


ОСНОВНИ ПОНЯТИЯ В ГЕОМЕТРИЧНАТА ОПТИКА



Лектор: проф. д-р Т. Йовчева

1. Основни понятия и определения в геометричната оптика

✓ а) Устройството на голям брой оптични прибори се основава на представата за светлинни лъчи, които се разпространяват равномерно в еднородно вещество и изпитват отражение и пречупване на граничната повърхност.

Раздел от оптиката, който разглежда теорията на такива прибори – лъчева или геометрична оптика.

◆ **От гледна точка на вълновите представи оптичната система:**

- ◆ изменя формата на вълната
- ◆ ограничава фронта на вълната, водещо към дифракция, която налага принципни ограничения върху качеството на оптичното изображение.

◆ **От гледна точка на лъчевата оптика, оптичната система:**

- ◆ изменя пространствените /телесните/ ъгли
- ◆ в границите на тези телесни ъгли се разпространяват лъчите, изхождащи от обекта

✓ б) Общи свойства на лъчите и основни понятия

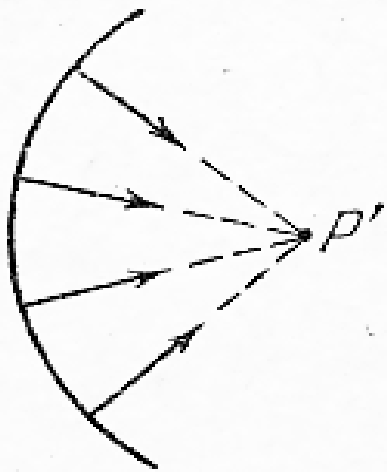
В ГО **светещата точка** и **светлинните лъчи** са математически понятия.

Съвкупност от лъчи – светлинен сноп.

Светлинните лъчи могат да се разглеждат излизащи от точка /или събиращи се в точка/ в математичен смисъл. В този случай говорим за точков източник /или за точков образ/.

В лъчевата оптика реалният източник на светлина може да се счита за точков, ако неговите размери са малки в сравнение с разстоянието от източника до оптичната система. Например – звездите.

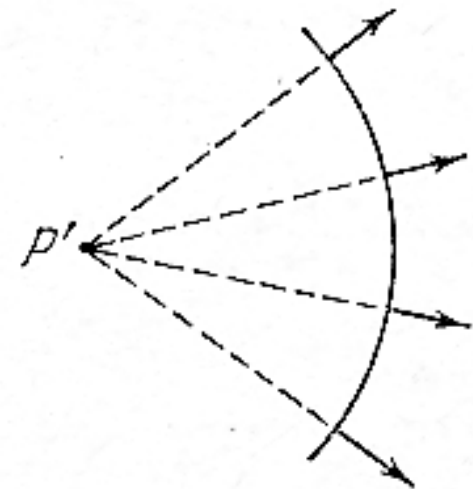
👉 б.1 Хомоцентричен сноп



Сходящ сноп

Ако лъчите или техните продължения се пресичат в една точка – снопът е **хомоцентричен**.

На хомоцентричния сноп съответства сферична вълнова повърхност.

