Тема 12. Механика на флуидите

1. Понятия, използвани с механиката на флуидите

***Флуид* наричаме течност или газ, когато изучаваме техните общи свойства.**

Тази част от механиката, която изучава покоя (равновесието) на течностите и газовете и тяхното движение, се нарича механика на флуидите.

Механиката на флуидите обхваща два големи раздела: **Статика** на флуидите (Хидростатика и Аеростатика) и **Динамика** на флуидите (съответно Хидродинамика и Аеродинамика).

Статиката на флуидите изучава свойствата и законите на флуиди, които са в равновесие (покой).

Динамиката на флуидите изучава особеностите при движение на флуидите.

От макроскопична гледна точка течностите и газовете представляват непрекъснати среди. Общото между тях е това, че отделните им части (слоеве) могат лесно да се преместват една спрямо друга под действието на съвсем малки сили, т.е. флуидите са лесноподвижни и ***текат***.

Но докато газовете ***нямат свой собствен обем***, а заемат обема на съда, в който са поставени, дадена маса течност при определени външни условия (температура и налягане) заема точно определен обем.

Флуид, чиято плътност е еднаква във всички негови точки, се нарича хомогенен флуид.

Флуид, който не променя плътността си под действието на външни сили, се нарича несвиваем, а ако я променя - свиваем.

Флуид, чието тегло (маса) може да се пренебрегне в условията на дадена задача, се нарича безтегловен.

Флуид, който е несвиваем и при движение между слоевете му не възникват сили на вътрешно триене, се нарича идеален флуид.

2. Статика на флуидите

2.1. Налягане в течности и газове

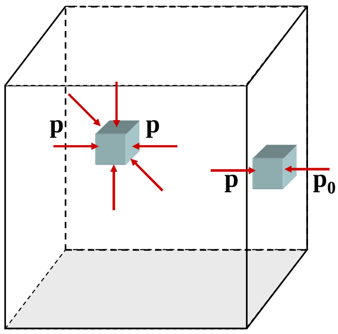
За разлика от твърдите тела, в състояние на равновесие течностите и газовете не притежават еластичност на формата, т.е. те лесно я променят (изключение прави повърхностният слой на течностите). В такъв случай флуидите се характеризират единствено с обемна еластичност, т.е. това са среди, в които в състояние на равновесие няма тангенциално напрежение, а под действието на външни сили възниква само нормално напрежение (перпендикулярно на дадена повърхност) . Това напрежение се нарича налягане и е една от основните величини в механиката на флуидите.

Налягане е числено равно на нормалната сила, действаща на единица площ от повърхността:

$$p = \frac{F}{S} \tag{12.1}$$

където S е площта на повърхността. В система SI се измерва в ***Pa***: $[p] = 1Pa = \dfrac{1N}{1m^2}$.

Опитно е установено, че течностите и газовете създават налягане във всички посоки. Налягането в произволна точка от неподвижна течност е едно и също. Този факт може да се обясни чрез фиг. 12.1.

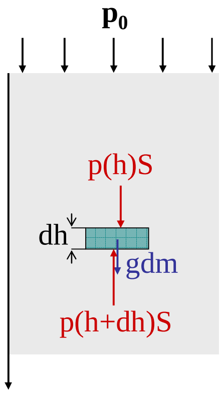


Фиг. 12.1.

Нека във вътрешността на течността отделим толкова малък кубичен елемент, че действащата му сила на тежестта може да се пренебрегне. Тъй като течността е неподвижна, силите, действащи върху срещуположните му страни трябва да се уравновесяват. Но тъй като площите на тези страни са еднакви, това означава, че и наляганията върху страните са еднакви. Ако кубът се допира до стените на съда, условието за равновесие изисква налягането $\boldsymbol{p}$ на флуида да е равно на външното налягане $\boldsymbol{p_0}$, с което действа стената на съда.

Следователно когато може да се пренебрегне силата на тежестта, налягането във всички точки на неподвижен флуид е еднакво и равно на приложеното към флуида външно налягане.

