

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ НА ПОЛЯРИЗИРАНА СВЕТЛИНА

1. Интерференция на поляризирана светлина

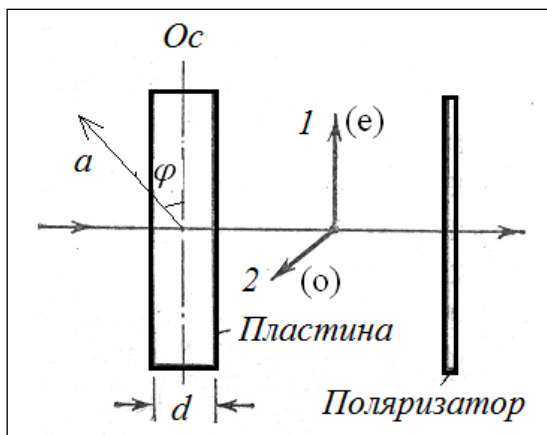
а) Два лъча (о, е), възникващи при двойното лъчепречупване на **естествената светлина**, преминаваща през кристална пластина не са кохерентни \Rightarrow **не могат да интерферират**.

Ако естествената светлина се разложи на два лъча (о) и (е), поляризирани във взаимноперпендикулярни равнини $A \perp B$, а след това с поляризационен прибор трептенията се съберат в една равнина, те няма да интерферират, т.е (о) и (е) не са кохерентни. Обяснява се с това, че в естествената светлина трептенията в различните равнини са възбудени от различни атоми и молекули \Rightarrow не са свързани един с друг и нямат постоянна фазова разлика.

б) Два лъча (о) и (е), възникващи от един и същи **линейно поляризиран лъч** са кохерентни. В този случай трептенията на плоско поляризираната светлина за всеки цуг се разделят между о и е, в зависимост ориентацията на оптичната ос на кристалната пластина спрямо равнината на трептене на падащия лъч. Ако (о) и (е) чрез поляризационен прибор се приведат да трептят в една и съща равнина, **те ще интерферират**.

Ако трептенията в двата кохерентни плоскополяризирани лъча са във взаимно перпендикулярни направления, то те се сумират като две взаимно перпендикулярни трептеливи движения и резултатът е – трептене по елипса.

Разглеждаме случая, при който о и е интерферират.



- Върху плоскопаралелна пластина, изрязана успоредно на оптичната ос, нормално пада плоско поляризирана светлина.
- Равнината на поляризация сключва с главната равнина ъгъл $\varphi \neq 0^\circ$ и $\varphi \neq 90^\circ$.
- Тогава в пластината възникват два кохерентни лъча (о) и (е), разпространяващи се в едно направление, но с различни скорости.

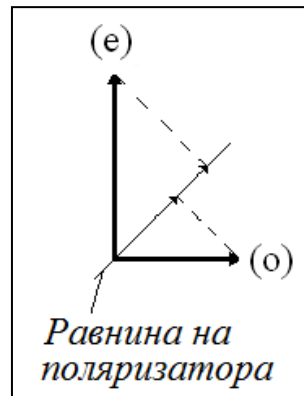
В момента на тяхното възникване в пластинката, разликата във фазите им е равна на 0, но тя нараства с навлизането на лъчите в пластинката. При излизане от пластинката (d) възниква фазова разлика като:

$$\Delta = (n_o - n_e)d \text{ или } \delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

λ - дължина на светлинната вълна във вакуум

d – дебелина на пластинката

Двата лъча (o) и (e) са поляризирани във взаимно перпендикулярни равнини, като: (e)(1) – успоредно на оптичната ос и (o)(2) – перпендикулярно на оптичната ос.



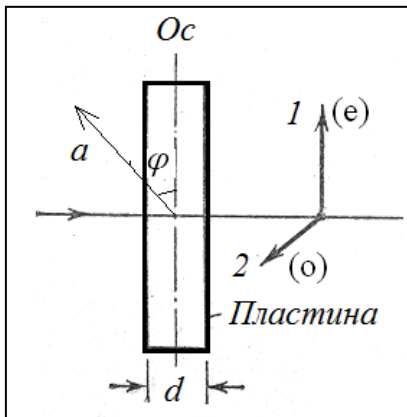
Ако поставим на пътя на тези лъчи един поляризатор така, че равнината на поляризация да сключва определен ъгъл с оптичната ос на пластинката, то трептенията на двата лъча след преминаване през поляризатора ще лежат в една равнина. Т.к. (1) и (2) са получени от плоскополяризирана светлина, те са кохерентни и могат да интерферират.

Ако: $\Delta = (n_o - n_e)d = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$, условие за минимум

Интензитетът на излизащите от Р лъчи е 0.

