

ОСНОВНИ ПОНЯТИЯ В ГЕОМЕТРИЧНАТА ОПТИКА

1. Основни понятия и определения в геометричната оптика

а) Устройството на голям брой оптични прибори се основава на представата за светлинни лъчи, които се разпространяват равномерно в еднородно вещество и изпитват отражение и пречупване на граничната повърхност.

Раздел от оптиката, който разглежда теорията на такива прибори – лъчева или геометрична оптика.

Във вълновата оптика винаги е необходимо да се отчита, че източникът на светлина има крайна повърхност /площ/, дори ако тази повърхност е много малка. Излъчваната от източника на светлина енергия е пропорционална на площта на източника и се стреми към нула, ако неговата площ се стреми към нула. **НО!** В математичен смисъл, светлинните лъчи могат да се разглеждат, като излизащи от точка /или събиращи се в точка/. В този случай говорим за точков източник /или за точков образ/.

В лъчевата оптика реалният източник на светлина може да се счита за точков, ако неговите размери са малки в сравнение с разстоянието от източника до оптичната система. Например – звездите.

В изотропна среда лъчите съвпадат с нормалите към вълната. Изменението на формата на вълновия фронт предизвикано от действието на оптичната система може да се представи като резултат от изменението на посоките на лъчите при пречупване или отражение на светлината на граничните повърхности на оптичната система.

Следователно:

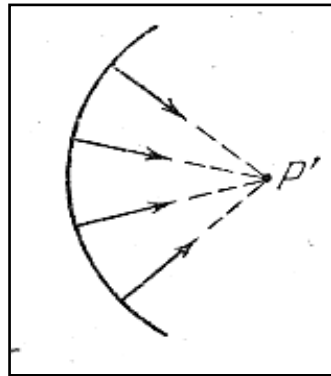
- От гледна точка на вълновите представи оптичната система:
 - изменя формата на вълната
 - ограничава фронта на вълната, водещо към дифракция, която налага принципни ограничения върху качеството на оптичното изображение.

- От гледна точка на лъчевата оптика, оптичната система:
 - изменя пространствените /телесните/ ъгли
 - в границите на тези телесни ъгли се разпространяват лъчите, изхождащи от обекта

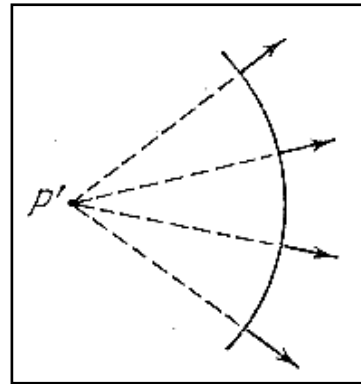
б) Общи свойства на лъчите и основни понятия

В ГО светещата точка и светлинните лъчи са математически понятия.
Съвкупност от лъчи – светлинен сноп.

6.1 Хомоцентричен сноп – ако лъчите или техните продължения се пресичат в една точка – снопът е хомоцентричен. На хомоцентричния сноп съответства сферична вълнова повърхност.



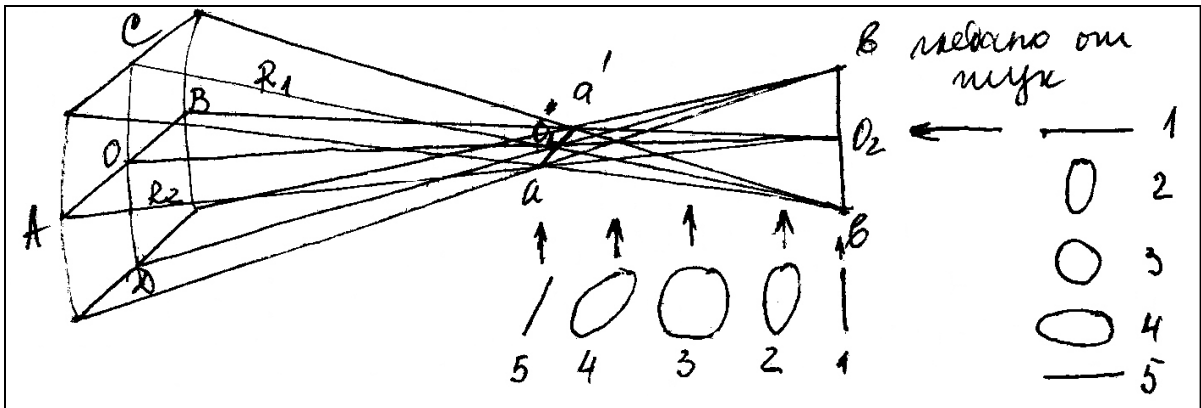
Сходящ сноп



Разходящ сноп

Частен случай на хомоцентричен сноп – сноп успоредни лъчи.

