

## КОХЕРЕНТНОСТ НА СВЕТЛИННИТЕ ВЪЛНИ

### 1. Видимост на интерференчната картина

Разглеждаме два случая на интерференция на две монохроматични, кохерентни вълни ( $\delta(t)=\text{const}$ ): с равни и с неравни амплитуди.

1сл.  $A_1=A_2=A_0$

$$I \approx A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos\delta$$

$$I_{\max} \approx A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 = 4A_0^2$$

$$I_{\min} \approx A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 = 0$$

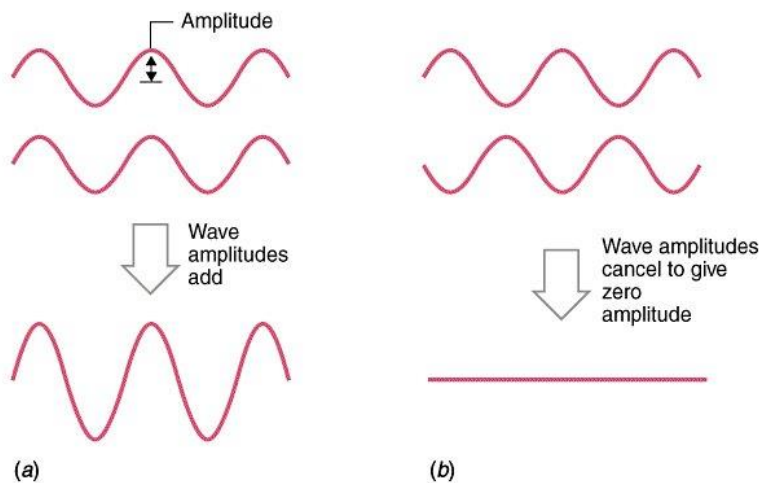
2сл.  $A_1 \neq A_2$

$$I_{\max} \approx A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 = (A_1 + A_2)^2$$

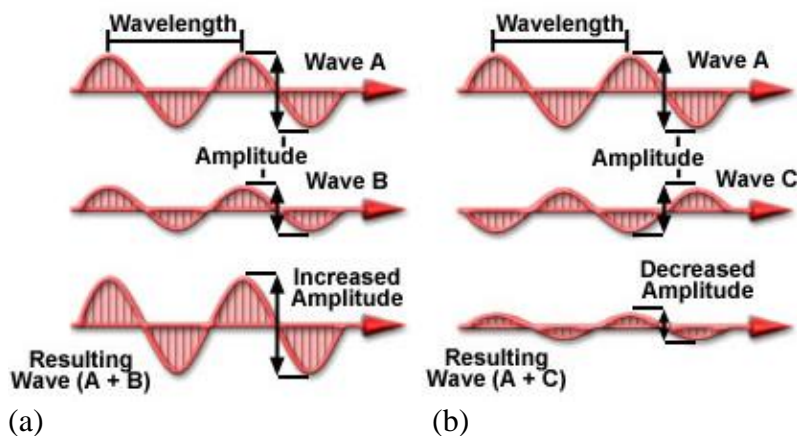
$$I_{\min} \approx A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 = (A_1 - A_2)^2$$

**Извод:**

**В първия случай** ( $A_1=A_2=A_0$ ) максималната осветеност (a) в интерференчната картина се редува с нулева осветеност (b).



**Във втория случай** ( $A_1 \neq A_2$ ) интерференчната картина се наслажда с равномерно осветен фон, пропорционален на  $(A_1 - A_2)^2$  или максималната осветеност (a) в интерференчната картина се редува с осветеност  $\sim (A_1 - A_2)^2$  (b).



Възможността за наблюдаване на контрастна интерференчна картина съществено зависи от този фон. За оценка на тази контрастност или видимост, Майкелсон въвежда параметъра  $V$  – **видимост на интерференчната картина**:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$I_{\max}$ ,  $I_{\min}$  - максимална и минимална осветеност на интерференчните линии около дадена точка от интерференчното поле.

**$V$  се изменя от 0 до 1.**

$V = 1$  – най-контрастна за кохерентни вълни интерференчна картина (за  $A_1 = A_2$ );

$V = 0$  – интерференцията изчезва;

$V \geq 0,1$  – човешкото око може да различава интерференчните линии;

$V = 0,1$  при  $I_{\min} \approx 0,82I_{\max}$ .

В разглеждания от нас случай  $V$  се определя само от съотношението между амплитудите на интерфериращите вълни: ( $A_1 \neq A_2$ )

$$V = \frac{4A_1 \cdot A_2}{2(A_1^2 + A_2^2)} = \frac{2A_2/A_1}{1 + (A_2/A_1)^2}$$

**$V$  може да зависи и от:**

- състоянието на поляризация на интерфериращите вълни;

- наличието на некохерентна светлина в състава на интерфериращите вълни.