Ако $\Delta = (n_o - n_e)d = 2m\lambda$ - условие за максимум $I = I_{\text{max}}$.

2. Преминаване на плоскополяризирана светлина през кристална пластинка



- Плоскополяризирана светлина пада нормално на кристална плоскопаралелна пластинка, изрязана успоредно на оптичната ос.
- От пластинката излизат две кохерентни плоско-поляризирани светлинни вълни (1 и 2), чиито равнини на трептене са взаимно перпендикулярни.
- При събирането им се получава в най-общия случай елиптично поляризирана светлина.

В частните случаи може да се получи светлина, поляризирана по кръг или плоско (линейно) поляризирана. Кой случай ще се реализира зависи от разликата във фазите между (o) и (e) след преминаване през пластинката, т.е от дебелината на пластинката.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

I. При $\delta = m\pi$:

(о) и (е) излизащи от пластинката, дават **плоско поляризирана светлина**.

а) ако $m = 2m'$, четно число, равнината на поляризация съвпада с равнината на поляризация на падащия лъч.

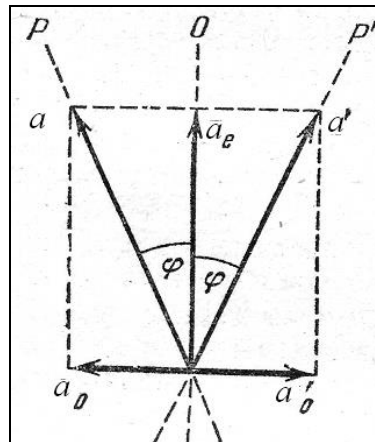
б) ако $m = 2m'+1$, нечетно число, равнината на поляризация е завъртяна на ъгъл 2φ и е в друг квадрант.

Най-малката дебелина на пластина, завъртаща равнината на плоско поляризирана светлина на ъгъл 2φ е за: $\delta = \pi$, ($m = 1$) или $\delta = (2m'+1)\pi$; ($m' = 0$)

$$\pi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d;$$

$$(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2} \text{ - половин вълнова пластина}$$

Пропускаме плоскополяризирана светлина през половин пластинка.



Плоско поляризираната падаща вълна a , възбужда при влизането в кристала (плоскопаралелна пластинка) трептение a_o на обикновения лъч и a_e на необикновения лъч. За времето на преминаване през кристалната пластина разликата във фазите между трептенията a_o и a_e ще се измени с π . Затова след излизане от кристалната пластина фазовото съотношение между (о) и (е) ще съответства на взаимното разположение на векторите a_o' и a_e .

Следователно, след кристалната пластина светлината ще е поляризирана в равнината P' . Равнините P и P' са разположени симетрично относно оптичната ос O .

Извод: Половин пластинка завърта равнината на поляризация на преминалата през нея светлина на ъгъл 2φ ; φ - ъгълът между равнината на трептене на падащия лъч и оптичната ос на пластинката.

При всички други стойности за δ се получава елиптично поляризирана светлина.

II. При $\delta = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$:

Осите на елипсата съвпадат с трептенията в (o) и (e) лъчите.
Амплитудите на (o) и (e) се определят от ъгъла между равнината на поляризация на падащия лъч и главната равнина на пластинката. Ако ъгъл $\varphi=45^\circ$ амплитудите на (o) и (e) са равни и се получава **поляризация по кръг**.

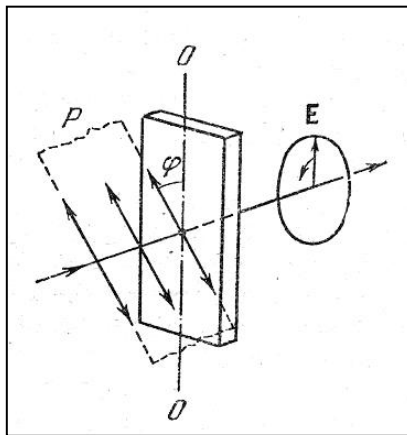
Най-малката дебелина на пластина, която може да превърне плоско поляризираната в кръгово поляризирана светлина се получава от условието:

$$\delta = \frac{\pi}{2}, (m = 0)$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$

$$d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{4} - \text{четвърт вълнова пластинка.}$$

Пропускаме плоско поляризирана светлина през четвърт вълнова пластина



a – амплитуда на падащия лъч

$$a_e = a \cos \varphi$$

$a_o = a \sin \varphi$ - амплитудите на излизащите от пластинката (o) и (e) лъчи

За $\varphi=45^\circ$; $a_e = a_o$; $\delta = \frac{\pi}{2}$ - кръгово поляризирана светлина

