

МНОГОЛЪЧЕВА ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

1. Въведение

При плоскопаралелна пластина се отчита многократното отражение на светлината от нейните повърхности и всички преминали (или отразени) вторични, кохерентни лъчи са успоредни и интерферират, давайки ивици на равен наклон, локализирани в безкрайност като:

$$\Delta = 2dn \cos i' \quad \rightarrow \text{за преминали лъчи;}$$

$$\Delta = 2dn \cos i' - \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \text{за отразени лъчи,}$$

където i' е ъгъл на пречупване, d - дебелина на пластината.

Интензивността на преминалите (или отразени) лъчи е различна и зависи от коеф. на отражение R .

Пример: $R = 0.05$, т.е. само 5% от падащия лъч се отразява, а 95% - преминава. Интензитетите на отразените лъчи са съответно: $I_1 = 5\% \cdot I_0$, $I_2 = 4.5\% \cdot I_0$, $I_3 = 0.01\% \cdot I_0$, следователно третият и следващите лъчи практически отсъстват

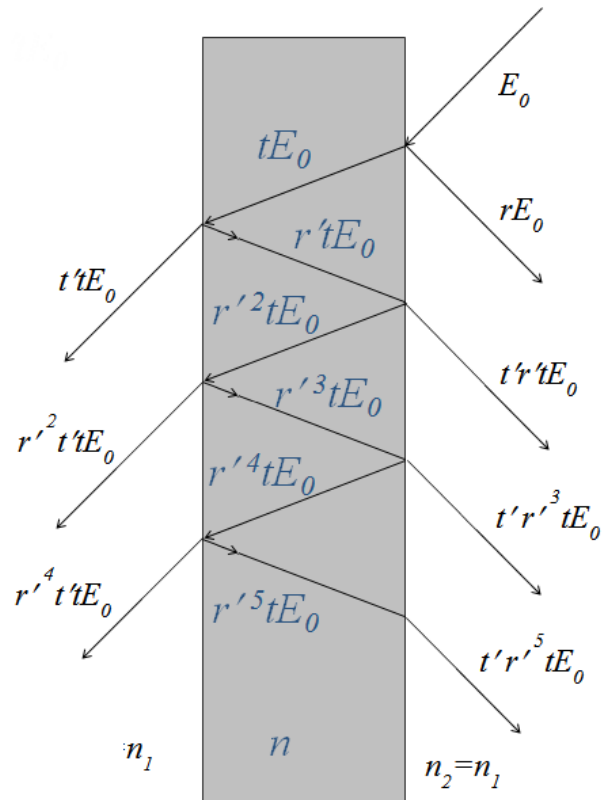
В образуването на интерференционната картина участват толкова повече ефективни лъчи $N_{\text{еф}}$ (брой ефективни лъчи, с достатъчно голяма интензивност), колкото по-голям е коеф. на отражение R .

2. Формули на Ейри

Предполагаме, че върху пластината пада плоска монохроматична вълна с амплитуда a_0 под ъгъл i . Фазата на всяка следваща преминала (или отразена) вълна е по-голяма от тази на предходната с δ . За преминали лъчи е

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = k \cdot 2nd \cos i'$$

Коефициентът на отражение при преход: въздух-стъкло е r ; стъкло-въздух е r'
Коефициентът на преминаване през: стъкло е t ; въздух е t'



$$E_{1t} = E_0 t' e^{j\omega t}$$

$$E_{2t} = E_0 t r'^2 t' e^{j(\omega t - \delta)}$$

$$E_{3t} = E_0 t r'^4 t' e^{j(\omega t - 2\delta)}$$

$$E_{Nt} = E_0 t r'^{2(N-1)} t' e^{j[\omega t - 2\{N-1\}\delta]}$$

$$E_{1r} = E_0 r e^{j\omega t}$$

$$E_{2r} = E_0 t r' t' e^{j(\omega t - \delta)}$$

$$E_{3r} = E_0 t r'^3 t' e^{j(\omega t - 2\delta)}$$

$$E_{Nr} = E_0 t r'^{(2N-3)} t' e^{j[\omega t - \{N-1\}\delta]}$$

$$R = r^2, \quad tt' = T$$

Въвеждаме:

$$R = \frac{I_{отр}}{I_0} \rightarrow \text{коэффициент на отражение;}$$

$$T = \frac{I_{прем}}{I_0} \rightarrow \text{коэффициент на преминаване.}$$

$$R + T + A = 1, \quad A - \text{коэффициент на поглъщане}$$

$$\text{Ако пластината не поглъща светлина, } A = 0 \rightarrow R + T = 1$$

Когато броят на интерфериращите лъчи е безкрайно голям интензитетите на преминалата и отразената вълна са съответно:

$$I_{прем} = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \delta/2} \quad (1)$$

$$I_{отр} = I_0 \frac{4R \sin^2 \delta/2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \delta/2} \quad (2)$$