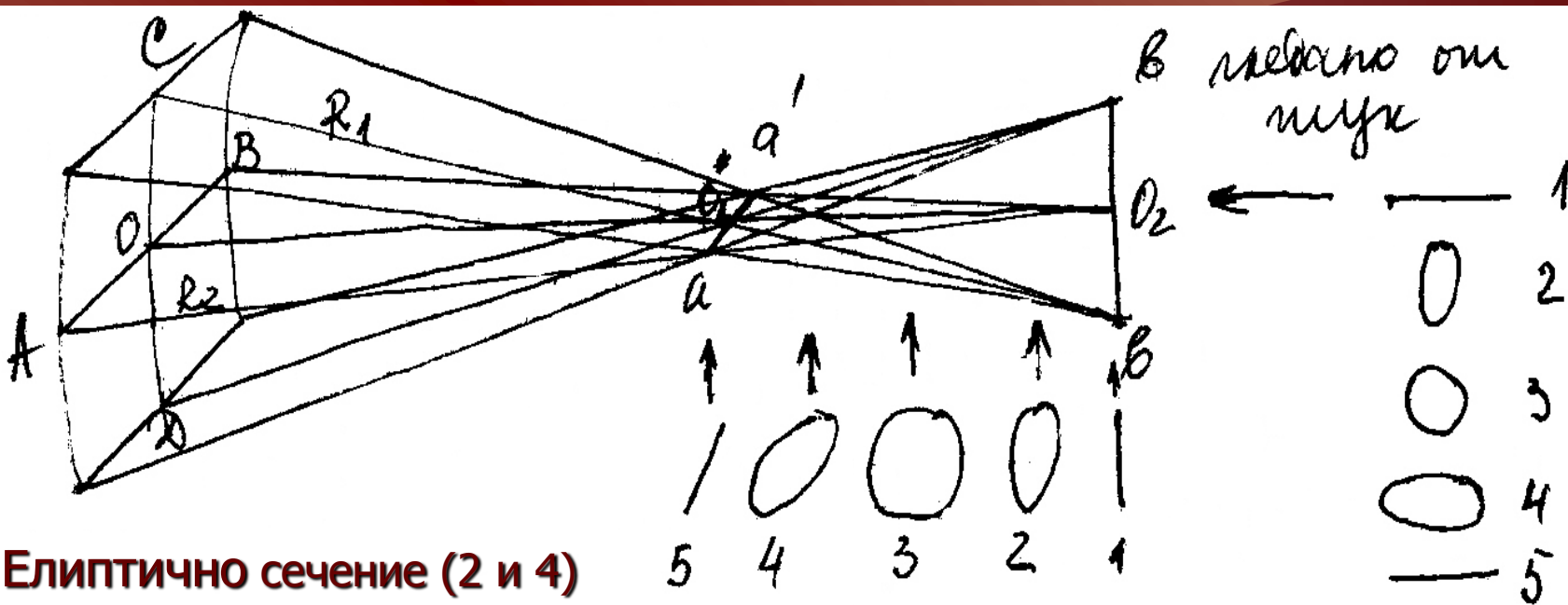


Разходящ сноп

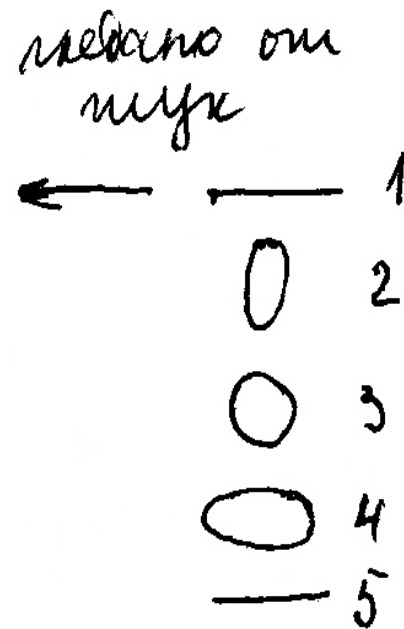
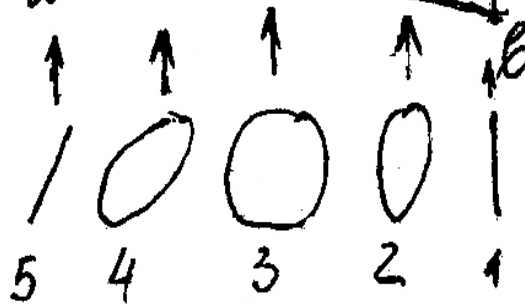
Частен случай на хомоцентричен сноп – **сноп успоредни лъчи**.

👉 6.2 Астигматичен сноп

Разглеждаме елемент от произволна крива повърхност. Пресичането на лъчите става не в една точка, а в съвкупност от точки, лежащи на два праволинейни взаимно перпендикулярни отрязъка aa' и bb' .



Елиптично сечение (2 и 4)



Едно от сеченията е кръгово (3) – **кръг на най-малко разсейване.**

Разстоянието между aa' и bb' – **астигматична разлика.**

Колкото е по-малка астигматичната разлика, толкова по-близо се разполагат и са по-къси линиите aa' и bb' .

👉 **6.3** Всяка оптична система преобразува светлинните снопове.

Ако системата не нарушава хомоцентричността на сноповете, то лъчите излезли от една точка P ще се пресекат в т. P' .

Тази точка представлява оптичен образ на P .