Да разгледаме как се изменя в дълбочина налягането в течност с постоянна плътност – фиг. 12.2. Отделяме мислено елемент от течността с форма на цилиндър, чиито основи с площ **S** са успоредни на повърхността. Горната основа се намира на дълбочина ***h***. Височината ***dh*** на цилиндъра е безкрайно малка. Тъй като цилиндърът е в равновесие, трябва сумата от проекциите върху оста ***h*** на всички сили да е равна на нула.



Фиг. 12.2.

$$Sp(h) - Sp(h+dh) + g\rho S dh = 0$$

Съкращаваме на **S** и записваме уравнението във вида:

$$dp = \rho g dh\,,$$

където $dp = p(h+dh) - p(h)$ е разликата в налягането върху двете основи на цилиндъра. След интегриране получаваме:

$$p = \rho g h + C$$

Константата ***C*** определяме от граничното условие: на повърхността на течността (при $h = 0$) налягането е равно на външното атмосферно налягане $\boldsymbol{p_0}$, т.е. при $h = 0$, $p = C = p_0$. Следователно:

$$p = \rho g h + p_0 \qquad 12.2$$

Величината $\rho g h$ се нарича ***хидростатично налягане***. Хидростатичното налягане е резултат от действието на силата на тежестта. В отворен съд с течност хидростатичното налягане е еднакво за всички точки, които се намират на определена дълбочина ***h***.

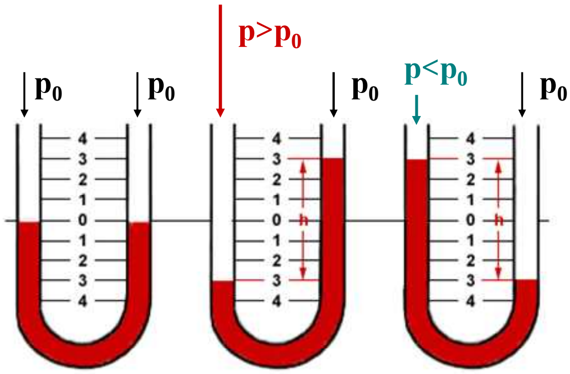
2.2. Измерване на налягането

За измерване на налягането са изобретени много прибори, някои от които са показани на фиг. 12.3. Най-прост се явява откриτия манометър (фиг. 12.3.а), U-увидната тръба на който частично е запълнена с течност – вода или живак. Измерването на налягането е свързано с разликата в нивото на течността в двете колена на тръбата посредством зависимостта:

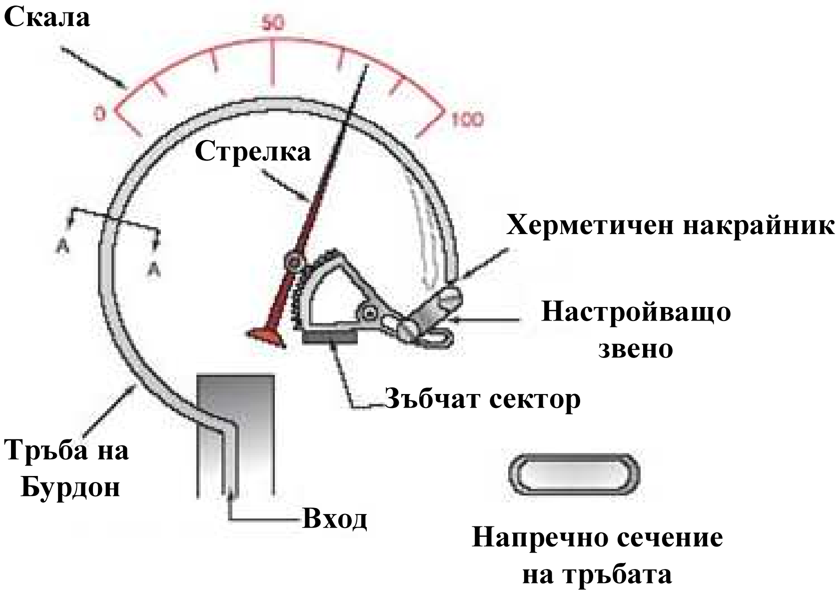
$$p = p_0 + \rho g h\,,$$

където $\boldsymbol{p_0}$ е атмосферното налягане, а ρ – плътността на течността.