(1) и (2) са формули на Ейри. От тях следва, че $I_{прем} + I_{отр} = I_0$

2.1. Анализ: За преминалата светлина от формула (1)

$$I_{max} = \frac{I_0 T^2}{(1-R)^2}, \quad \text{за } \sin^2 \delta/2 = 0,$$

т.е. $\delta/2 = m\pi$, $\delta = 2m\pi$ или $\Delta = \frac{\lambda}{2\pi} \delta = m\lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots$ (цяло число)

$$I_{min} = \frac{I_0 T^2}{(1+R)^2} \quad \text{за } \sin^2 \delta/2 = 1,$$

т.е. $\delta/2 = (m+1/2)\pi$, $\delta = (2m+1)\pi$ или

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta = (m+1/2)\lambda, \quad \Delta = m'\lambda, \quad m' - \text{полуцяло число}$$

Следователно, за $R + T = 1$ (без поглъщане):

1) $I_{max} = I_0$, т.е. интензивността в максимума е равна на интензивността на падащата светлина

2) $I_{\min} = \frac{(1-R)^2}{(1+R)^2} \cdot I_0$, т.е. интензивността в минимума никъде не достига до 0 и численото му значение зависи от R .

I_{\min} е толкова по-близко до 0, колкото R е по-близко до 1.

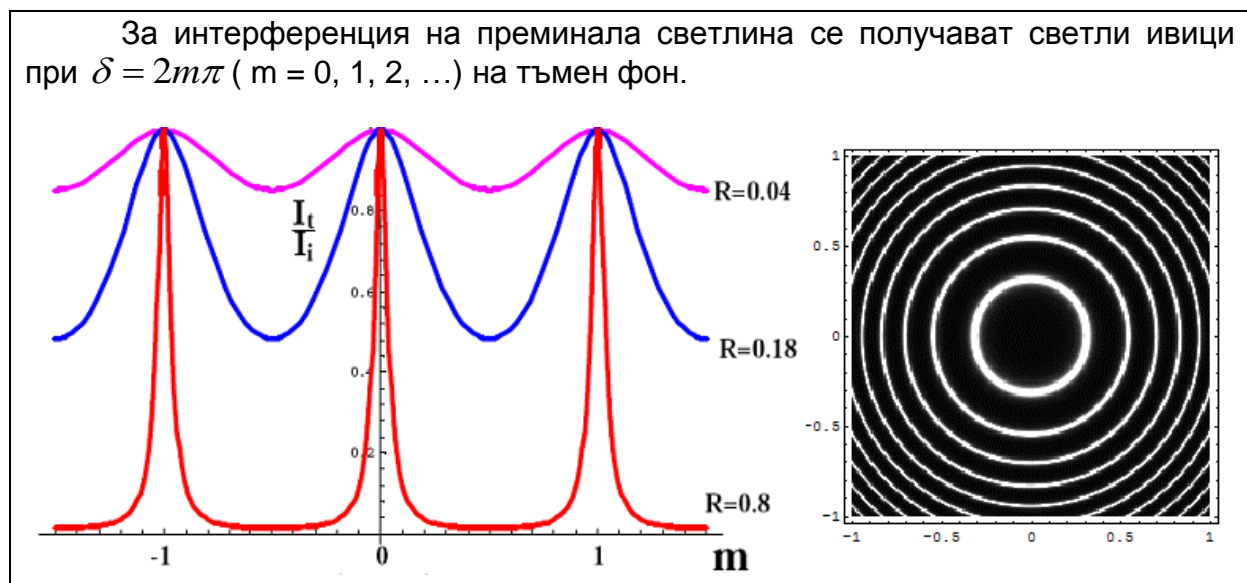
($I_{\min} \rightarrow 0$ за $R \rightarrow 1$, т.е. $R \rightarrow 100\%$)

Аналогично се анализира за I при отразена светлина.