Ако всяка точка от предмета се изобразява във вид на точка – **образът се нарича точков или стигматичен.**

☞ 6.4 Образът е:

Действителен - ако в т. P' се пресичат действително самите лъчи;

Недействителен – ако в т. P' се пресичат продълженията на лъчите, в посока обратна на посоката на разпространение на самите лъчи. Действителният образ непосредствено осветява дадената точка, недействителният – не.

☞ 6.5 Поради **обратимостта на светлинните лъчи** източникът на светлина P и образът P' могат да разменят ролите си – точков източник, поставен в P' ще даде образ в P .

P и P' – спрегнати точки.

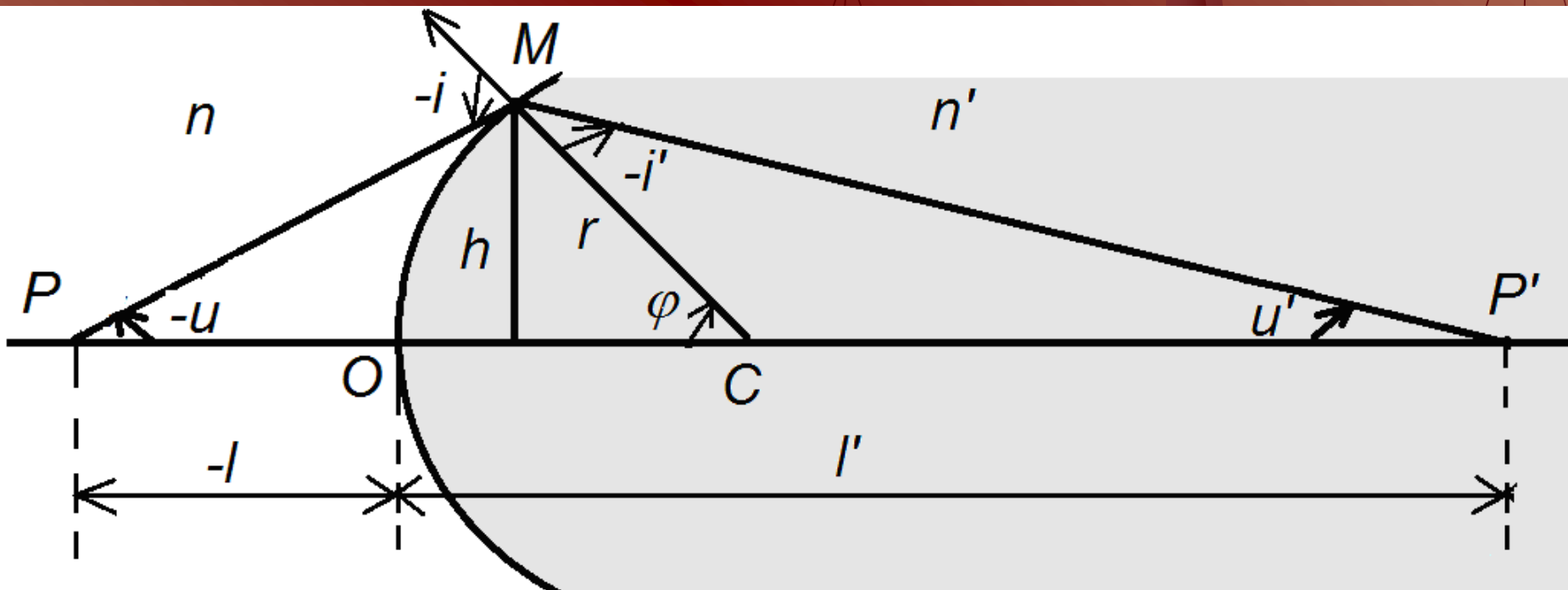
☞ **6.6** *Оптична система, даваща стигматичен образ*, геометрически подобен на изобразявания предмет се нарича *идеална*.

☞ **6.7** В качеството на пречупващи повърхности се използват най-често плоски или сферични повърхности, като материал за оптичните прибори се използва предимно стъкло.