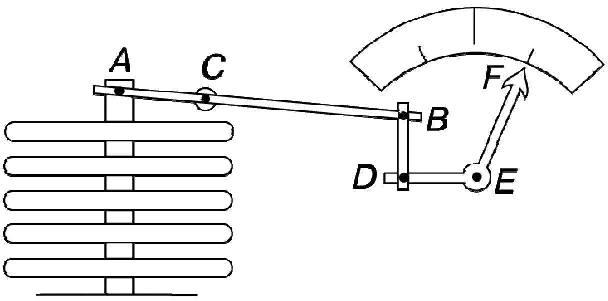
Към другите видове измерители на налягане се отнасят тръбата на Бурдон (фиг. 12.3.б), в която под действие на налягането се сгъва или разгъва тънка тръбичка, съединена със стрелка, а така също и анероид, при който стрелката е прикрепена към херметично затворена кутийка от тънък метал (фиг. 12.3.в).



Фиг. 12.3.а



Фиг. 12. 3.б

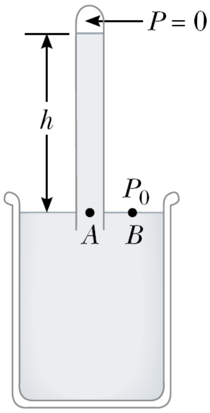


Фиг. 3.в

За измерване на атмосферното налягане често се използва живачен барометър със запоена тръбичка – фиг. 12.4.

За пръв път такъв е използван от Торичели през 1643 г. Барометърът на Торичели е стъклена тръба с дължина около 80 cm, която отначало се запълва с живак, а след това се обръща и отвореният ú край се потапя в съд с живак. Част от живака се излива, а пространството над живака се запълва единствено с негови пари, чието налягане при стайна температура може да се пренебрегне.

Наляганeто в т. **A** е равно на хидростатичното налягане на стълба живак, а налягането в т. **B** е равно на външното атмосферно налягане p_0. Тъй като двете точки са на едно равнище, налягането в тях е равно: $p_0 = \rho g h$. Така чрез измерване на височината ***h*** на живачния стълб, може да се определи атмосферното налягане.



Фиг.12.4

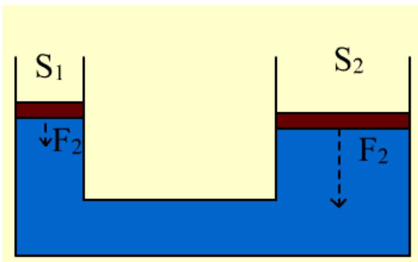
Височината ***h***, измерена в mm се използва като извънсистемна единица за налягане: 1 mm Hg стълб е равно на хидростатичното налягане на живачен стълб с височина 1 mm. В чест на Торичели е въведена мерната единица torr: $1 torr = 1 mmHg$.

2.3. Закон на Паскал

Земната атмосфера оказва налягане на всички тела, намиращи се в нея, в това число и на други газове и течности. Атмосферното налягане, действащо на течност, се предава в целия обем на течността. Това е частен случай на общ закон, открит от Паскал. Според него

Налягането, приложено към флуид (течност или газ), намиращ се в ограничен обем, се предава без изменение във всички точки от флуида и върху стените на съда.

Примери за механизми, действащи на основата на закона на Паскал са хидравличната преса и хидравличната спирачна система на автомобила – фиг. 12.5 и фиг. 12.6.

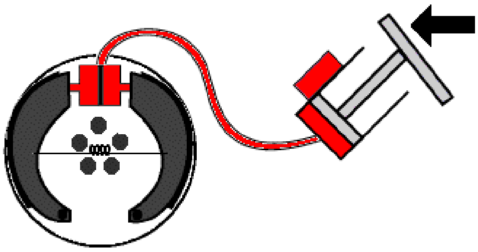


Фиг. 12. 5

Устройството и действието на хидравличните машини се дължи на свойството на флуидите да предават налягането равномерно във всички посоки. Най-общо устройството на хидравлична преса може да се представи с фиг. 12.5: Тя се състои от две свързани тръби с различен диаметър. В тях са поставени плътно прилепнали бутала. Ако приложим сила върху буталото с по-малък диаметър силата на натиск върху голямото бутало ще е с големина съгласно формулата:

$$F_2 = \frac{F_1 S_2}{S_1}.$$

В реалната хидравлична преса ролята на малкото бутало се изпълнява от помпа, а на големия от работно пространство. В него се поставя детайла който ще се пресова.