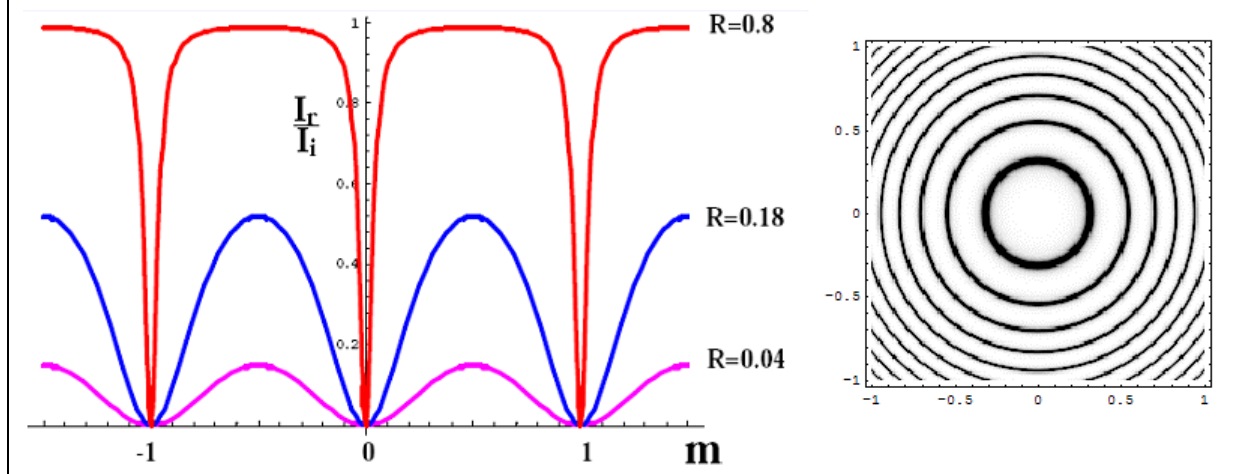
Извод:

$\delta = m'2\pi, \Delta = m'\lambda$	I преминала	I отразена
Max, $m' =$	0, 1, 2, 3, 4, ...	1/2, 3/2, 5/2, ...
Min, $m' =$	1/2, 3/2, 5/2, ...	0, 1, 2, 3, 4, ...

Двете интерференчни картини са допълнителни.



За интерференцията на отразена светлина се получават тъмни ивици при $\delta = 2m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) на светъл фон.



2.2. Коэффициент на финес (F)

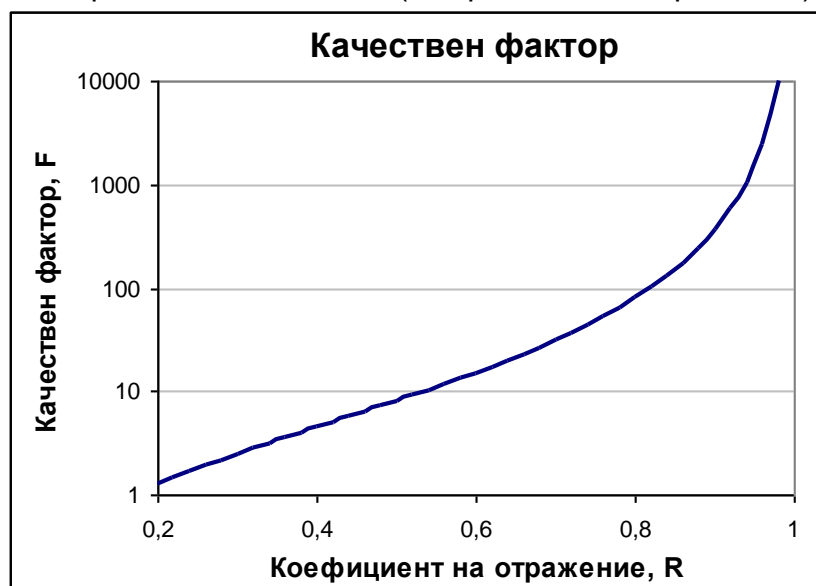
Въвеждаме понятието чрез дефиниционното равенство:

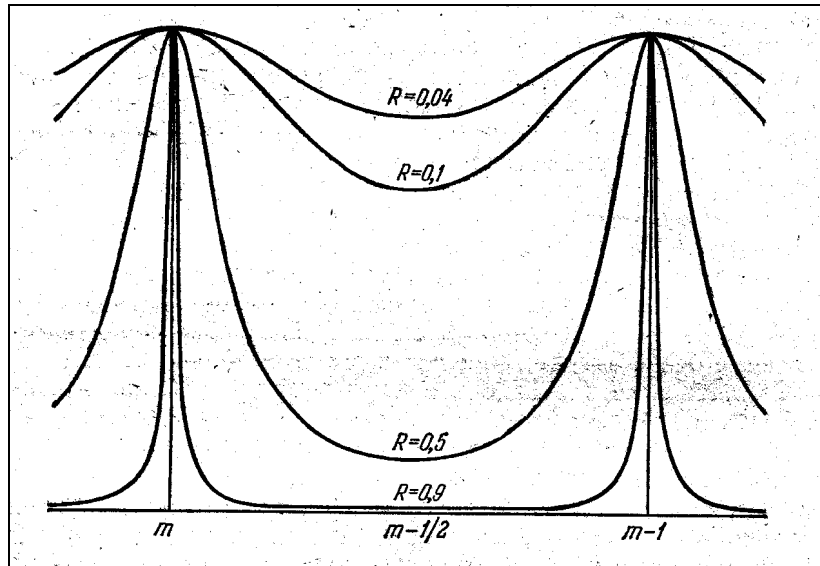
$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad (3)$$

$$I_{\text{прям}} = I_0 \frac{1}{1 + F \sin^2 \delta/2} \quad (4)$$

$$I_{\text{отр}} = I_0 \frac{F \sin^2 \delta/2}{1 + F \sin^2 \delta/2} \quad (5)$$

Коэффициентът на финес F зависи от R (коэффициент на отражение).





Ширината на интерференчните ивица ще е по-малка, когато R е по-голямо и обратно.

При малко R , F също е малко и картината не се различава съществено от тази за два интерфериращи лъча.

При голямо $R \sim 1$, F също е голямо, интензитета на минимумите намалява и максимумите стават все по-резки.

2.3. Полуширина и рязкост на интерференчните линии

Отчетливото виждане на интерференчните ивици се обуславя от широчината им (ε) и от разстоянието между две съседни ивици (P)

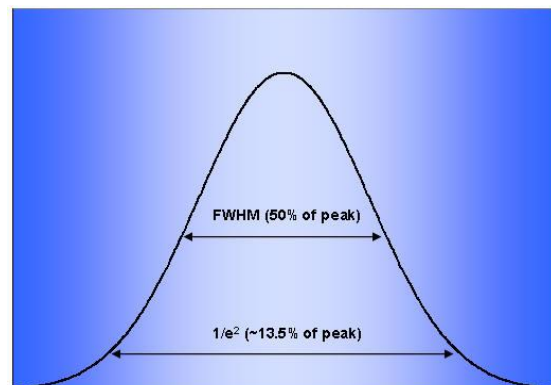
Полуширина на интерференчната ивица – фазовото разстояние между две точки, за които интензитетът намалява наполовина ($I_{np} = \frac{1}{2} I_0$) - ε

$$\frac{I_{np}}{I_0} = \frac{1}{2}, \text{ ако } \delta = 2\pi n \pm \frac{\varepsilon}{2}$$

Заместваме в (4) и получаване:

$$\varepsilon = \frac{4}{\sqrt{F}} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

Ако $R = 0.9$, $\varepsilon \approx 0.2$.



Следва, че полуширината на интерференчната ивица ще бъде по-малка, когато коефициентът на финес F е по-голям (когато R е по-голямо).

Рязкост - показва колко пъти разстоянието между две съседни ивици (max) е по-голямо от полуширината на ивицата:

$$P = \frac{2\pi}{\varepsilon} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

$$\text{Ако } R = 0.9, \text{ то } P = \frac{\pi\sqrt{0.9}}{1-0.9} = 30$$

До сега разгледахме монохроматична светлина. В случай на квазимонохроматична светлина, разпределението на интензитета е равно на сумата от разпределения на интензитета от горния тип.