6.2 Астигматичен сноп – разглеждаме елемент от произволна крива повърхност



Пресичането на лъчите става не в една точка, а в съвкупност от точки, лежащи на два праволинейни взаимно перпендикулярни отрязъка aa' и bb' .

Такъв сноп е астигматичен.

Разстоянието между aa' и bb' - астигматична разлика.

Колкото е по-малка астигматичната разлика, толкова по-близко се разполагат и са по-къси линиите aa' и bb' .

При пресичането на астигматичния сноп с равнина, перпендикулярна към неговата ос се получава елиптично сечение (2 и 4).

Едно от сеченията е кръгово (3) – кръг на най-малко разсейване.

6.3 Всяка оптична система преобразува светлинните снопове.

Ако системата не нарушава хомоцентричността на сноповете, то лъчите излезли от една точка P ще се пресекат в т. P' . Тази точка представлява оптичен образ на P .

Ако всяка точка от предмета се изобразява във вид на точка – **образът се нарича точков или стигматичен**.



6.4 Образът е:

действителен - ако в т. P' се пресичат действително самите лъчи;

недействителен – ако в т. P' се пресичат продълженията на лъчите, в посока обратна на посоката на разпространение на самите лъчи.

Действителният образ непосредствено осветява дадената точка, недействителният – не.

6.5 Поради **обратимостта на светлинните лъчи** източникът на светлина P и образът P' могат да разменят ролите си – точков източник, поставен в P' ще даде образ в P .

P и P' са спрегнати точки.

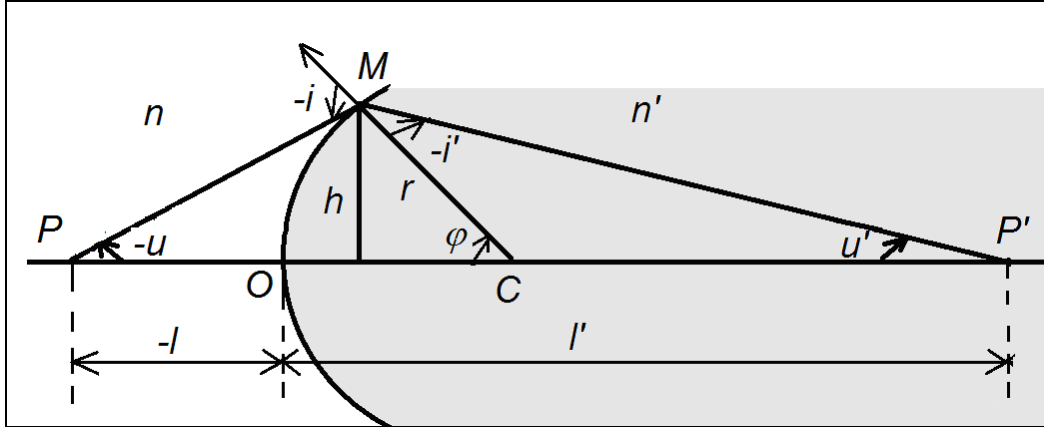
6.6 **Оптична система, даваща стигматичен образ**, геометрически подобен на изобразявания предмет се нарича **идеална**.

6.7 В качеството на пречупващи повърхности се използват най-често плоски или сферични повърхности. Материалът, използван за оптичните прибори е предимно стъкло.

6.8 При отражение от плоска повърхност хомоцентричният сноп остава хомоцентричен; при пречупване от плоска повърхност хомоцентричният сноп става астигматичен

2. Пречупване от една сферична повърхност

Разглеждаме две еднородни прозрачни вещества с коефициент на пречупване n и n' , разделени със сферична повърхност с радиус r .



а) Предварителни понятия

- **Главна оптична ос** – правата, минаваща през точковия източник P и центъра на кривината на повърхността C , т.е PC .

- **Параксиални лъчи** - лъчите разположени близо до главната оптична ос и сключващи малки ъгли с нея, така че \sin и \tan могат да се заменят със самите ъгли, а \cos – с единица.

- **Правило за знаците** –

Дължините отчитаме от върха на пречупващата повърхност $T.O$ и ги считаме за:

- положителни (+), ако са насочени в посока на разпространение на светлината,
- отрицателни (-) – в обратна посока.