Фиг. 12.6

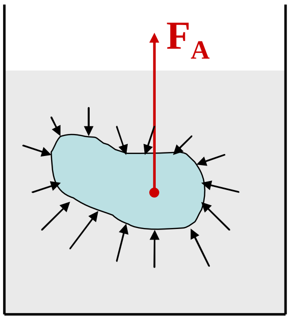
Трудно можем да кажем кой е откривателя на пресата. В началото тя е била използвана за изстискване на грозде, олио, пресоване на сено и други подобни. през 1861г. за пръв път е използвана хидравлична преса за щамповане на метални детайли. Спокойния плавен натиск свива метала в целия обем и усигурява запълване на цялата щампа, и по-добри свойства на детайла отколкото същия направен чрез коване.

2.4. Подемна сила. Закон на Архимед

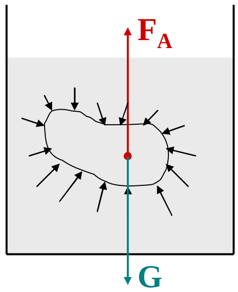
Тъй като хидростатичното налягане нараства с дълбочината ***h***, на по-долните части от потопено в течност твърдо тяло течността действа с по-големи сили на нормален натиск, отколкото върху горната повърхност на тялото. В резултат на събирането на силите, действащи всички елементи от повърхността на тялото, се получава равнодействаща сила $\vec{F}_A$, насочена вертикално нагоре (фиг. 12.7.а). Силата $\vec{F}_A$ се нарича ***подемна сила***. Древногръцкият учен Архимед открива закон, според който

На всяко тяло, потопено в течност (или газ), действа подемна сила, равна по големина на теглото на изместения от тялото обем течност (или газ).

Подемната (архимедова) сила $\vec{F}_A$ е насочена вертикално нагоре, а приложната ú точка е центърът на тежестта на изместения обем течност (газ).



Фиг. 12.7.а



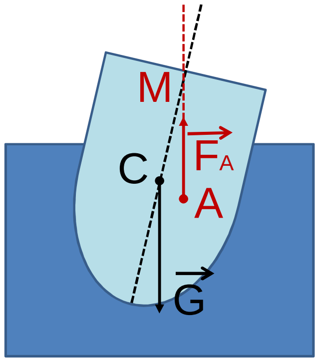
Фиг. 12.7.б

Законът на Архимед може да се изведе с помощта на следното просто разсъждение: да разгледаме тяло с произволна форма, което е потопено в течност. Течността упражнява налягане върху тялото, т.е. действа върху неговата повърхност със сили на нормален натиск, чиято резултантна е изтласкващата сила $\vec{F}_A$ (фиг. 12.7.а). Нека мислено отстраним тялото и освободения от него обем ***V*** да запълним със същата течност, която остава мислено отделена от околната течност с повърхност ***S***, еднаква с повърхността на тялото (фиг. 12.7.б). тъй като при тази въображаема замяна повърхността ***S*** не се изменя по форма, размери и положение, силите на натиск, с които околната течност действа на повърхността ***S***, също няма да се изменят. Не се променя и резултантната сила $\vec{F}_A$. Освен силата $\vec{F}_A$ на отделения обем от течността действа и силата на тежестта $\vec{G} = V\rho\vec{g}$. От условието разглеждания обем течност да е в механично равновесие, следва, че силите $\vec{F}_A$ и $\vec{G}$ са равни по големина и противоположни по посока, т.е. подемната сила е равна по големина на силата на тежестта $\vec{G}$ на изместената от тялото обем течност и е насочена вертикално нагоре. Освен това силата $\vec{F}_A$ трябва да е приложена в същата точка, както силата на тежестта $\vec{G}$ – в центъра на тежестта ***A*** на изместения обем течност. В противен случай механичното равновесие се нарушава, защото двете сили образуват двойка сили, която създава въртящ момент.

