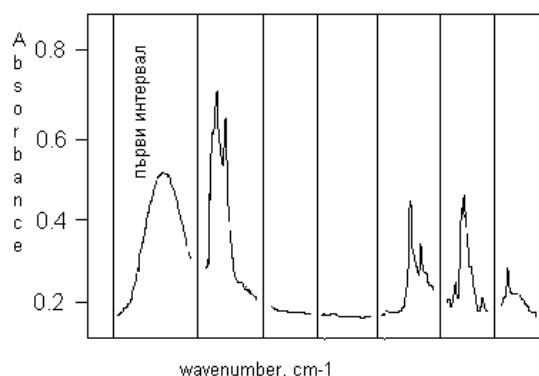


## Семинар 3

### Многомерно пространство на образите и разстояние в него

**Задача 3.1.** Спектърът от фигура 1 е разделен на 7 интервала с различна дължина. Определете на око приблизителната стойност на седемте признака, които представляват абсорбцията на максималния пик в интервала.



**Отговор:** (0.5, 0.7, 0.0, 0.0, 0.45, 0.47, 0.28)

**Задача 3.2.** Колко петмерни образа биха се получили от 18-те данни на фигура 3.2 от лекция 3, ако се взимат четирите измервания предхождащи часа и измерването в часа. Кои са другите възможни начина при взимане на пет поредни измервания на концентрацията? Съответно колко образа се получават при всеки начин на съставяне на образите?

**Решение:**

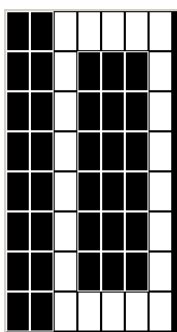
1. От данни за 18 измервания можем да изберем  $18 - 5 + 1 = 14$  поредни петорки, а именно  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ ,  $(x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ , ...  $(x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18})$ .

2. Измерването  $(x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, x_{n+3}, x_{n+4})$  най-добре ще характеризира „проблема въглероден оксид“ в часа, който съответства на измерване  $n+2$ , отколкото това с номер  $n+4$ . Тази интерпретация се тълкува като измервания

в двата часа преди часа, измерване в часа и измервания в двата часа, след часа -  $(x_{n-2}, x_{n-1}, x_n, x_{n+1}, x_{n+2})$ , за  $n = 3, 4, \dots, 16$ .

3. Въпреки различното тълкуване общо винаги се съставят 14 образа петмерни образа.

**Задача 3.3.** Кодирайте двоично цифрата 0, дадена на изображението по-долу. Колко е размерността на изображението? Колко е размерността на образа? Колко е стойността на  $x_{12}$ ,  $x_{23}$  и  $x_{49}$ ?



**Решение:**

1. Ако изображението се кодира ред по ред, от ляво на дясно и започвайки от горния ляв ъгъл и кодирайки черния цвят с нула, а белия - с единица то получаваме:

(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0,  
1,  
0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0,  
1,  
0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, )

2. Размерността на изображението е  $8 \times 7$  (чете се „осем на седем“).

3. Размерността на образа е  $8 \times 7 = 56$  (казва се „образът е петдесет и шест мерен“).

4. Следните признаци имат тези стойности:  $x_{12} = 0$ ,  $x_{23} = 0$  и  $x_{49} = 1$ .

**Задача 3.4.** Какъв е химическият смисъл на диагоналната линия (минаваща през точката с координати  $(0, 0)$  и точката  $(70, 70)$ ) на фигура 3.5 от лекция

3? Каква е разликата между точките над нея и под нея? Какъв най-общ признак обединява точките в близост до началото на координатната система? Каква е разликата между тях и точките в близост до точката (70, 70) ?

**Решение:**

1. На нея ще лежат двумерните признаци, за които двете им координати са равни: т.е. имаме равни концентрации на въглеродния моноксид, измерени един час преди часа и в часа, за който се съставя образа.

