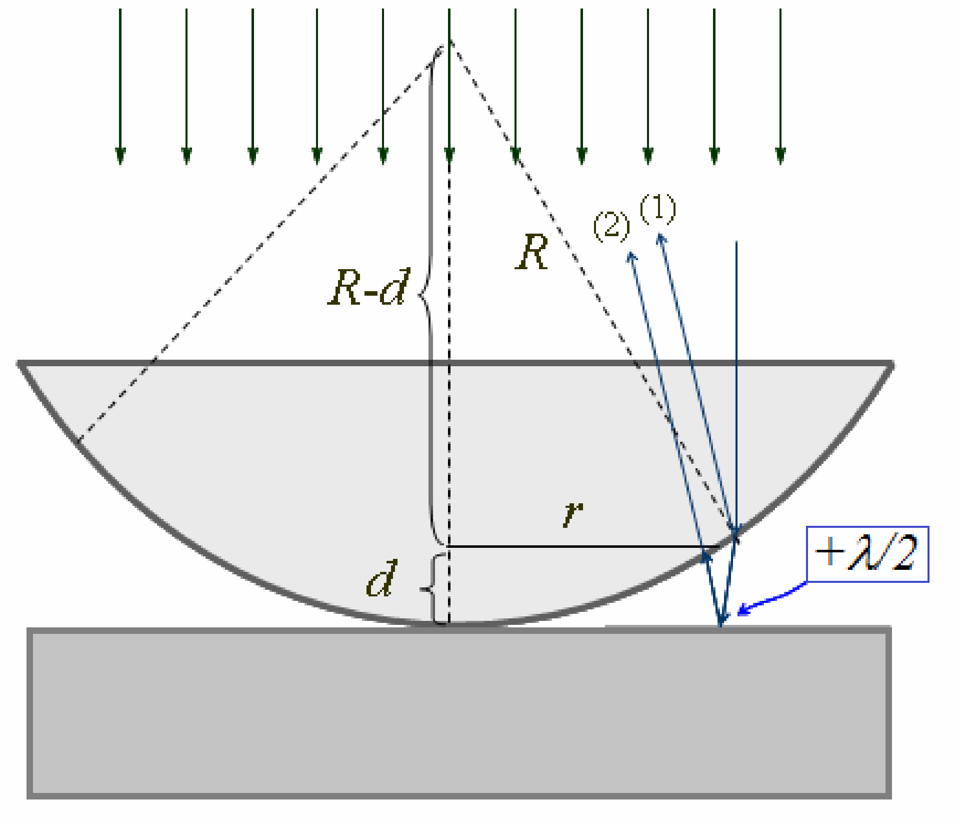
$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

$$R^2 = r^2 + (R-d)^2$$

$$R^2 = r^2 + R^2 - 2R.d + d^2$$

d^2 се пренебрегва:

$$d = \frac{r^2}{2R}$$



$$\Delta = 2.\frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1).\frac{\lambda}{2}$$ - тъмна ивица

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \qquad d = \frac{r^2}{2R}$$

$$r_m^2 = m.R.\lambda$$

$$r_m = \sqrt{m.R.\lambda} \qquad m = 0,1,2,....$$ - радиус на тъмните ивици

$$r_m' = \sqrt{(m-1/2).R.\lambda}$$ - радиус на светлите ивици

- За m=0, r_m=0, Δ=λ/2 се наблюдава в центъра, централен нулев минимум – тъмно петно.

$$r_m = \sqrt{m.R.\lambda} \qquad m = 0,1,2,....$$

- Радиусите на пръстените r_m се отнасят като $\sqrt{m}$ (т.е. като $\sqrt{\text{цяло число}}$) $\Rightarrow$ интерференчните пръстени се сближават с нарастване на m, т.е с отдалечаване от центъра:

$$\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4} : .... = 1 : 1{,}41 : 1{,}73 : 2$$