Нека разгледаме интерференцията на две вълни с еднаква сумарна интензивност, които имат само част ( $\gamma$ ) кохерентна светлина.

$$I_1 = I_2 = \gamma \cdot I_1 + (1 - \gamma)I_1$$

1<sup>вият</sup> член – интензивност на кохерентната светлина;

2<sup>рият</sup> член – интензивност на некохерентната светлина

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta, \quad 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta - \text{интерференчен член}$$

Променящата се съставна част на осветеността на интерференчната картина се създава само от кохерентната част на светлината (последно събираемо).

$$I = 2 \cdot I_1 + 2\sqrt{(\gamma \cdot I_1)^2} \cos \delta = 2I_1 + 2I_1 \cdot \gamma \cdot \cos \delta$$

$$I = 2I_1(1 + \gamma \cdot \cos \delta) = 2I_1(1 - \gamma + 2\gamma \cos^2 \delta / 2)$$

Некохерентната част от светлината ( $1 - \gamma$ ) създава равномерно осветен фон, аналогично на това, което се получава при интерференцията на две кохерентни вълни с различни амплитуди. От горното уравнение  $\Rightarrow$

$$I_{\max} (\delta = 2\pi m) = 2.I_1(1 + \gamma)$$

$$I_{\min} [\delta = (2m + 1)\pi] = 2.I_1(1 - \gamma)$$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \gamma \rightarrow \text{частта на кохерентна светлина в интерфериращите вълни.}$$

### Извод:

Функцията на видимост на интерференчната картина, която може да се измери ( $I \approx A \approx E_0^2$ ,  $A$  - осветеност), позволява в такива случаи да се определи частта на кохерентната светлина, участваща в интерфериращите светлинни вълни.

$V=1$ , ако се наблюдава интерференция от точков източник на светлина, а излъчването, което той дава е монохроматично.

На практика:

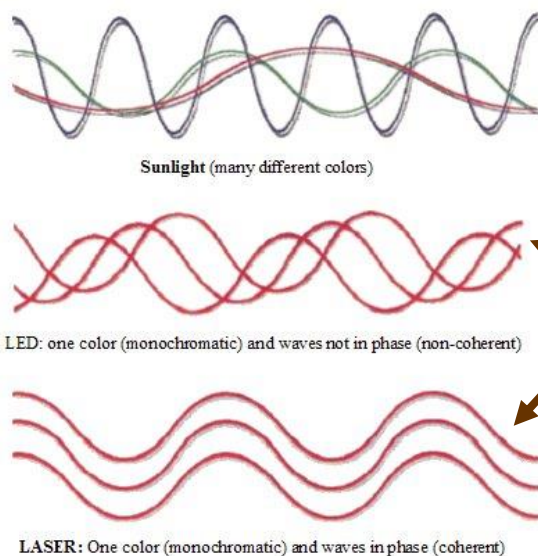
- 1) Източникът на светлина винаги има крайни размери;
- 2) Източникът не е напълно монохроматичен.

Тези две причини ограничават кохерентността и водят до снижаване на видимостта на интерференчната картина.

### Затова се въвежда два вида кохерентност

- **Временна** (свързана с излъчената ширина на линията)
- **Пространствена** (свързана с физическия размер на източника)

**Кохерентност** се нарича съгласуваното протичане на няколко трептения или вълнови процеси. Степента на тази съгласуваност е различна, за това се въвежда понятието степен на кохерентност на две вълни:  $\gamma/(1-\gamma)$



Кохерентни в класическия смисъл са две вълни, които имат:

- една и съща честота
- запазват постоянна разликата във фазите си за времето на наблюдение.

## Условия за кохерентност ( $V=1$ )

- $\vec{k}_{01} = \vec{k}_{02}$  - вълните са излъчени от точков източник, пространствена кохерентност;
- $\omega_1 = \omega_2$  - вълните са напълно монохроматични, временна кохерентност;
- $\delta(t) = \text{const}$ ;
- $A_{01} = A_{02}$ ;
- еднаква поляризация;
- $A_{01}, A_{02} = \text{const}$ .