2. За точките над нея ще имаме  $x_1 > x_2$ , т.е. концентрацията на въглеродния моноксид намалява. За точките под правата линия от т. 1 ще имаме  $x_1 < x_2$ , т.е. концентрацията на въглеродния моноксид нараства, ако се сравнят текущото и преходното измерване.

3. Точките в близост до началото на координатната система са с малки  $x_1$  и  $x_2$ , т.е. с ниски концентрации на въглеродния моноксид. Тези в близост до десния горен ъгъл са големи  $x_1$  и  $x_2$ , т.е. с високи концентрации на въглеродния моноксид.

**Задача 3.5.** Имате три двоични петмерни образа,  $X_1 = (1, 1, 0, 1, 0)$ ,  $X_2 = (0, 0, 1, 1, 0)$  и  $X_3 = (0, 1, 1, 1, 0)$ . Изчислете следните разстояния между тях:  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_H$  и  $D_T$ . [за означенията вижте формули (3.1) - (3.4)]

**Решение:** Тук ще решим задачата само за разстоянието между  $X_1$  и  $X_2$ .

$$\begin{aligned} D_1(X_1, X_2) &= |1-0| + |1-0| + |0-1| + |1-1| + |0-0| = |1| + |1| + |-1| + |0| + |0| = \\ &= 1 + 1 + 1 + 0 + 0 = 3 \end{aligned}$$

За квадрата на Евклидовото разстояние получаваме:

$$\begin{aligned} D_2(X_1, X_2)^2 &= (1-0)^2 + (1-0)^2 + (0-1)^2 + (1-1)^2 + (0-0)^2 = \\ &= (1)^2 + (1)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (0)^2 = \end{aligned}$$

$$= 1 + 1 + 1 + 0 + 0 = 3,$$

т.е

$$D_2(X_1, X_2) = \sqrt{3} \text{ [корен квадратен от три]}$$

За разстоянието по Хаминг получаваме:

$$D_H(X_1, X_2) = 1 \text{ xor } 0 + 1 \text{ xor } 0 + 0 \text{ xor } 1 + 1 \text{ xor } 1 + 0 \text{ xor } 0 = 1 + 1 + 1 + 0 + 0 = 3$$

За разстоянието по Танимото трябва да изчислим първо числителя Nu (от англ. numerator) и знаменателя Dn (от англ. denominator).

$$Nu(X_1, X_2) = 1 \text{ and } 0 + 1 \text{ and } 0 + 0 \text{ and } 1 + 1 \text{ and } 1 + 0 \text{ and } 0 = 0 + 0 + 0 + 1 + 0 = 1$$

$$Dn(X_1, X_2) = 1 \text{ or } 0 + 1 \text{ or } 0 + 0 \text{ or } 1 + 1 \text{ or } 1 + 0 \text{ or } 0 = 1 + 1 + 1 + 1 + 0 = 4$$

тогава:

$$D_T(X_1, X_2) = 1 - Nu(X_1, X_2) / Dn(X_1, X_2) = 1 - \frac{1}{4} = 1 - 0.25 = 0.75$$

**Задача 3.6.** Кое от разстоянията на Минковски ( $M = ?$ ) отговаря на разстоянието по Хаминг, ако образите са двоични? Какво показва разстоянието по Хаминг?

**Решение:**

1. Разстояние в Манхатън отговаря на разстояние по Хаминг.
2. Разстоянието по Хаминг показва в колко от признаците са различни двата образа. На практика при двоични образи това показва и разстоянието в Манхатън.

**Задача 3.7.** Съществуват още логически функции, освен тези дадени в таблица 3.1. Двете по-известни от тях са импликацията ( $x \rightarrow w$ ) и еквивалентността ( $x = w$ ). Техните стойности са дадени в таблица 3.2. Всички логически функции могат да се изразят с трите функции and, or и not: тези три функции е прието да се записват с означенията  $\wedge$ ,  $\vee$  и  $\neg$ . Последната функция действа на само един операнд и ако той е 1 го променя на 0 и ако той е 0 - на 1:  $\neg 1 = 0$  и  $\neg 0 = 1$ .