☞ **6.8** При отражение от плоска повърхност хомоцентричният сноп остава хомоцентричен; при пречупване от плоска повърхност хомоцентричният сноп става астигматичен

2. Пречупване от една сферична повърхност

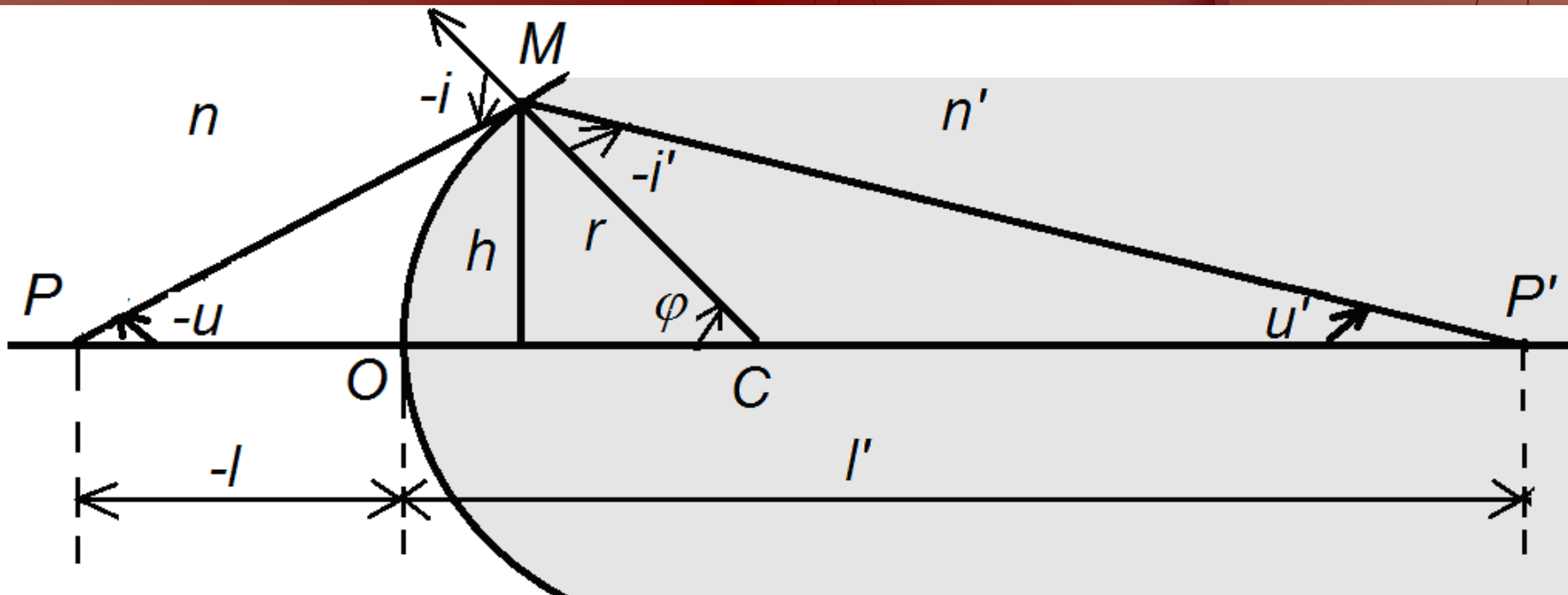
Разглеждаме две еднородни прозрачни вещества с коефициент на пречупване n и n' , разделени със сферична повърхност с радиус r