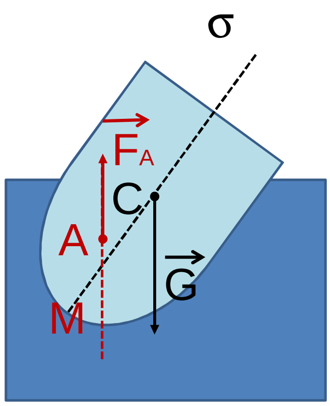
2.5. Плаване на телата

На закона на Архимед се основава теорията на плаването, чийто основи полага швейцарския математик Леонард Ойлер. Обемът на изместената от плавателния съд (например кораб) вода се нарича ***водоизместимост*** на съда. Да разгледаме симетричен кораб, който се намира в равновесие на повърхността на водата. Силата на тежестта $\vec{G}$ на кораба се уравновесява от архимедовата сила $\vec{F}_A$. Архимедовата сила $\vec{F}_A$ е приложена в центъра на тежестта А на изместения от кораба обем вода, който се нарича център на водоизместимост. Силата на тежестта обаче е приложена в центъра на тежестта С на кораба. При накланяне на кораба положението на центъра на водоизместимост спрямо кораба се измества. Тогава приложните точки на силите $\vec{G}$ и $\vec{F}_A$ вече не лежат на една и съща вертикална линия - $\vec{G}$ и $\vec{F}_A$ образуват двойка сили. Когато двойката сили с естреми да изправи кораба, неговото положение е устойчиво. Ако двойката сили накланя още повече кораба, положението му е неустойчиво и той се преобръща.

За симетричен кораб центъра на тежестта С лежи в равнината на симетрия σ (фиг. 12.8). Точката М, в която линията на действие на архимедовата сила $\vec{F}_A$ пресича равнината на симетрия, се нарича ***метацентър***. При накланяне на кораба положението на метацентъра се изменя. Корабът е устойчив, ако най-ниското положение, до което достига метъцентъра, се намира над центъра на тежестта. Тогава двойката сили изправя кораба.



Фиг. 12.8.а



Фиг. 12.8.б

Ако при накланяне метацентърът премина под центъра на тежестта, двойката сила сменя посоката на въртене и преобръща кораба (фиг. 12.8.б). Като мярка за устойчивостта на кораба служи разстоянието CM, наречено ***метацентрална височина***. Колкото по-голяма е метацентралната височина, толкова по-устойчив е корабът.

3. Движение на идеален флуид

Явленията, свързани с вискозитета, свиваемостта и топлопроводимостта на реалните течности и газове усложняват извънредно много изследването на тяхното движение. Редица общи закономерности обаче могат да се получат, като се използва опростен модел на абсолютно несвиваем и невискозен флуид, наречен идеален флуид. При отчитане движението на идеалните флуиди също така не се отчита изменението на температурата и топлообмена между отделните им слоеве.

3.1. Стационарно течение

Да направим „моментна снимка“ на движещ се флуид. Всяка точка от пространството, заето от флуида, ще характеризираме със скоростта $\vec{v}$ на частицата, която в дадения момент преминава през нея. (Частици на флуида се наричат много малки от макроскопична гледна точка обеми от течността или газа, които обаче съдържат огромен брой молекули.)

Съвкупността от всички вектори $\vec{v}$ се нарича поле на вектора на скоростта.

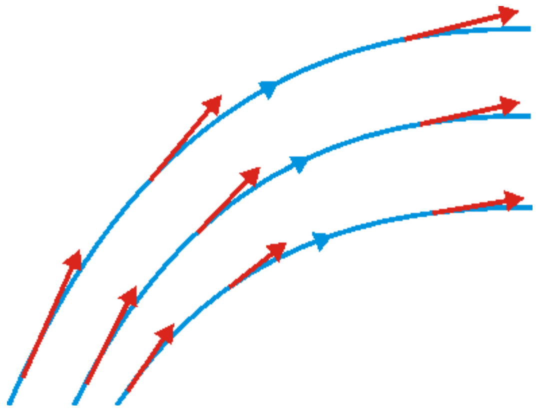
Линия, във всяка точка на която векторът на скоростта е насочен по допирателната, се нарича токова линия.