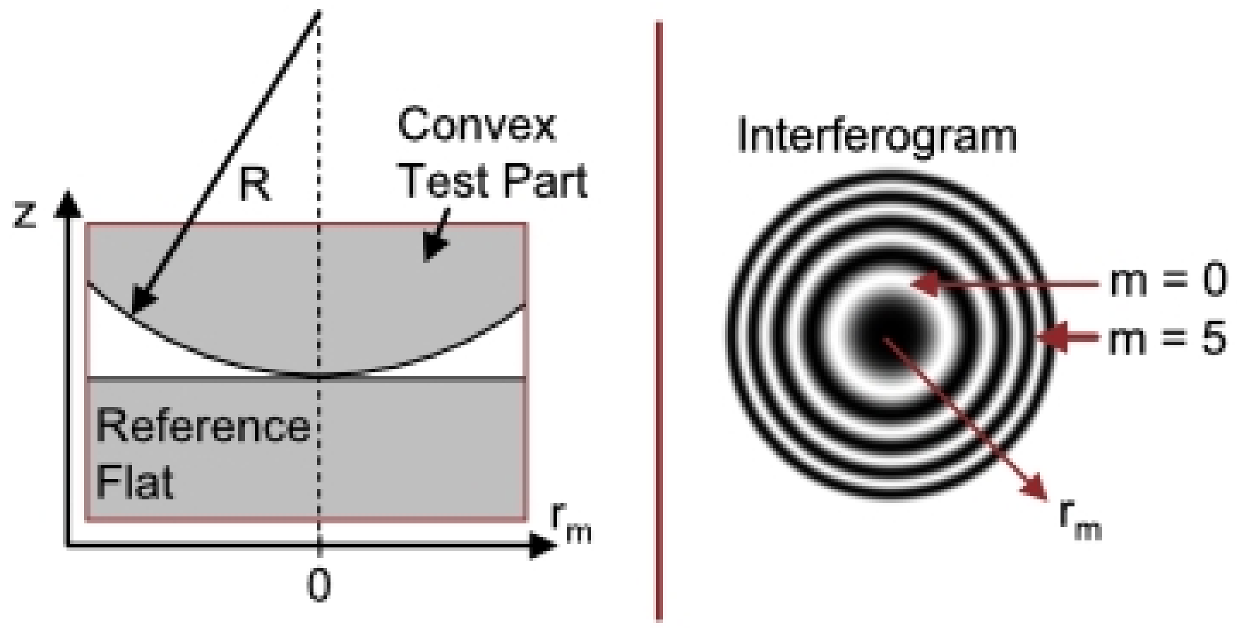
Разстоянието между два съседни пръстена е

$$\Delta m \approx 0{,}41 : 0{,}32 : 0{,}27$$

- Ако се измерят радиусите на два тъмни пръстена $k^{ти}$ и $m^{ти}$, може да се определи дължината на вълната:

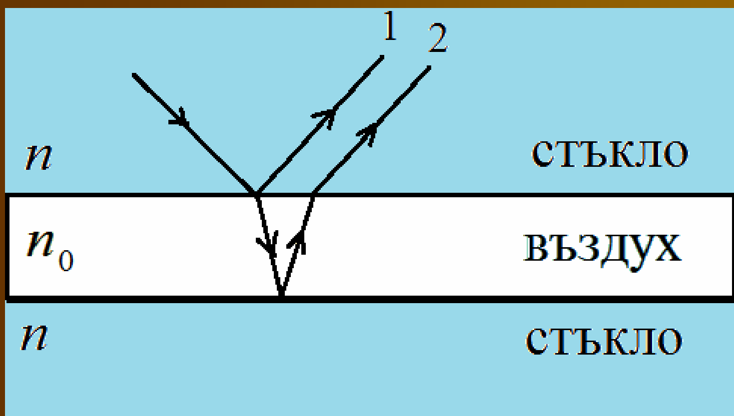
$$r_m^2 - r_k^2 = R.\lambda(m-k)$$

$$\boxed{\lambda = \frac{r_m^2 - r_k^2}{(m-k)R}}$$



$$R = \frac{r_m^2}{\lambda\left(m + \frac{1}{2}\right)}$$

Задача 1. Определете най-малката дебелина на въздушния слой, образуващ се между две плоски стъклени пластинки, при която при нормално падане на светлина с дължина на вълната λ=600 nm пластинките ще изглеждат тъмни.



$$\Delta = 2d\cos i_2 + \frac{\lambda}{2}$$

$$\cos i_2 = 1$$

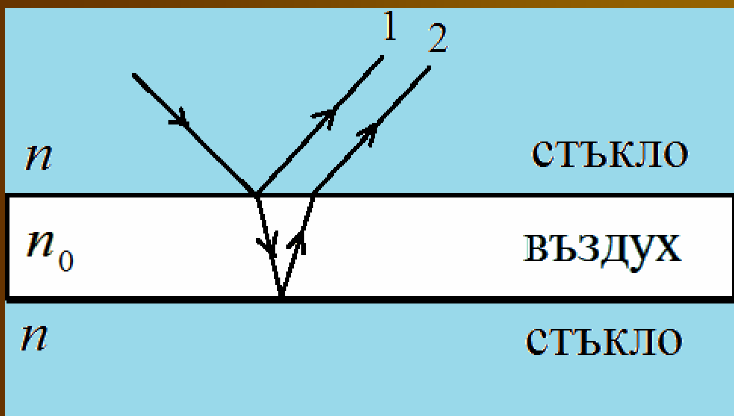
$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d = \frac{m\lambda}{2}$$

$$d = \frac{1.600.10^{-9}}{2} = 0{,}3.10^{-6}\ \mathrm{m} = 0{,}3\,\mu\mathrm{m}$$

Задача 2. Определете най-малката дебелина на въздушния слой, образуващ се между две плоски стъклени пластинки, при която при нормално падане на светлина с дължина на вълната $\lambda = 600$ nm пластинките ще изглеждат светли.