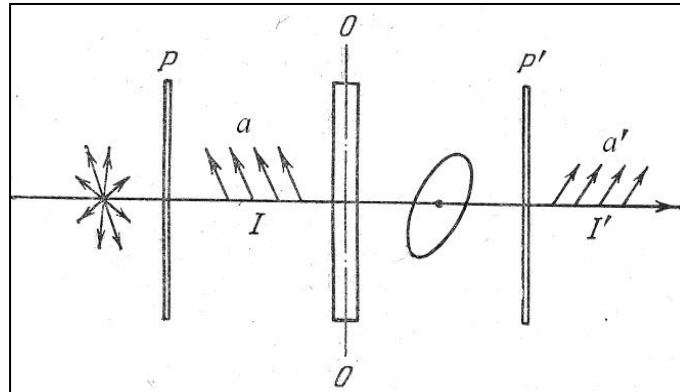
За $\varphi \neq 45^\circ$; $a_e \neq a_o$; $\delta = \frac{\pi}{2}$ - елиптично поляризирана светлина

Аналогично: Ако пропуснем елиптично (кръгово) поляризирана светлина през четвърт вълнова пластинка, ще излезе линейно поляризирана

Извод: Преминването на светлината през $\lambda/4$ пластина и поляризатор е метод за различаване на кръгово (елиптично) поляризирана светлина от естествената (частично поляризирана) светлина.

3. Кристална пластинка между два никола.

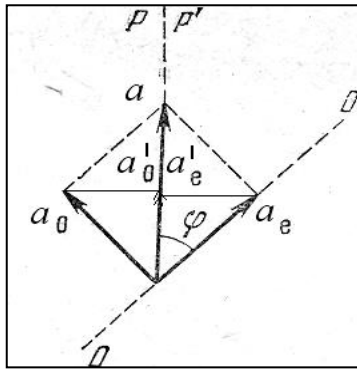
Между две никола P и P' поставяме плоскопаралелна пластинка, изрязана успоредно на оптичната ос.



- 1) след P – плоско поляризирана светлина с интензитет I
- 2) след OO – елиптично поляризирана светлина в общия случай (кръгово, ако $\varphi=45^\circ$ и $a_o = a_e$)
- 3) след P' – плоско поляризирана светлина с интензитет I' , който зависи от взаимната ориентация на P и P' и оптичната ос на пластинката OO.

Възможни са два случая: $P \parallel P'$ $P \perp P'$

а) $P \parallel P'$



- 1) след P $\rightarrow a \parallel P$
- 2) след OO : $a_e = a \cos \varphi$
 $a_o = a \sin \varphi$

Те са кохерентни с разлика във фазите - $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e) = f(d)$

- 3) след P'

$$a'_e = a_e \cos \varphi = a \cos^2 \varphi$$

$$a'_o = a_o \sin \varphi = a \sin^2 \varphi$$

Двете трептения a'_e и a'_o са насочени в една посока и разликата във фазите не се изменя – тя е δ - разликата във фазите, получена при преминаването на светлината през кристалната пластина.

Ако $\varphi \neq 45^\circ$ и $a_o \neq a_e \Rightarrow$ при никакви стойности на δ (т.е на дебелината d) тези трептения не могат напълно да се погасят.

$$\text{Ако } \varphi = 45^\circ \text{ това е възможно - } \begin{matrix} a'_e = \frac{1}{2}a \\ a'_o = \frac{1}{2}a \end{matrix} \Rightarrow a'_o = a'_e = \frac{1}{2}a$$

Вълните a'_e и a'_o ще интерферират, т.к. са кохерентни и линейно поляризирани в едно направление. Амплитудата на резултантната вълна е a' - амплитуда на преминалата светлина след P' .

$$a'^2 = a_e'^2 + a_o'^2 + 2a'_e a'_o \cos \delta$$

$$a'^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + 2 \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cos \delta = \frac{a^2}{2} (1 + \cos \delta)$$

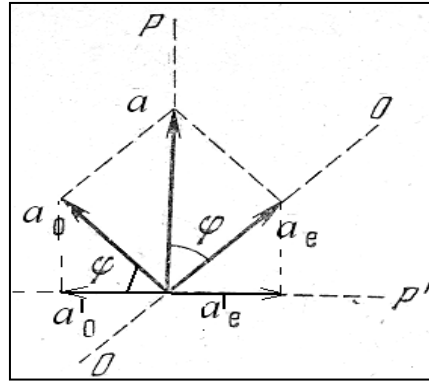
$$a'^2 = a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

Интензивността е пропорционална на квадрата на амплитудата

$$I'_{II} = I \cos^2 \frac{\delta}{2},$$

δ - разлика във фазите получена при преминаването на светлината през кристалната пластина

б) $P \perp P'$



1) след $P \rightarrow a \parallel P$

2) след OO :
 $a_e = a \cos \varphi$
 $a_o = a \sin \varphi$

3) след P'

$$a'_e = a_e \sin \varphi = a \cos \varphi \sin \varphi$$

$$a'_o = a_o \cos \varphi = a \cos \varphi \sin \varphi$$

Векторите a'_e и a'_o са насочени в противоположна посока \Rightarrow в допълнение към разликата във фазите δ , възниква допълнителна разлика във фазите π , т.е. общо $(\pi + \delta)$.