Токовите линии се чертаят така, че гъстотата ил да характеризира големината на скоростта. В областите с по-голяма скорост токовите линии се сгъстяват (фиг. 12.9а).

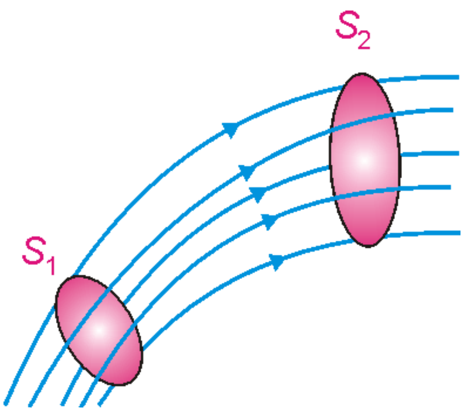
Когато полето на скоростта не се изменя с течение на времето, движението на флуида се нарича стационарно. В противен случай то е нестационарно.

При стационарно течене всички частици преминават през определена (произволно взета) точка от пространството с една и съща скорост, т.е. скоростта, характеризираща тази точка, не се изменя с времето. Картината на токовите линии също остава неизменна. Само при стациоанрно течение токовите линии съвпадат с траекторията на частиците.

Да разгледаме произволен затворен контур L и през всяка негова точка да прекараме съответната токова линия: токовите линии образуват повърхност, наречена токова тръба (фиг. 12.9.б). Тъй като скоростите на частиците са насочени по допирателната към токовата тръба, те не я пресичат и в токова тръба течността тече така, както би текла в гладка твърда тръба със същата форма.



Фиг. 12.9.а

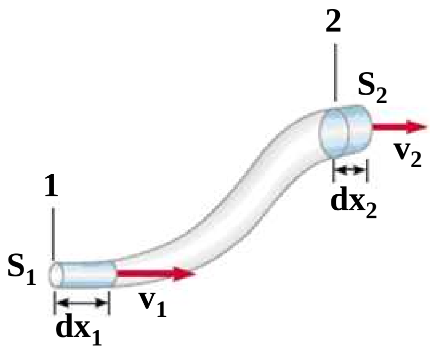


Фиг. 12.9.б

3.2. Уравнение за непрекъснатост

На фиг. 12.10 е показана много тясна токова тръба. $\boldsymbol{S_1}$ и $\boldsymbol{S_2}$ са две произволно взети две нейни напречни сечения. Тъй като площите $\boldsymbol{S_1}$ и $\boldsymbol{S_2}$ са малки, можем да смятаме, че във всяка точка от $\boldsymbol{S_1}$ скоростта на флуида е постоянна и има големина $\boldsymbol{v_1}$, а във всички точки от $\boldsymbol{S_2}$ флуидът се движи със скорост $\boldsymbol{v_2}$. За време $\boldsymbol{dt}$ през сечението S_1 се втича флуид с маса $dm_1 = \rho S_1 v_1 dt$, а през $\boldsymbol{S_2}$ изтича флуид с маса $dm_2 = \rho S_2 v_2 dt$, където ρ е плътността на несвиваемия флуид. От закона за запазване на масата следва, че $dm_1 = dm_2$, т.е.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \qquad 12.3$$