Ъглите отчитаме от главната оптична ос или нормалата към сферичната повърхност и ги считаме за

- положителни (+) – по часовата стрелка;
- отрицателни (-) – обратно на часовата стрелка.

б) Извод:

От закона за пречупването: $n \cdot \sin(-i) = n' \cdot \sin(-i')$ или

$$-n \cdot i = -n' \cdot i' \quad (1)$$

Разглеждаме параксиални лъчи - $\sin i = i$; $\sin i' = i'$

$$n \cdot i = n' \cdot i' \quad (2)$$

От $\triangle PMC$, $-i = \varphi - u \rightarrow i = u - \varphi$;

$\triangle CMP'$ $\varphi = u' - i' \rightarrow -i' = \varphi - u'$, заместваме в (2) \rightarrow

$$n(u - \varphi) = n'(u' - \varphi) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{h}{-l} &= \operatorname{tg}(-u) = -u \rightarrow u = \frac{h}{l} \\ \text{Но } \frac{h}{l'} &= \operatorname{tg}(u') = u' \rightarrow u' = \frac{h}{l'} \\ \frac{h}{r} &= \sin \varphi = \varphi \rightarrow \varphi = \frac{h}{r} \end{aligned} \quad (4)$$

От (4) и (3) получаваме:

$$n\left(\frac{h}{l} - \frac{h}{r}\right) = n'\left(\frac{h}{l'} - \frac{h}{r}\right) \quad \text{или} \quad \frac{n}{l} - \frac{n}{r} = \frac{n'}{l'} - \frac{n'}{r} \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}} \quad (5) - \text{ нулев инвариант на Аббе}$$

Величината, стоящо отдясно в (5) зависи само от коефициентите на пречупване на разглежданите вещества и радиуса на кривината на повърхността, която ги разделя, т.е тя е постоянна величина и има измерение на обратна дължина.

Тази величина ще бележим с Φ и ще наречем **оптична сила на пречупващата повърхност**.

$$\boxed{\Phi = \frac{n' - n}{r}} \quad (6)$$

Формула (5) може да се напише във вида:

$$\boxed{\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \Phi} \quad (7)$$

Анализ на уравнение (7):

1) ако $l = \text{const}$

$l' \approx \frac{1}{\Phi}$, т.е лъчите се пречупват по-силно, колкото е по-голяма оптичната сила

2) ако $l = \text{const}$ и $\Phi = \text{const}$, то и $l' = \text{const}$, независимо от ъгъла. Следователно за параксиалните лъчи хомоцентричния сноп след пречупване от сферичната повърхност остава хомоцентричен, т.е оптичната система, образувана от сферичната повърхност за параксиалните лъчи е идеална.

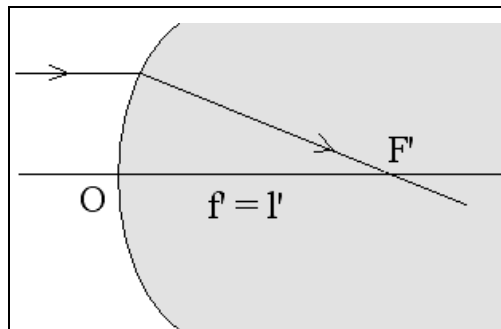
в) Фокусни разстояния

Разглеждаме сноп успоредни лъчи, т.е.

$$l = \infty \text{ от (5)} \Rightarrow \frac{n'}{l'} - \frac{n}{\infty} = \frac{n' - n}{r}$$
$$l' = \frac{n'}{n' - n} r \quad (8)$$

Втори главен фокус F' на пречупващата повърхност - точката, където се пресичат след пречупване лъчите, падащи върху сферичната повърхност във вид на успореден сноп.

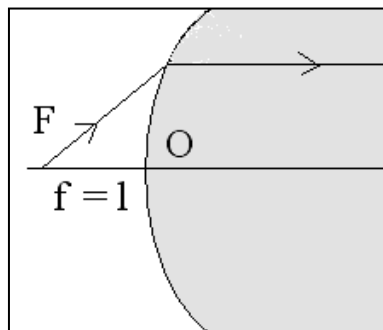
Второ главно фокусно разстояние f' - разстоянието от върха на пречупващата повърхност O до втория главен фокус F' . т.е. $f' = l'$ при $l \rightarrow \infty$



$$f' = \frac{n'}{n' - n} r \quad (9)$$

Първи главен фокус F на пречупващата повърхност, тази точка, в която при поставянето на точков източник, след пречупването на лъчите възниква успореден сноп лъчи $l' \rightarrow \infty$.