Амплитудите a'_e и a'_o са равни за всеки ъгъл $\varphi \Rightarrow$ при определени стойности на δ , могат напълно да се погасят.

$$a'_e = a'_o = a \cdot \cos \varphi \sin \varphi = a \cdot \frac{1}{2} \sin 2\varphi$$

$$\text{За } \varphi = 45^\circ, a'_e = a'_o = \frac{a}{2}$$

Аналогично намираме резултантното трептене при интерференция на a'_e и a'_o

$$a'^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cos(\delta + \pi)$$

$$a'^2 = \frac{a^2}{2} (1 - \cos \delta) = a^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

$$I'_\perp = I \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

Анализ :

$$I'_{\parallel} = I \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

$$I'_{\perp} = I \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

I - интензитет на светлината след P

$I'_{\parallel} + I'_{\perp} = I$ т.е. I'_{\parallel} и I'_{\perp} са допълнителни

Половин вълнова пластина	Четвърт вълнова пластина
<p>За $\delta = 2m\pi \rightarrow I'_{\parallel} = I; I'_{\perp} = 0$</p> <p>За $\delta = (2m+1)\pi \rightarrow I'_{\parallel} = 0; I'_{\perp} = I$</p>	<p>За $\delta = \frac{\pi}{2} \rightarrow$</p> $I_{\parallel} = I \cos^2 \frac{\pi}{4}$ $I_{\perp} = I \sin^2 \frac{\pi}{4}$ $I_{\parallel} = I_{\perp} = \frac{1}{2}I$

Т.к разликата във фазите в двата случая \parallel и \perp се отличава с $\pi \Rightarrow$ при $PIIP_1$ се отслабват тези лъчи, които при същата кристална пластинка се усилват за $P \perp P_1$ и обратно.

Ако осветяваме с бяла светлина тези системи, оцветяванията при $PIIP'$ и $P \perp P'$ ще са различни, тези два цвята се наричат допълнителни. Оцветяването непрекъснато се мени, ако се завърта единият никол. Същото се получава и при неподвижни николи, ако се завърта кристалната пластина.

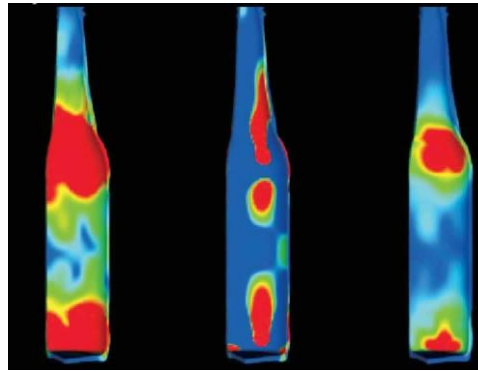
Разглеждаме двете допълнителни дължини λ_1 и λ_2 .

$$\text{За } \lambda_1 \rightarrow \delta = f(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d$$

$$\delta(\lambda_1) = 2m\pi \Rightarrow I'_{\parallel}(\lambda_1) = I \text{ т.е. ще премине } \lambda_1 \text{ при } PIIP'$$

$$\text{За } \lambda_2 \rightarrow \delta(\lambda_2) = (2m+1)\pi \Rightarrow I'_{\perp}(\lambda_2) = I \text{ т.е. ще премине } \lambda_2 \text{ при } P \perp P'$$

Описаното явление се нарича **хроматична поляризация**. Това е чувствителен метод за откриване на двойнолъчепречупване. Ако кристалната пластина е от слабо анизотропно вещество и $(n_o - n_e)$ е много малко, то двойното лъчепречупване трудно ще се открие при непосредствено наблюдение на (о) и (е) лъчите. Ако поставим такава кристална пластина между скръстени никола $P \perp P'$, полето ще се просветли, което и доказва наличието на двойно лъчепречупване.



С този метод могат да се изследват и дебелини на кристални пластини $\delta=f(d)$. Ако двулъчепречупваща прозрачна пластина се постави между два поляризатора и дебелината на пластината не е еднаква, то при наблюдение от страна на поляризатора P' тези цветове ще се изменят, при това всеки цвят ще преминава в допълнителния към него.