$$\Delta = 2d\cos i_2 + \frac{\lambda}{2}$$

$$\cos i_2 = 1$$

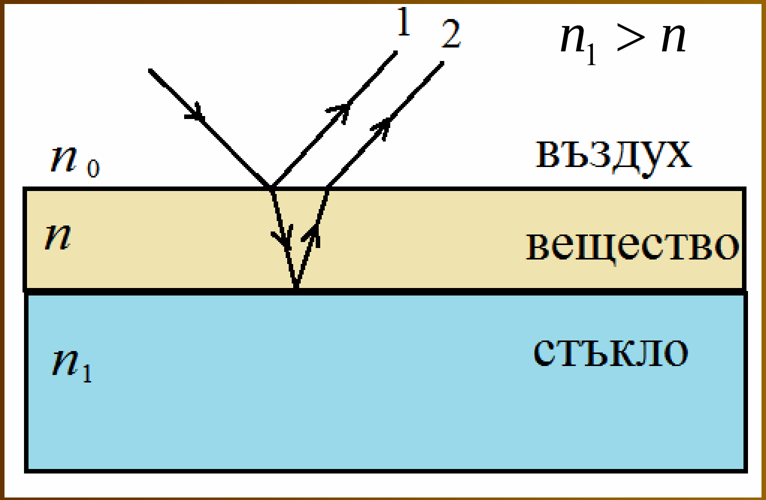
$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = m\lambda$$

$$d = \left(\mathrm{m} - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$$

$$d = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\frac{600.10^{-9}}{2} = 0{,}15.10^{-6}\ \mathrm{m} = 0{,}15\ \mu\mathrm{m}$$

Задача 3. Върху дебела стъклена пластинка, покрита с тънък слой вещество с показател на пречупване $n = 1{,}4$, пада нормално успореден сноп монохроматична светлина с дължина на вълната $\lambda = 0{,}6\,\mu\text{m}$. Отразената светлина е максимално намаляла вследствие на интерференцията. Определете минималната дебелина на слоя вещество.



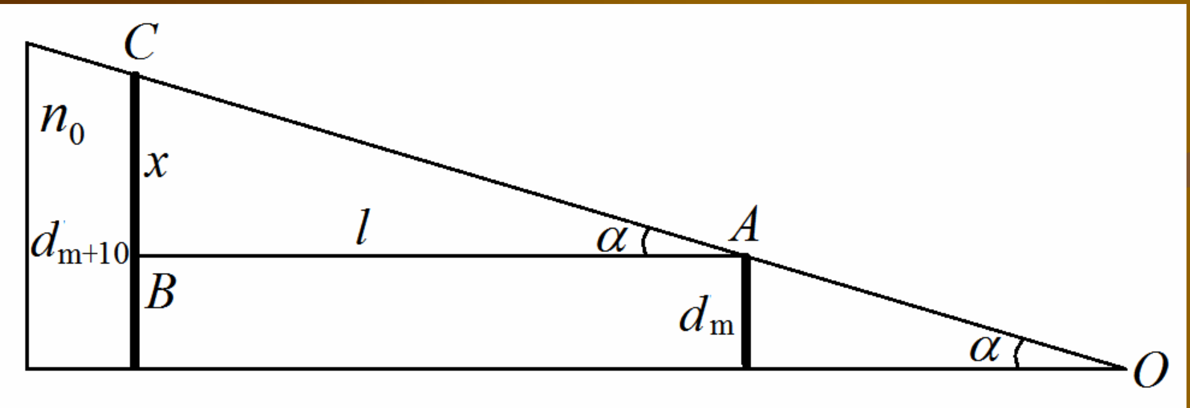
$$\Delta = 2dn\cos i_2 = (2\text{m}+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\prec i_2 = 0, \quad \cos i_2 = 1$$

$$2dn = (2\text{m}+1)\frac{\lambda}{2}$$

При $m = 0$: $$d = \frac{\lambda}{4n} = \frac{600.10^{-9}}{4.1{,}4} = 1{,}1.10^{-7}\,\text{m} = 0{,}11\,\mu\text{m}$$

Задача 4. Светлина с дължина на вълната $\lambda = 0{,}6\,\mu\text{m}$ пада нормално на повърхността на въздушен клин. Броят тъмни интерференчни линии, падащи се на 1 cm е 10. Определете пречупващия ъгъл на клина.



$$\Delta = 2d_m\sqrt{n_0^{\,2} - \sin^2 i_1} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$i_1 = 0, \quad \sin i_1 = 1$$

$$d_m = \frac{m\lambda}{2n_0}$$

За ΔABC $$tg\alpha = \frac{x}{l} = \frac{d_{m+10} - d_m}{l}$$

$$tg\alpha = \alpha$$

$$\alpha = \frac{\dfrac{(m+10)\lambda}{2n_0} - \dfrac{m\lambda}{2n_0}}{l} = \frac{5\lambda}{n_0 l}$$

$$\alpha = \frac{5.0{,}6.10^{-6}}{1.10^{-2}} = 3.10^{-4}\,\text{rad} = 1{,}03'$$

$$1' = 2{,}9.10^{-4}\,\text{rad}$$