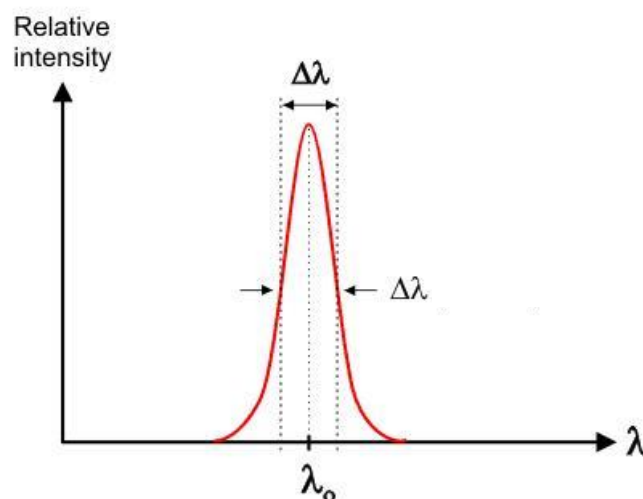
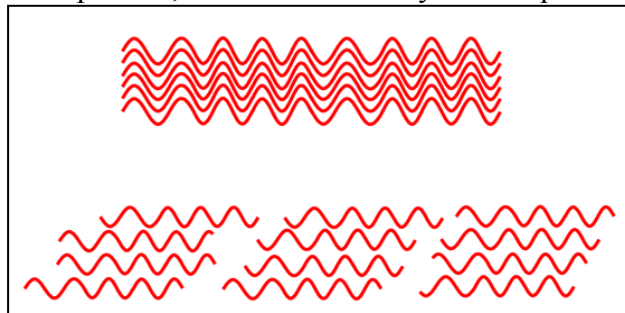
### 2. Временна кохерентност

Строго монохроматичната вълна е силно идеализирана.

Всяка реална светлинна вълна е образувана от сумиране на трептения с честоти (или дължини на вълните), заключени в краен честотен интервал  $\Delta\omega$  (или  $\Delta\lambda$  съответно).

Даже за монохроматична (едноцветна) вълна излъчваните от атомите спектрални линии имат естествена ширина  $\Delta\omega \approx 10^8 \text{ rad/s}$  ( или  $\Delta\lambda \approx 10^{-4} \text{ \AA}$ ). Освен това амплитудата  $A$  и фазата  $\alpha$  претърпяват с времето случайни, хаотични изменения т.е.  $A_i(t)$ ,  $\omega_i(t)$ ,  $\alpha_i(t)$ .

Крайната стойност на излъчвания интервал  $\Delta\omega$  (или  $\Delta\lambda$ ) се определя от това, че ЕМВ не е безкрайна във времето, а се излъчва на цугове с продължителност  $\tau \sim 10^{-8} \text{ с}$ .



Ширината на спектралния интервал, излъчван от източника е обратен на продължителността на цуга.

$$\Delta\nu \cdot \tau \approx 1, \Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$$

Или фазовата разлика за време  $\tau$  се изменя с  $\pi$

$$\delta(t + \tau_{\text{кох}}) - \delta(t) = \Delta\omega \cdot \tau \approx \pi \Rightarrow \tau \approx \frac{\pi}{\Delta\omega} \approx \frac{1}{\Delta\nu}$$

Въвеждането на разлика в хода между два лъча е еквивалентно на задържане на единия от тях във времето. За това способността на светлинните трептения от една точка на изходния сноп (лъч), (т.е от една точка на източника на светлина) към интерференция след разделянето му и събирането на двата снопа с някаква разлика в хода се нарича временна кохерентност. Тази разлика не трябва да е по-голяма от дължината на цуга.

Максималната разлика в хода (на оптичните пътища), при която е възможна интерференция се нарича дължина на кохерентност на излъчването  $l$ , а съответното закъснение – време на кохерентност  $\tau$

$$l = c \cdot \tau$$

Трябва:  $\Delta \leq l$

$\tau$  - време на излъчване (продължителност на цуга), време за което случайното изменение на фазата на вълната  $\alpha(t)$  е  $\pi \Rightarrow \delta(\tau) = \Delta\omega \cdot \tau \sim \pi$

$l$  – дължина на цуга, разстоянието, на което случайното изменение на фазата е  $\pi$ .

$$\lambda = c \cdot T, T = \frac{1}{\nu}, \nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta\nu = -\frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda$$

$$l = c \cdot \tau = \frac{c}{|\Delta\nu|} = \frac{c}{c} \cdot \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$l = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$\tau = \frac{l}{c} = \frac{\lambda^2}{c \cdot \Delta\lambda}$$

### Извод:

За наблюдаване на контрастна интерференция, разликата в оптичните пътища трябва да бъде много по-малка от дължината на кохерентност. Когато  $\Delta$  достигне до  $l$ , то ивиците стават неразличими. Следователно, пределният (граничният) най-голям брой наблюдавани интерференчни линии е:

$$l = \Delta = m_{\text{гр.}} \cdot \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow m_{\text{гр.}} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Броят интерференчни линии нараства с намаляването на интервала за дължини на вълни  $\Delta\lambda$

$$\Delta \ll l \quad l = c \cdot \tau \quad \frac{\Delta}{c} \ll \tau$$

При голяма разлика в оптичните пътища  $\Delta$  е необходимо голямо време на излъчване  $\tau$ .