Нека компонентите заемат област $\Delta\lambda$ близо до средната дължина на вълната λ_0 . Тогава максимумите от даден порядък m са разпределени в област, съответстваща на $\Delta\delta$ в картината, получаваща се за дължина на вълната $|\Delta\lambda|$ около дължина λ_0 .

Пренебрегваме зависимостта на n от λ , т.е. дисперсията

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad \text{или} \quad \Delta = 2dn \cos i' = m\lambda_0$$

$$|\Delta\delta| = \frac{2\pi}{\lambda_0^2} \Delta \cdot |\Delta\lambda| = \frac{2\pi m \lambda_0}{\lambda_0^2} \Delta\lambda = 2\pi m \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

Може да се счита, че картините на тези компоненти съвпадат и се наблюдава същото, както и в случай на строго монохроматична светлина, ако $|\Delta\delta|$ е много по-малко от полуширината на монохроматичната ивица

$$|\Delta\delta| \ll \varepsilon \quad \text{- Условие за квазимонохроматични ивици } \Delta\lambda$$

$$\frac{2\pi m \Delta\lambda}{\lambda_0} \ll \frac{2\pi}{P} \rightarrow \lambda_0 m \cdot P \ll \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \cdot \lambda_0 \rightarrow$$

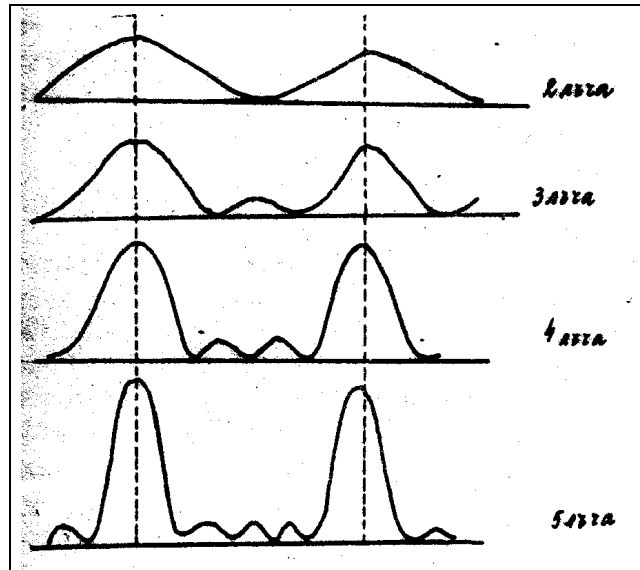
$$\Delta \cdot P \ll \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \rightarrow \text{дължина на кохерентност на светлината.}$$

3. Влияние на броя на лъчите

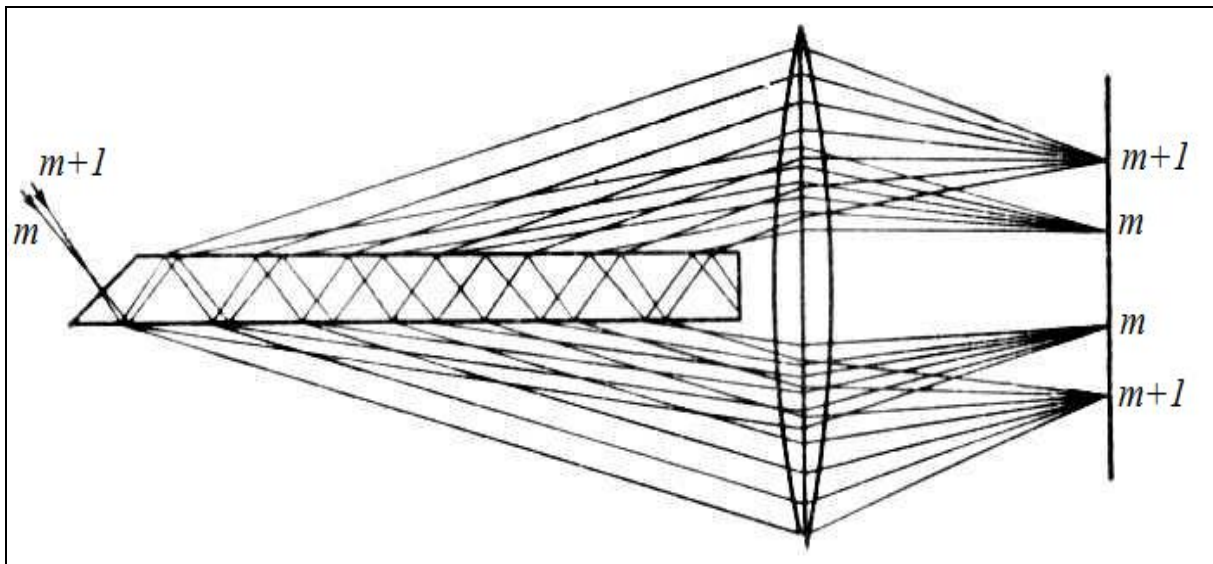
Когато броят N на интерфериращите лъчи не е безкрайно голям, за интензитета на интерференчните линии получаваме:

$$I_{np} = I_0 \frac{(1 - R^N)^2 + 4R^N \sin^2(N\delta/2)}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)}$$

От този израз, след известни преобразувания може да се покаже, че $I_{np} \approx N^2$, т.е. I_{np} расте с увеличаване на N .



4. Интерферометър на Лумер-Герке



Основният елемент е пластинката на Лумер-Герке – плоскопаралелна от много еднородно стъкло с висока степен на точност за успоредност на стените.

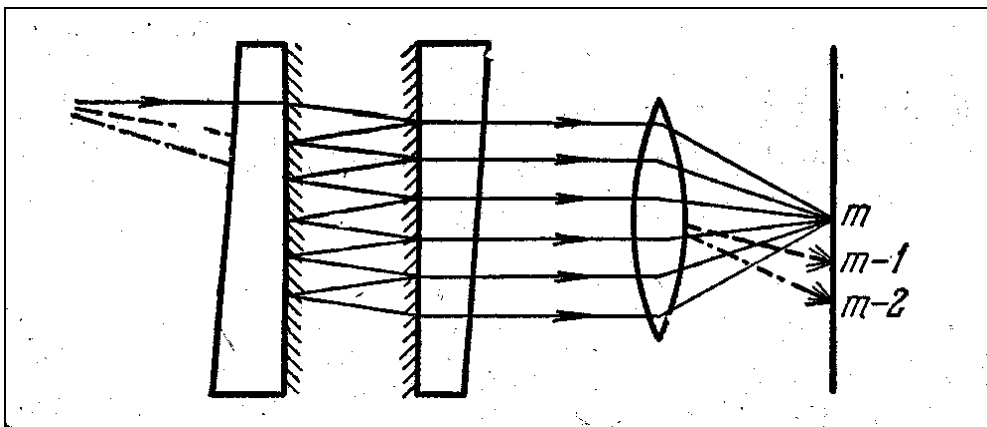
Единият край на пластината е срязан или снабден с допълнителна призмичка, за да осигури нормално падане на светлината на входната граница и \Rightarrow да намали загубите на отражение. Направлението на падащите лъчи е така избрано, че на границата стъкло - въздух ъгълът на падане да е близък до пълно вътрешно отражение (това води до увеличаване на R), но да е малко по-малък от него. Така светлината почти напълно се отразява от повърхността стъкло - въздух и само малка част от светлината излиза от пластината (от горната или долната и страна) по направление, сключващо много малък ъгъл с пластината. Тъй като при всяко отражение светлината почти напълно остава вътре в пластината и само малка част от нея излиза от пластината интензитетът на последователните лъчи малко се отличава един от др. Така могат да се получат до 10-15 близки по интензивност лъчи, за което е нужно

пластината да бъде достатъчно дълга (от 10 до 30 сантиметра в зависимост от дебелината δ).

Ако на пластината пада светлина от широк източник, то ъглите i_m и i'_m ще са различни. Така ще получим във фокалната повърхност на събирателната леща система ивици от различен порядък $m, m+1, m+2$, съответстващи на различни ъгли на пречупване i'_m, i'_{m+1}, i'_{m+2} , като $2d \cdot n \cos i' = m \cdot \lambda$. Получената интерференчна картина от пластината на Лумер-Герке е ред от светли, ярки максимуми на тъмен фон. Наблюдават се линии от много висок порядък.