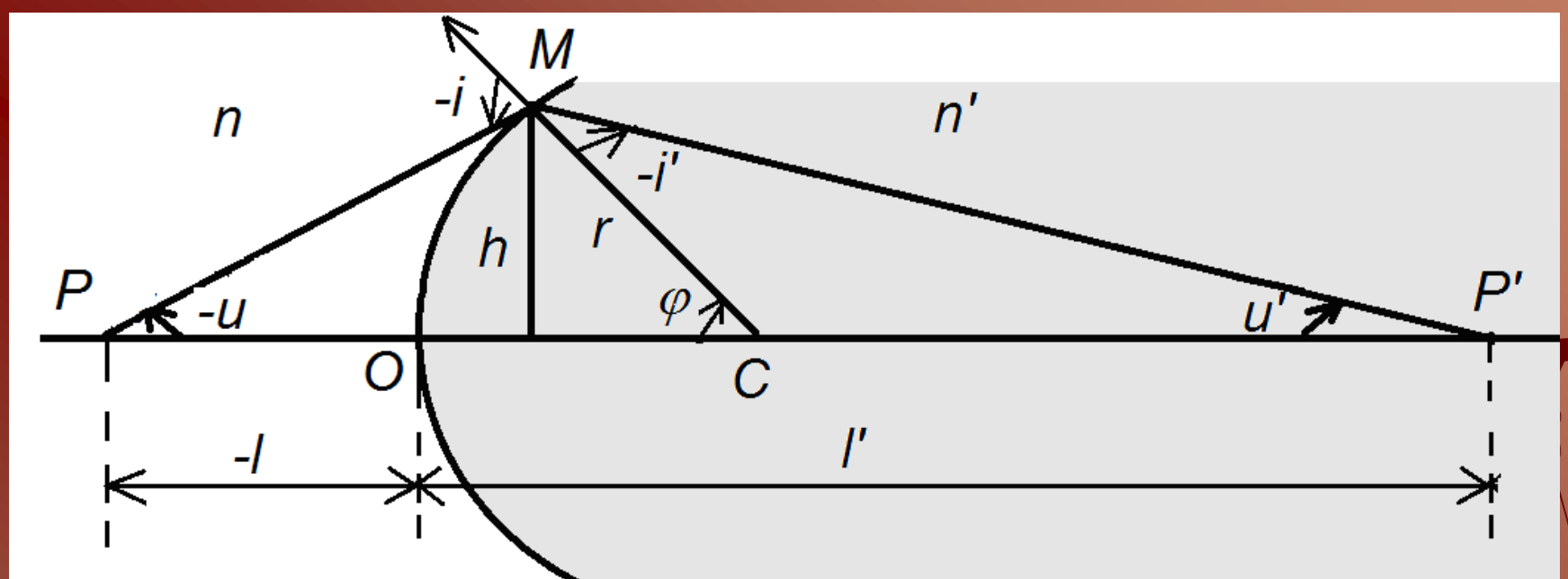


✓ а) Предварителни понятия

👉 **Главна оптична ос** – правата, минаваща през точковия източник P и центъра на кривината на повърхността C , т.е PC .

👉 **Параксиални лъчи** - лъчите разположени близо до главната оптична ос и сключващи малки ъгли с нея, така че \sin и tg могат да се заменят със самите ъгли, а \cos – с единица.





👉 Правило за знаците

Дължините отчитаме от върха на пречупващата повърхност т.О и ги считаме за положителни (+), ако са насочени в посока на разпространение на светлината, (-) – в обратна посока.

Ъглите отчитаме от главната оптична ос или нормалата към сферичната повърхност и ги считаме за

(+) – по часовата стрелка;

(-) – обратно на часовата стрелка.

Нулев инвариант на Аббе

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \quad 1$$

Величината, стояща отдясно в ур. (1) зависи само от коефициентите на пречупване на разглежданите вещества и радиуса на кривината на повърхността, която ги разделя, т.е тя е величина постоянна и има измерение на обратна дължина.

Тази величина ще бележим с Φ и ще наречем **оптична сила на пречупващата повърхност.**

$$\Phi = \frac{n' - n}{r} \quad (2)$$

Формула (1) може да се напише и във вида:

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \Phi \quad (3)$$

Анализ на (3):

1) Ако $l = const$

$$l' \approx \frac{1}{\Phi}$$

, т. е. лъчите се пречупват по-силно, колкото е по-голяма оптичната сила;

2) Ако $l = const$ $\Phi = const$

$l' = const$, независимо от ъгъла.

Следователно, за параксиалните лъчи хомоцентричния сноп след пречупване от сферичната повърхност остава хомоцентричен, т. е. оптичната система, образувана от сферичната повърхност за параксиалните лъчи е идеална.