Фиг. 12.10

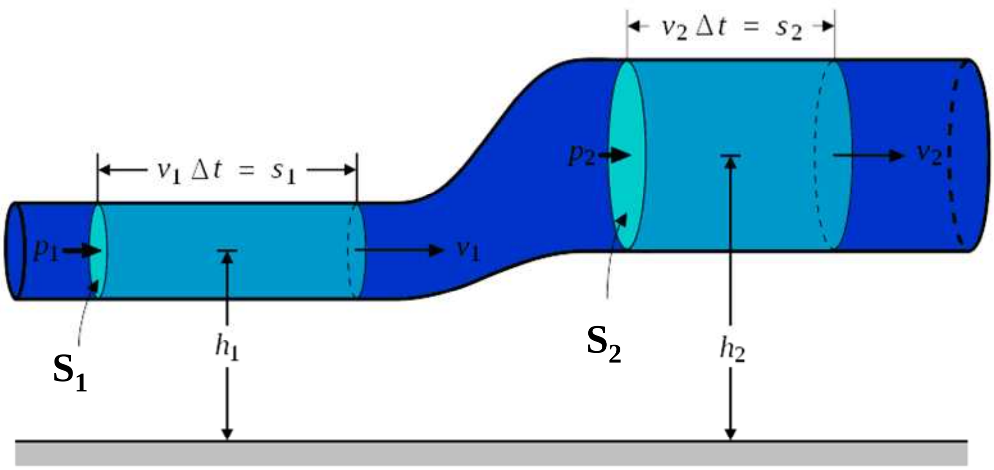
Полученият израз е в сила за две произволни напречни сечения на токовата тръба. Следователно произведението от скоростта ***v*** на частиците в дадено напречно сечение на токовата тръба и площта ***S*** на това сечение остава постоянна по цялата дължина на тръбата.

$$vS = const \qquad 12.4$$

Уравнение (12.4) се нарича ***уравнение за непрекъснатост на струята***. От него следва, че на местата, където токовата тръба се стеснява, скоростта на струята ще нараства, а в широките части на тръбата флуидът ще се движи с по-малка скорост.

3.3. Закон на Бернули. Приложения на закона на Бернули

В първата половина на 18 век швейцарският физик Даниел Бернули е установил един важен закон, валиден за движенията на флуидите. В негова чест този закон сега носи неговото име – закон на Бернули. Той разглежда ламинарното стационарно движение на идеален флуид в тръба с променливо сечение – фиг. 12.11.



Фиг. 12.11

Да отделим от стационарен поток а идеален флуид тясна токова тръба. За време Δt обемът флуид, затворен между две произволно взети напречни сечения $\boldsymbol{S_1}$ и $\boldsymbol{S_2}$ на токовата тръба, ще се придвижи по посока на токовите линии, при което сечението $\boldsymbol{S_1}$ се премества на разстояние $\boldsymbol{s_1}$, а сечение $\boldsymbol{S_2}$ – на разстояние $\boldsymbol{s_2}$. Тъй като флуидът е несвиваем, двата светло сини обема на фиг. 12.11. са равни: $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$. Върху разглеждания обем от флуида действат силата на тежестта и повърхнинните сили на натиск. Силите на натиск въху околната повърхност на токовата тръба са перпендикулярни на скоростта на флуида в тръбата и не вършат работа. Общата работа на силите на натиск, действащи върху двете напречни сечения е:

$$\Delta A = (p_1 S_1) s_1 - (p_2 S_2) s_2 = (p_1 - p_2)\Delta V$$

Ще определим изменението ***ΔE*** на механичната енергия на разглеждания обем от флуида. Тъй като течението е стационарно, флуидът, който се намира в незатъмнената част на токовата тръба в момента ***t+Δt*** има същата кинетична и потенциална енергия, както флуида, който е запълвал тази част от тръбата в началния момент ***t***. Затова изменението ***ΔE*** на механичната енергия на целия разглеждан обем от флуида се определя единствено от разликата в механичната енергия (кинетична + потенциална) на двата затъмнени обема. Тъй като обемите ΔV_1 и ΔV_2 са безкрайно малки, можем да смятаме, че всички частици от флуида в тях се движат с еднакви скорости, съответно равни на v_1 и v_2 и се намират на еднаква височина h_1 и h_2. Тогава

$$\Delta E = \left(\frac{\rho \Delta V v_2^2}{2} + \rho \Delta V g h_2 \right) - \left(\frac{\rho \Delta V v_1^2}{2} + \rho \Delta V g h_1 \right)$$