Пример: $d = (3 - 10) \text{mm}$, $i \approx 45^\circ \Rightarrow m \approx 10^4$

5. Интерферометър на Фабри – Перо



Представлява плоскопаралелна въздушна пластина, образувана между две стъклени или кварцови пластини, поставени строго успоредно. Вътрешните им повърхности са покрити със слой с голям коефициент на отражение (метален полупропусклив или диелектричен).

Двете стъклени или кварцови пластинки затварят помежду си въздушен плоскопаралелен слой с дебелина d .

- ако $d = \text{const}$ – еталон на Фабри – Перо
- ако d е променлива (плавно или дискретно) - интерферометър на Фабри-Перо

5.1. Интерференчна картина

Интерференчната картина, която се появява при използване на пространствен източник на светлина представлява система от интерференчни линии при еднакъв наклон, локализирани в ∞ . Ако се използва събирателна леща, интерференчната картина ще се наблюдава във фокалната ѝ равнина.

Аналогично на интерференчната картина от плоскопаралелна пластинка (с $n=1$), се получава система от концентрични пръстени (линии) на еднакъв наклон.

Разликата в оптичните пътища между два лъча 1, 2 е:

$$\Delta = 2d \cdot \cos i'$$

или

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta = \frac{4\pi}{\lambda} d \cdot \cos i',$$

където i' е ъгъл на пречупване.

Има двукратно отражение от оптично по-плътна среда за лъча 2.

$$\text{а) } m = \frac{2d}{\lambda} \cos i' \quad (\text{max})$$

За $i' = 0$, в центъра на ИК, $m = \frac{2d}{\lambda} \rightarrow$ максимален порядък в центъра на ИК, който расте с увеличаване на d

$$\begin{aligned} \text{б) } \quad m \cdot \lambda &= 2 \cdot d \cdot \cos i' \\ - 2 \cdot d \cdot \sin i' \Delta i' &= \lambda \cdot \Delta m \end{aligned}$$

За $\Delta m = 1$: $|\Delta i'| = \frac{\lambda}{2d \cdot \sin i'}$ - ъглово разстояние между два съседни максимума

- С увеличаване на d , светлинните ивици се разполагат по-наблизо (Δi намалява);
- С отдалечаване от центъра, т.е. с нарастване на i (за центъра $i' = 0$), интерференчните линии се разполагат по-наблизо (Δi намалява).

5.2 Интерференчна спектроскопия

За интерферометър на Фабри и Перо също можем да използваме формулата

$$I_{\text{прям}} = I_0 \frac{1}{1 + F \sin^2 \delta/2}; \quad F = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad \rightarrow \quad (\text{липсва поглъщане})$$

При осветяване от квазимонохроматична светлина, разпределението се дава със сума от горните изрази.

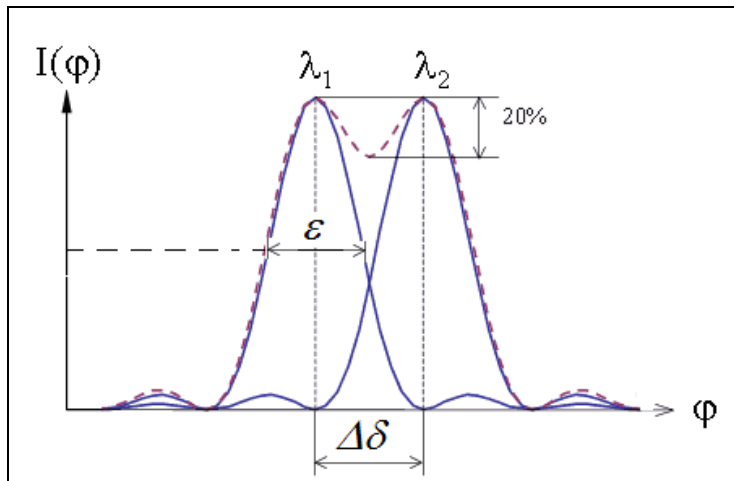
а) Разрешаваща сила (разделителна способност) - $\lambda/\Delta\lambda$

Възможността интерферометърът да разреши две линии λ_1 и λ_2 .