✓ в) Фокусни разстояния

Разглеждаме сноп успоредни лъчи, т. е. $l = \infty$

$$\text{От } \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow ?$$

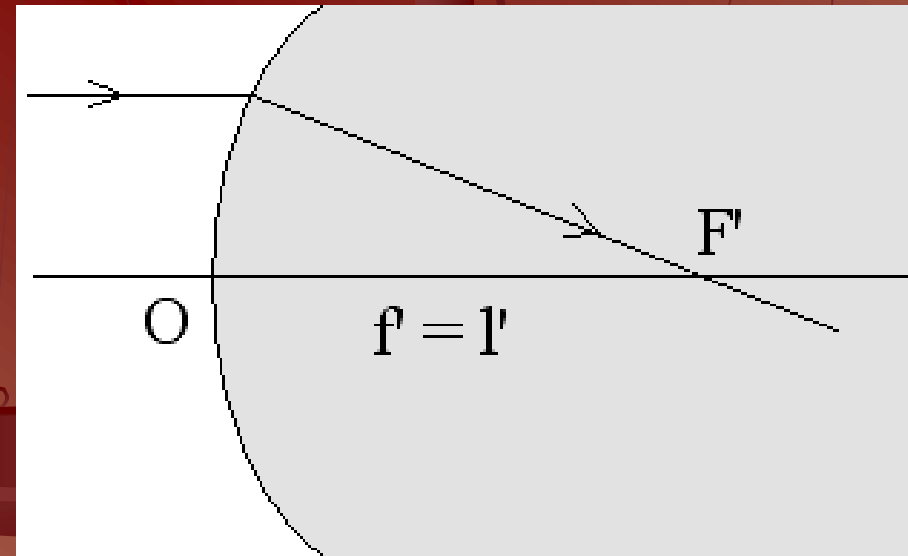
$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{\infty} = \frac{n' - n}{r}$$

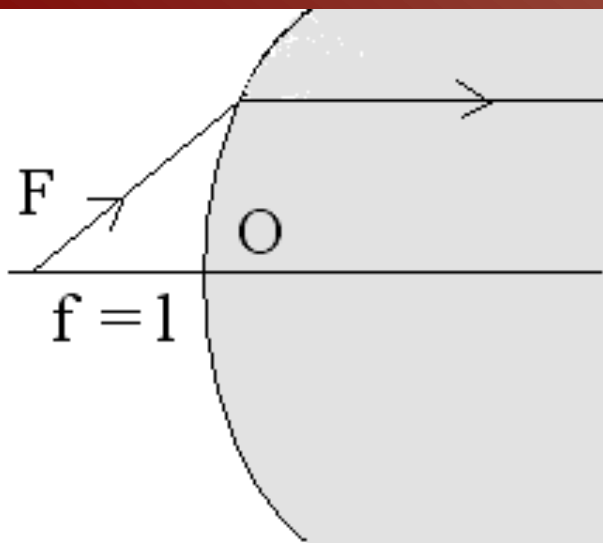
$$l' = \frac{n'}{n' - n} r \quad (5)$$

☞ **Втори главен фокус F'** на пречупващата повърхност – точката, където се пресичат след пречупване лъчите, падащи върху сферичната повърхност във вид на успореден сноп.

☞ **Второ главно фокусно разстояние f'** – разстоянието от върха на пречупващата повърхност O до втория главен фокус F' . т.е. $f' = l'$ при $l \rightarrow \infty$

$$f' = \frac{n'}{n' - n} \cdot r \quad (6)$$





$$\text{От } \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow l = ?$$

$$\frac{n'}{\infty} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

$$f = \frac{n}{n' - n} \cdot r \quad (7)$$

☞ **Първи главен фокус F** на пречупващата повърхност - тази точка при поставянето, в която на точков източник, след пречупването възниква успореден сноп лъчи .

☞ **Първо главно фокусно разстояние f** - разстоянието от върха на пречупващата повърхност т.О до F.

От

$$f' = \frac{n'}{n' - n} \cdot r$$

$$f = \frac{n}{n' - n} \cdot r$$

\Rightarrow

$$\frac{f'}{f} = ?$$

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \quad (8)$$

Анализ на (11):

- 1) Главните фокусни разстояния са пропорционални на коефициента на пречупване на веществото, в което лежат фокусите;
- 2) Знак (-): главните фокусни разстояния лежат от различни страни на пречупващата повърхност.

$$f = \frac{n}{n' - n} \cdot r$$

$$f' = \frac{n'}{n' - n} \cdot r$$

$$\Phi = \frac{n' - n}{r}$$

✓ д) Връзка между f , f' и Φ

$$\Phi = \frac{n' - n}{r} \cdot \frac{n'}{n'} = \frac{n'}{f'}$$

$$\Phi = \frac{n' - n}{r} \cdot \frac{n}{n} = -\frac{n}{f}$$

\Rightarrow

$$\Phi = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \quad (9)$$

✓ в) Сферично огледало – формално $n' = -n$

От $n.i = n'.i'$ $i = -i'$ - закон за отражението

От (6) и (7) $\Rightarrow f' = f = -\frac{n}{(-n - n)} \cdot r$

От $-\frac{n}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{-n - n}{r}$ или $\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$

За параксиално приближение $f = \frac{r}{2} : \frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$

l е разстоянието от върха на огледалото до предмета,
 l' е разсоаянието от върха на огледалото до образа.