### 3. Пространствена кохерентност

Съгласно формулата:

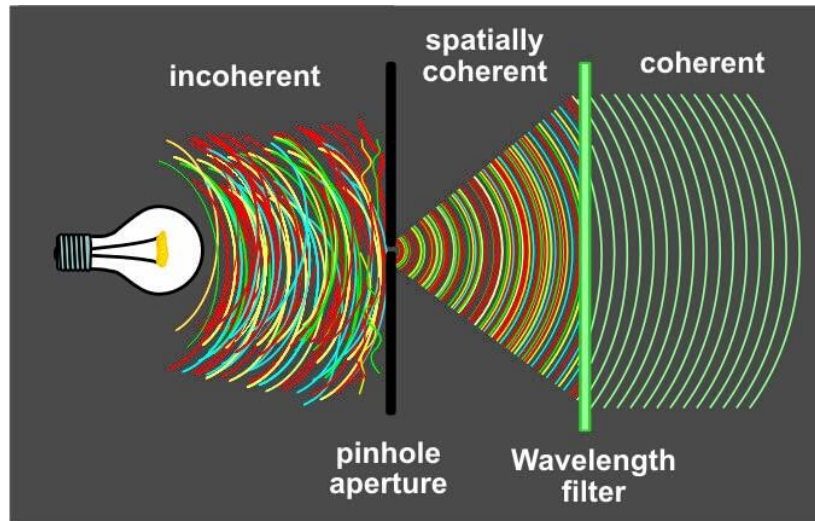
$$k = \frac{\omega}{v_\phi} = \frac{n \cdot \omega}{c} \rightarrow \Delta k = \frac{n}{c} \Delta \omega$$

Интервалът честоти  $\Delta \omega$  съответства на интервала, в който се изменят стойностите на  $k$ . Установихме, че временната кохерентност се определя от стойностите на  $\Delta \omega$ , т.е.

$\tau \approx \frac{\pi}{\Delta \omega} \approx \frac{1}{\Delta \nu} \Rightarrow$  тя е свързана с  $\Delta k$  - интервалът, в който се изменят стойностите на вълновия вектор  $|\vec{k}|$

$$\tau \approx \frac{\pi}{|\Delta \vec{k}|}$$

Пространствената кохерентност е свързана с изменение на направлението на  $\vec{k}$ , което е свързано с единичния вектор  $\vec{k}_0$ , определящ направлението на  $\vec{k}$ .



Различни  $\vec{k}_0$  са възможни, ако вълните се излъчват не от точков източник, а от различни точки на протяжен неточков източник с размер  $d=AB$ .

За да се наблюдава отчетлива интерференчна картина, ъгловите размери на източника  $\varphi$  трябва да са:

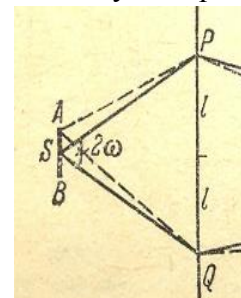
$$\varphi \leq \frac{\lambda}{2d}$$

Следователно:

Пространствената кохерентност характеризира способността на светлинните трептения от две пространствено отдалечени точки от някакво напречно сечение на снопа към създаване на стационарна интерференчна картина. Разстоянието между отворите  $S_1$  и  $S_2$  (опит на Юнг), при което може да се наблюдава интерференцията е:

$$d < \frac{\lambda}{\varphi}$$

$$\varphi = \frac{AB}{SO}$$



Въвеждат се понятията:

- радиус на кохерентност:  $r = \frac{\lambda}{2\varphi}$

- площ на пространствена кохерентност:  $\sigma = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot \lambda^2}{4\varphi^2}$

- Обем на кохерентност:

$$V = \sigma \cdot l_{\text{кох}}, \quad l_{\text{кох}} - \text{дължина на временна кохерентност}$$

$$V = \frac{\pi \cdot \lambda^2}{4\varphi^2} \cdot \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{\pi \cdot \lambda^4}{4} \cdot \frac{1}{\varphi^2 \cdot \Delta\lambda} - \text{в този обем трептенията са временно и пространствено кохерентни.}$$

При строго монохроматична светлина ( $\Delta\omega = 0$ ) всички нарушения на кохерентността носят чисто пространствен характер, т.е. те са свързани с разхвърляност в посоките на  $\vec{k}$ . Вълните са временно кохерентни.

За строго плоска вълна посоките са еднакви. Вълните са пространствено кохерентни ( $\sigma \rightarrow \infty$ ).