

КОЛОКВИУМ №2

по
Математика, 1 част

<i>Иван Петров Стоянов</i>				1234567890	
име, презиме, фамилия				Фак. No	
<i>Химия</i> , I курс	<i>примерен</i>	16.12.2017	30	<i>30</i>	<i>Отличен (6)</i>
специалност, курс	ВАРИАНТ	ДАТА	Точки общо	Точки	Оценка

Задача 1 (4 т.). С правилото на Лопитал намерете границите, към които клонят функциите

в лявата колона. Упътване: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \sin(0) = 0$ & $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{x} = \cos(0) = 1$.

Функция	Изчисления
$f(x) = \frac{\sin(4x)}{4x}$ при $x \rightarrow 0$ (1 т.)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin(4x)]'}{(4x)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\cos(4x)}{4} = \lim_{x \rightarrow 0} \cos(4x) = \cos(0) = 1$
$f(x) = \frac{[\cos(3x) - 1]}{x^2}$ при $x \rightarrow 0$ (3 т.)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\cos(3x) - 1]'}{(x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[-3\sin(3x)]}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[-3\sin(3x)]'}{(2x)'} =$ $\frac{[-9\cos(3x)]}{2} = -\frac{9}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \cos(3x) = -\frac{9}{2} \cos(0) = -\frac{9}{2} = -4.5$

Задача 2 (6 т.). Намерете неопределените интегралите на следните функции в лявата колона.

Функция	Неопределен интеграл (подробно решение)
$f(x) = x^3$ (1 т.)	$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + const$
$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$ (2 т.)	$\int (2x^4 + 3x^2 + 1) dx = \int 2x^4 dx + \int 3x^2 dx + \int 1 dx = \frac{2x^5}{5} + x^3 + x + const$
$f(x) = \sin(3x)$ (3 т.)	$\int \sin(3x) dx = \frac{1}{3} \int \sin(3x) d(3x) = -\frac{1}{3} \cos(3x) + const$

Задача 3 (10 т.). Намерете неопределените интегралы на следните функции в лявата колона.

Функция	Неопределен интеграл (подробно решение)
$f(x) = e^{2x}$ (3 т.)	$\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} e^{2x} + const$
$f(x) = e^{2x+1}$ (4 т.)	$\int e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x+1} d(2x) = \frac{1}{2} \int e^{2x+1} d(2x+1) = \frac{1}{2} e^{2x+1} + const$
$f(x) = \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)}$ (3 т.)	$\int \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)} dx = \frac{1}{3} \int \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)} d(3x) = \frac{1}{3} \int \frac{d[\sin(3x)]}{\sin(3x)} = \frac{1}{3} \ln \sin(3x) + const$

Задача 4 (6 т.). Намерете определените интегралы на следните функции в лявата колона.

Функция	Определен интеграл (подробно решение)
$f(x) = e^{2x}$ в граници от 2 до 4 (2 т.)	$\int_2^4 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big _2^4 = \frac{1}{2} (e^{2 \cdot 4} - e^{2 \cdot 2}) = \frac{1}{2} (e^8 - e^4)$
$f(x) = 3x^2 + 2$ в граници от 2 до 3 (4 т.)	$\int_2^3 (3x^2 + 2) dx = (x^3 + 2x) \Big _2^3 = (3^3 + 2 \cdot 3) - (2^3 + 2 \cdot 2)$

Задача 5 (4 + 5 т.). С интегриране по части намерете неопределените интегралы на следните функции в лявата колона.

Функция	Неопределен интеграл (подробно решение)
$f(x) = xe^{2x}$ (4 т.)	$\int xe^{2x} dx = \frac{1}{2} \int x d(e^{2x}) = \frac{1}{2} xe^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} xe^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + const$
$f(x) = x \sin(2x)$ (5 бонус т.)	$\begin{aligned} \int x \sin(2x) dx &= \frac{1}{2} \int x d[-\cos(2x)] = -\frac{1}{2} x \cos(x) + \frac{1}{2} \int \cos(2x) dx = \\ &= -\frac{1}{2} x \cos(2x) + \frac{1}{4} \sin(2x) \end{aligned}$