Ако $r \rightarrow \infty$, $l' = -l$ - плоско огледало.

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

Нулев инвариант на Аббе

$$\Phi = \frac{n' - n}{r}$$

Оптичесна сила на пречупващата повърхност

$$f = \frac{n}{n' - n} \cdot r$$

Първо главно фокусно разстояние

$$f' = \frac{n'}{n' - n} \cdot r$$

Второ главно фокусно разстояние

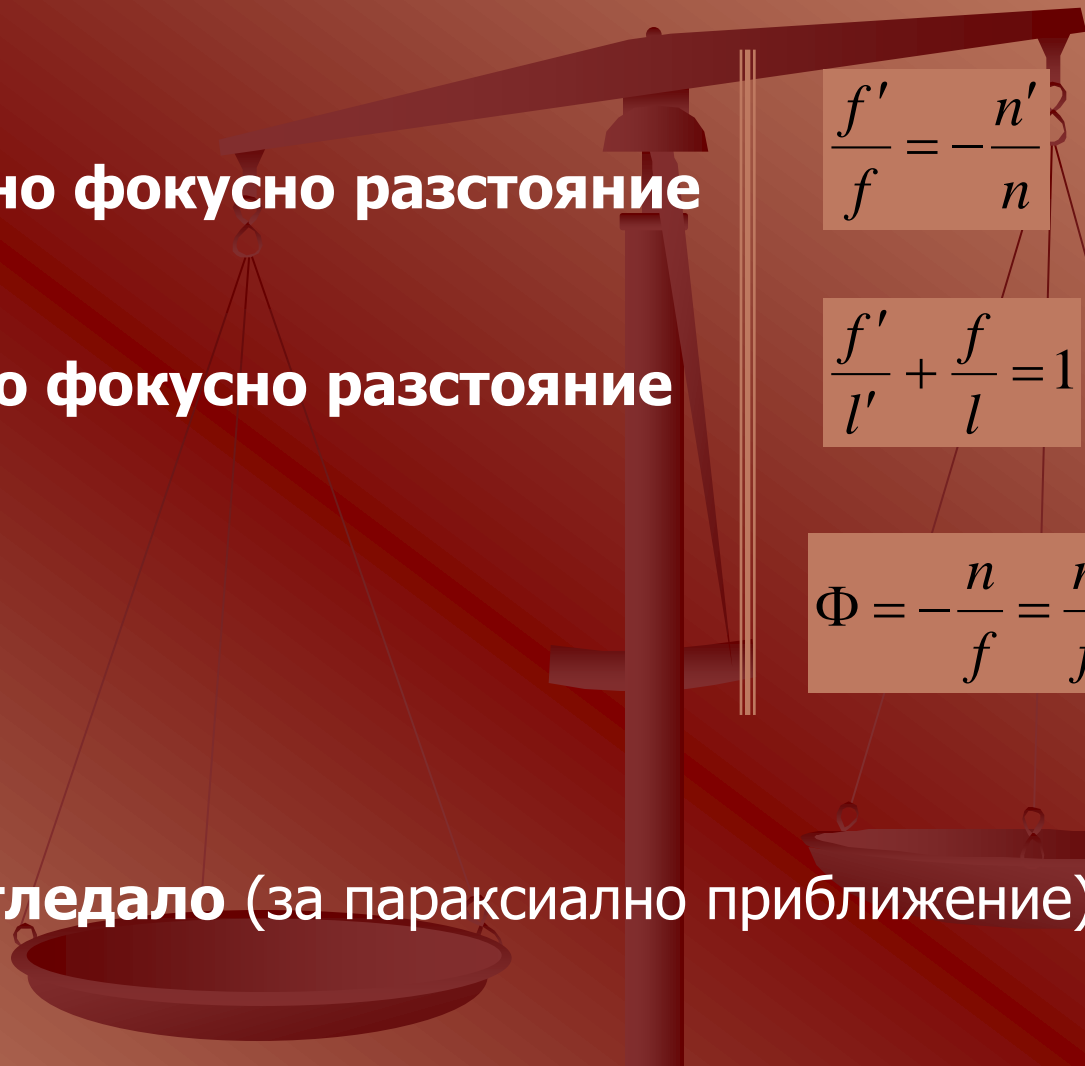
$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$$

