**ВЕКТОРИ**

Величина, всяка стойност на която се определя еднозначно с едно число, се нарича ***скаларна*** (или ***скалар***).

Скалари са температурата на едно тяло, броят на частиците, от които то е съставено, масата му и др.

Величина, всяка стойност на която се определя с една насочена отсечка, се нарича ***векторна величина*** (или ***вектор***).

Векторни величини са скоростта , ускорението , силата  и др.

Дължината на насочената отсечка се нарича ***големина*** (***модул***) на вектора. Големината на вектора е винаги неотрицателна скаларна величина.

1. **Събиране и изваждане на вектори**

Събирането на два вектора се извършва по следното правило: единият от векторите се пренася успоредно докато началото му съвпадне с края на първия вектор. Сумата от двата вектора е ***вектор*** с начало, съвпадащо с началото на първия вектор, и край, съвпадащ с края на втория вектор (фиг. 1).

Този метод за събиране на вектори е удобен да се използва и в случаите, когато е необходимо сумирането на повече от два вектора. (фиг. 2).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Фиг. 1 | Фиг. 2 | Фиг. 3 |

***Разлика на два вектора *** се нарича такъв вектор , който сумиран с вектора  дава вектора  – фиг.3.

1. **Умножение на вектор с число**

При умножение на вектора  със скалар , се получава нов вектор  (), големината на който е  по-голяма от големината на вектора  (). Посоката на  съвпада с посоката на , ако , и е противоположна, ако .

Умножението с „-1” изменя посоката на един вектор на противоположна. Следователно векторите  и  имат еднакви големини, но противоположни посоки.

От определението за умножение на вектор с число следва, че всеки вектор  може да се представи във вида:

,

където  е големината на вектора , а  е вектор с големина, равна на единица и посока, съвпадаща с тази на вектора . Векторът  се нарича ***единичен вектор*** на вектора .

Единични вектори могат да се съпоставят не само на векторите, но и на произволни посоки в пространството. Например  е единичен вектор на координатната ос ,  – единичен нормален вектор към крива или повърхност,  – единичен вектор, допирателен към крива, и др.

1. **Проекция на вектор**

Да разгледаме посока в пространството, която сме задали с ос  – фиг. 4. Нека векторът  сключва ъгъл  с оста .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Фиг. 4. | Фиг. 5 |

Величината  се нарича ***проекция на вектора  върху оста ***. Проекцията на вектор е ***алгебрична величина***. Ако векторът образува с посоката остър ъгъл,  и проекцията е положителна. Ако ъгълът  е тъп,  и проекцията е отрицателна. Ако векторът  е перпендикулярен на посоката, .

Проекцията на вектор има прост геометричен смисъл – тя е равна на разстоянието между проекциите на началото и края на вектора върху оста.

Нека  (фиг. 5). Проекцията на резултантния вектор  върху дадена ос е равна на проекциите на сумираните вектори:



1. **Представяне на вектор чрез проекциите му върху координатните оси.**

Да разгледаме Декартова координатна система и вектор , лежащ в равнина, перпендикулярна на оста  – фиг. 6. Въвеждаме единичните вектори  и .

|  |
| --- |
|  |
| Фиг. 6 |

Векторът може да се представи във вида:



Проекциите  и  върху координатните оси се наричат ***координати (компоненти) на вектора*** .

В общия случай



Компонентите на вектора са равни (с точност до знак!) на дължините на страните на правоъгълен паралелепипед, големият диагонал на който е вектора . Следователно:

,

или големината на вектора  е



Нека . Представяме векторите ,  и  чрез проекциите им върху координатните оси:



Следователно .

1. **Радиус-вектор**

***Радиус-вектор***  на дадена точка се нарича вектор с начало началото на координатната система и край дадената точка. Неговите проекции по координатните оси на равни на декартовите координати на точката – . Следователно радиус-векторът може да се представи във вида:



1. **Скаларно произведение на вектори**

Два вектора  и  могат да бъдат умножени по два начина. Резултатът от единия е скаларна величина, а от другия – нов вектор. В съответствие с това съществуват два вида произведения на вектори – скаларно и векторно.

***Скаларно произведение*** на векторите  и  се нарича скалар, равен на произведението от големините на тези вектори и косинуса на ъгъла  между тях – фиг. 7.



|  |
| --- |
|  |
| Фиг. 7 |

Когато ъгъл  е остър, , а когато ъгъл  е тъп, . ***Скаларното произведение на два взаимно перпендикулярни вектори е равно на нула***.

Под ***квадрат на вектор*** винаги се разбира скаларното произведение на вектора със самия себе си.

От определението за скаларно произведение на два вектора следва, че то е ***комутативно***, т.е. не зависи от реда на множителите.

Може да се покаже, че скаларното произведение е ***дистрибутивно***, т.е.



а също и, че



1. **Векторно произведение на вектори**

Векторно произведение на векторите  и  се нарича вектор , определен по формулата:

,

където  и  са големините на векторите  и , α – ъгълът между векторите,  – единичният нормален вектор към равнината, в която лежат векторите  и  – фиг. 8.

|  |
| --- |
|  |
| Фиг. 8 |

Посоката на вектора  се избира така, че векторите , и  образуват ***правовинтова система***. Това означава, че ако се гледа срещу вектора , то завъртането по най-краткия път на първия към втория вектор да се извършва в посока, обратна на часовниковата стрелка.

Символично векторното произведение се записва по два начина:  или .

Доколкото посоката на векторното произведение се определя от посоката на въртене на първия множител към втория, резултатният вектор зависи от подредбата на множителите. Смяна на реда на множителите означава изменение на посоката на резултатния вектор на противоположна. Следователно векторното произведение ***не притежава*** свойството комутативност:



Може да се покаже, че векторното произведение е дистрибутивно.:

.

**Задачи**:

1 зад. Векторът сила $\vec{F}$ има големина 15N и е насочена на североизток. Начертайте векторите на силите $\vec{F\_{1}}=3\vec{F}$, $\vec{F\_{2}}=\frac{\vec{F}}{3}$ и$ \vec{F\_{3}}=-3\vec{F}$. Запишете големините на векторите и посоката им.

2 зад. На фигурата са представени векторите $\vec{а}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Като използвате правилото на успоредника, постройте векторите $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ и $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.



3 зад. Векторът $\vec{v}$ е скорост с големина 10/s и посока юг. Какви са посоката и големината на скоростта на тяло, ако то се движи със скорост $\vec{v\_{1}}=\vec{v}-3\vec{v}$.

4 зад. Векторът $\vec{а}$ има компоненти $\vec{а}=\left(-5, 10\right)$. Определете големината му и ъгъла, който той сключва с положителната посока на оста Ox. Направете чертеж.

5 зад. На фигурата са представени векторите $\vec{а}$ и $\vec{b}$. Определете координатите (компонентите) и големините на векторите $\vec{а}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$. Какъв ъгъл сключва векторът $\vec{c}$ спрямо положителната посока на оста Ox?

****