Първо главно фокусно разстояние f - разстоянието от върха на пречупващата повърхност O до F .



$$\text{От (5)} \Rightarrow \frac{n'}{\infty} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow \boxed{f = \frac{n}{n' - n} \cdot r} \quad (10)$$

$$\text{От (9) и (10)} \Rightarrow \boxed{\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}} \quad (11)$$

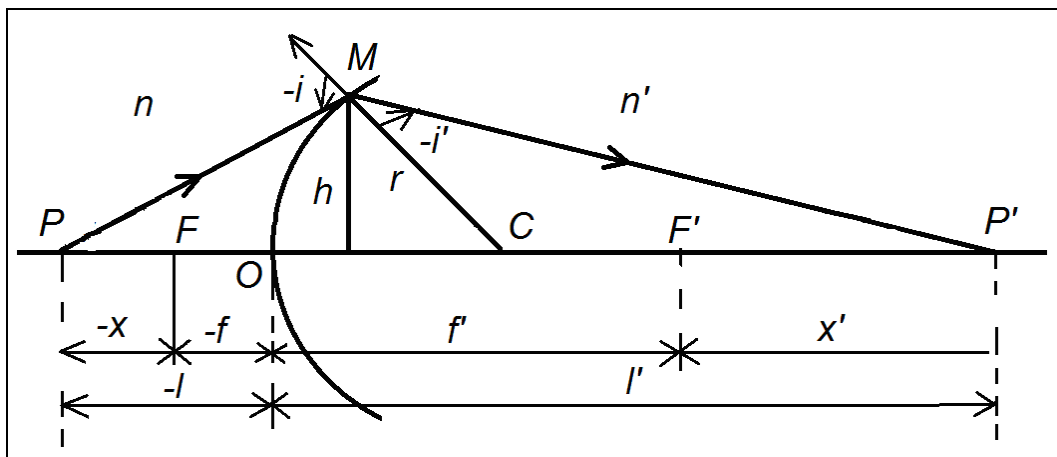
Анализ на (11)

- 1) Главните фокусни разстояния са пропорционални на коефициента на пречупване на веществото, в което лежат фокусите.
- 2) Знак (-): главните фокусни разстояния лежат от различни страни на пречупващата повърхност.

г) Формула на Нютон

$$\text{От (5)} \Rightarrow \frac{1}{l'} \cdot \frac{n'}{n' - n} \cdot r - \frac{1}{l} \cdot \frac{n}{n' - n} \cdot r = 1$$

$$\text{От (9) и (10)} \Rightarrow \boxed{\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1} \quad (12)$$



Във формула (12) ще въведем x и x'

$$-l = -x - f \rightarrow l = x + f$$

$$l' = x' + f'$$

$$\frac{f'}{x' + f'} + \frac{f}{x + f} = 1$$

$$\boxed{x \cdot x' = f \cdot f'}$$

(13)

Формула на Нютон – едно от най-важните съотношения на ГО.

д) Връзка между f , f' и Φ

$$\Phi = \frac{n' - n}{r} \cdot \frac{n'}{n} = \frac{n'}{f'}$$

$$\Phi = \frac{n' - n}{r} \cdot \frac{n}{n} = -\frac{n}{f}$$

\Rightarrow

$$\boxed{\Phi = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}}$$

(14)

г) Сферично огледало – формално $n' = -n$

От $n \cdot i = n' \cdot i'$;

$i = -i'$ - закон за отражението

От (9) и (10) \Rightarrow $f' = f = -\frac{n}{(-n - n)} \cdot r$

От (5) $-\frac{n}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{-n - n}{r}$ или $\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$;

За параксиално приближение $f = \frac{r}{2}$: $\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$.

Ако $r \rightarrow \infty$, $l' = -l$ - плоско огледало.

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

Нулев инвариант на Аббе

$$\Phi = \frac{n' - n}{r}$$

Оптическа сила на пречупващата повърхност

$$f = \frac{n}{n' - n} \cdot r$$

Първо главно фокусно разстояние

$$f' = \frac{n'}{n' - n} \cdot r$$

Второ главно фокусно разстояние

$$x \cdot x' = f \cdot f'$$

Формула на Нютон

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$

Сферично огледало (за параксиално приближение)

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$$

$$\Phi = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$$