**Вашата задача:** Изчислете в пета, шеста и седма колона съответните стойности на логическите операции - използвайте таблица 3.1. Сравнете шестта с трета и седма с четвърта колона и вижте, че  $x \rightarrow w$  е еквивалентно на  $\neg x \vee w$  и  $x = w$  има същите стойности като  $\neg(x \dot{\vee} w)$ .

**Отговор:** Изчислените стойности са дадени с **червено**.

**Таблица 3.2.** Значение на логическите функции **импликация** и **еквивалентност**.

$x_k$	$w_k$	$x_k \rightarrow w_k$	$x_k = w_k$	$\neg x_k$	$\neg x_k \text{ or } w_k$	$\neg(x_k \text{ xor } w_k)$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

**Задача 3.8.** Попълнете четвърта, пета и шестта колона на таблица 3.3. Сравнете стойностите в трета и шестта колона и покажете че  $x_k = w_k$  е еквивалентно на  $(x_k \rightarrow w_k) \wedge (w_k \rightarrow x_k)$ . Тази еквивалентност илюстрира използваното в училище твърдение „ $x$  е изпълнено тогава и само тогава, ако  $w$  е изпълнено“. Това твърдение се нарича още „изпълнението на  $w$  е необходимо и достатъчно условие за изпълнението на  $x$ “. (Ясно е, че в предните две изречения  $w$  и  $x$  могат да разменят местата си.)

**Отговор:** Изчислените стойности са дадени с **червено**.

**Таблица 3.3.** Значение на някои логически функции.

$x_k$	$w_k$	$x_k = w_k$	$x_k \rightarrow w_k$	$w_k \rightarrow x_k$	$(x_k \rightarrow w_k) \wedge (w_k \rightarrow x_k)$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1

### Практически задачи

**Задача С3.1.** Стартирайте програмата `BinClass.exe`. Заредете файловете `Figs_08x07L.img` и `Figs_08x07L.img` като обучаваща и тестваща извадки. Разгледайте всички образи от двете извадки, като навигирате със скролбара

и двата радиобутона. Отворете тези два файла в текстовия редактор на Windows и ги разгледайте.

**Задача С3.2.** Класифицирайте всички обекти от тестващата извадка като използвате разстоянията по Хеминг и Танимото. Изчислете на ръка тези разстояния от 16 обект на тестващата извадка (цифрата 5) до 6 и 7 обект от обучаващата извадка (цифрите 5 и 6).

**Задача С3.3.** Класифицирайте всички обекти от тестващата извадка като използвате разстояние по Минковски със степени 1 и 2. Как се наричат тези разстояния?

**Задача С3.4.** Заредете файловете ABC.IMG и Os.img като обучаваща и тестваща извадки. Разгледайте всички образи от двете извадки, като навигирате със скролбара и двата радиобутона. Отворете тези два файла в текстовия редактор на Windows и ги разгледайте.

**Задача С3.5.** Класифицирайте всички обекти от тестващата извадка като използвате разстоянията по Хеминг и Танимото. Маркирайте чекбокса *with moments* и повторете класификацията като използвате Евклидово разстояние. След всяка класификация изчислявайте моментите на образите (буквите): част от тези променливи се използват за изчисляване на съответните разстояния.

**Задача С3.6.** Нарисувайте изображение с размерност 30 на 20, което да прилича на буквата E. Използвайте менюто Draw | Draw Image. Отговорете на следните въпроси:

- Каква е размерността на изображението?
- Ако кодирате изображението колона по колона в N-мерен двоичен образ, колко е размерността на този образ?

**Задача С3.7.** Създайте файл `NEW.PNG`, в който ще добавите (съхраните) вашето изображение, създадено в задача **С6**. Използвайте бутона `Append` в долния край на прозореца с изображението. Отворете новосъздадения файл с редактора `NOTEPAD` и го разгледайте. Откривате ли вашето изображение сред нулите и единиците?