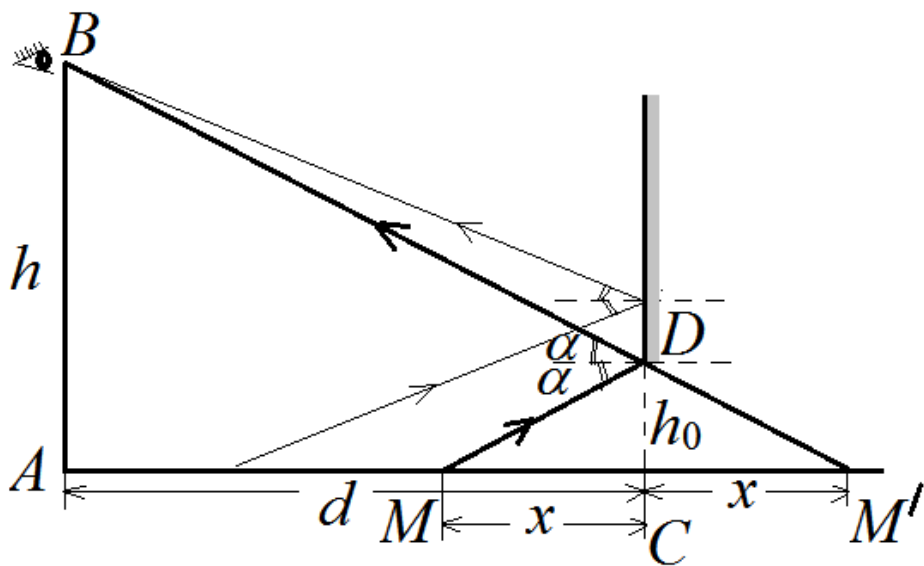
$$\Phi = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$$

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$

Сферично огледало (за параксиално приближение)



Задача 1. Човек, чиито очи се намират на височина $h = 1,5\text{ m}$ от пода, стои на разстояние $d = 2,5\text{ m}$ пред плоско вертикално огледало. Долният край на огледалото се намира на височина $h_0 = 45\text{ cm}$ над пода. Определете на какво разстояние от стената, на която е закрепено огледалото, се намира най-близката точка на пода, която човекът вижда в огледалото.



От подобие на $\triangle BM'A$ и $\triangle DM'C$:

$$\frac{h}{d+x} = \frac{h_0}{x}$$

$$hx = h_0(d+x)$$

$$x = \frac{h_0 d}{h - h_0}$$

$$x = \frac{0,45 \cdot 2,5}{1,5 - 0,45} = 1,07 \text{ m} = 107 \text{ cm}$$

Задача 2. Зъболекарско вдлъбнато огледало е разположено на разстояние $l = 2,1\text{cm}$ от зъба на пациента и дава прав образ на зъба, увеличен 5,5 пъти. Определете радиуса на кривината на огледалото.

Увеличението на предмета е: $M = -\frac{l'}{l}$ $l' = -Ml$

За вдлъбнато сферично огледало: $\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$ \rightarrow $\frac{1}{l} - \frac{1}{Ml} = \frac{2}{r}$

$$r = \frac{2Ml}{M - 1}$$

$$r = \frac{2 \cdot 5,5 \cdot 2,1 \cdot 10^{-2}}{5,5 - 1} = 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,1 \text{ cm}$$

Задача 3. На разстояние $l=2,3$ m от повърхността на посребрена сфера с диаметър $D = 60$ cm се намира някакъв предмет. Определете положението на образа.

Посребрената сфера се разглежда като изпъкнало огледало с радиус $D/2$:

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = -\frac{1}{f} = -\frac{4}{D}$$

$$\frac{1}{l'} = -\frac{4}{D} - \frac{1}{l} = -\frac{4l + D}{Dl} \Rightarrow l' = -\frac{Dl}{4l + D}$$

$$l' = -\frac{0,6 \cdot 2,3}{4 \cdot 2,3 + 0,6} = -0,14 \text{ m} = -14 \text{ cm}$$