Нека светлината се състои от две монохроматични компоненти λ_1 и λ_2 . Всяка една компонента ще даде разпределение според горната формула. При определени стойности на λ_1 и λ_2 наличието на тези компоненти може да бъде забелязано в интерференчната картина.

$$\text{Критерий на Релей: } I_{\min}(\lambda_1) = I_{\max}(\lambda_2)$$

Когато е изпълнен критерият се казва, че компонентите се разрешават от интерферометъра.



Необходимо условие: $|\Delta\delta| = \varepsilon$,

ε - полуширина на инт. ивици;

$\Delta\delta$ - разлика във фазите между трептенията λ_1 и λ_2 , за които интервалът между λ_1 и λ_2 се означава с $\Delta\lambda$.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta \Rightarrow \Delta\delta = 2\pi \cdot \Delta \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda^2} \Rightarrow \Delta\delta = 2\pi \cdot m\lambda \cdot \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda^2} \Rightarrow$$

$$\Delta\delta = 2\pi \cdot m \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Използваме зависимостите $|\Delta\delta| = \varepsilon$; $\varepsilon = \frac{2\pi}{P}$ и заместваме:

$$2\pi \cdot m \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2\pi}{P} \Rightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mP \text{ или } \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 0.97mP,$$

където $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ - разделителна способност; $0.97P = N_{ef}$ - ефективен брой на сноповете

$$\boxed{\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN_{ef}}$$

За $i' = 0$, $m = \frac{2d}{\lambda}$, $P = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \Rightarrow$

$$\boxed{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2d}{\lambda} \cdot \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}}$$

- с увеличаване на d , расте $m \Rightarrow$ нараства и разделителната способност $\lambda/\Delta\lambda$
- с увеличаване на R (коэффициент на отражение) - $\lambda/\Delta\lambda$ също расте

б) Дисперсионна област $\Delta\lambda$

Разликата в дължините на вълните $\Delta\lambda$, при която настъпва припокриване на ивиците от съседни порядъци.

Разглеждаме схема с две дължини λ_1 и λ_2 , като $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda$.

- а) $\Delta\lambda'$ е малко - двете линии λ_1 и λ_2 от даден порядък m_i са разрешени;
- б) $\Delta\lambda'' > \Delta\lambda'$ - двете линии λ_1 и λ_2 от даден порядък m_i са все още разрешени;
- в) $\Delta\lambda''' > \Delta\lambda''$ - двете линии λ_1 и λ_2 от два съседни порядъка m_i се припокриват, като за $\lambda_1 \rightarrow$ от $(m-1)$ и m порядък; за $\lambda_2 \rightarrow$ от m и $(m+1)$ порядък.

Извод: При достатъчно голямо $\Delta\lambda$ (в сл. в) $\rightarrow \Delta\lambda'''$) настъпва припокриване на интерференчните линии от съседни порядъци.

Дисперсионна област или област на дисперсия (разрешен спектрален интервал) \rightarrow

Разликата в дължините на вълните $\Delta\lambda$, при която настъпва припокриване на ивиците от съседни порядъци.

или

Разликата в дължините на вълните $\Delta\lambda$ съответства на разлика във фазите $|\Delta\delta| = 2\pi$ или на изменение на m на един порядък ($\Delta m = 1$) – област на дисперсията на интерферометъра, т.е.

$$2\pi \cdot m \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2\pi \text{ или } \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$$

При $i=0$ (нормално падане): $m = \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d}$

Следователно, при големи m (или големи d), $\Delta\lambda$ е малко.

Извод: Изискванията за голяма разделителна способност ($\lambda/\Delta\lambda$) и разширяване на дисперсионната област ($\Delta\lambda$) взаимно си противоречат, т.к. с нарастване на d (расте m) се увеличава разделителната способност ($\lambda/\Delta\lambda$), но намалява дисперсионната област ($\Delta\lambda$).

5.3 Приложение на интерферометъра на Фабри-Перо

а) Анализ на спектралните линии (на фината структура), т.е на много близки линии. Изисква се и допълнителна апаратура за разделяне на ИК, напр. дифракционен или призмен спектрограф;

б) За сравнение на дължини на вълните;

в) Използва се като резонатор на лазер (квантов генератор):

- едно от огледалата – полупрозрачно, другото – напълно отразяващо;
- понякога и двете огледала са полупрозрачни.

Необходимо е да настъпи самовъзбуждане (при големи R).