Изменението на механичната енергия на флуида е равно на работата на външните сили на натиск. Така получаваме:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

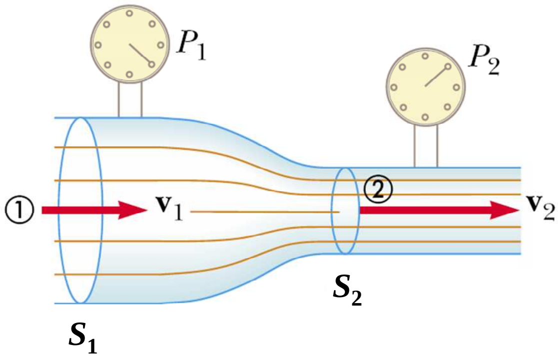
където $\rho g h_1$ е гравитационната потенциална енергия на единица обем от флуида $\left(\rho = \frac{\Delta \boldsymbol{m}}{\Delta \boldsymbol{V}} \right)$, а $\frac{\rho v^2}{2}$ е кинетичната енергия на единица обем от флуида. От уравнението следва, че налягането е равно на работата, която извършват силите на натиск отнесена към единица обем от флуида $p = \frac{\Delta A}{\Delta V}$, т.е. и трите събираеми в уравнението могат да се разглеждат като вид енергия (или работа), отнесена към единица обем от флуида. Самото уравнение е следствие от закона за запазване на енергията.

Получената зависимост е точна, когато сеченията са безкрайно малко, т.е. когато тръбата се стяга в една токова линия. Тъй като сеченията са избрани произволно, следва изводът, че за всяка точка от една токова линия величината $\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p$ има една и съща стойност. Това уравнение изразява закона на Бернули, според който

При стационарно ламинарно течене на идеален флуид сумата от налягането p, кинетичната енергия на единица обем $\frac{\rho v^2}{2}$ ***(хидродинамично налягане) и гравитационната потенциална енергия на единица обем*** $\rho g h$ ***(хидростатично налягане) има една и съща стойност за всички точки на една токова линия.***

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const \qquad 12.5$$

Законът на Бернули намира приложения при измерване скоростта на флуид. За целта се използва така наречената ***тръба на Вентури***. Опростена схема на такъв уред е показана на фиг. 12.12.



Фиг. 12.12

По дължината на тръбопровода се монтира специален участък с две различни по големина калибрирани сечения. В тези две сечения се измерва статичното налягане $\mathbf{P_1}$ и $\mathbf{P_2}$. Уравнението на Бернули за тези сечения има вида:

$$\frac{v_1^{\,2}}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^{\,2}}{2} + \frac{p_2}{\rho}$$

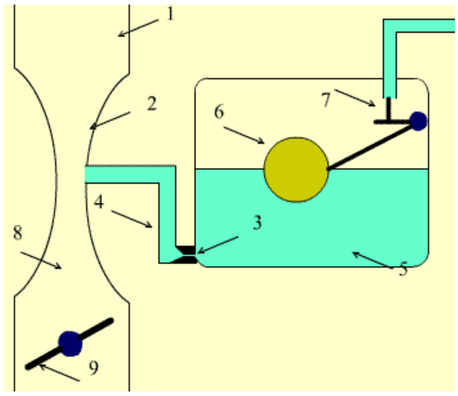
Ако сечение $\mathbf{S_1}$ е равно на сечението на тръбопровода, то скоростта $\mathbf{v_1}$ ще е равна на скоростта в тръбопровода $\mathbf{v}$. От уравнението на непрекъснатостта $\mathbf{V_1S_1 = V_2S_2}$ може да се определи скоростта $\mathbf{v_2}$:

$$V_2 = V_1 \frac{S_1}{S_2}$$

След заместване на този израз в уравнението на Бернули може да се определи скоростта

$$\boldsymbol{v_1 = v};\; v = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho\left(1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right)}}$$

Друго приложение на уравнението на Бернули е свързано с действието на карборатора. За да може горивото да се запали, изгори и създаде необходимата сила да задвижи буталото, трябва да се получи горивна смес - гориво разпръснато на малки капчици и въздух. Тя се получава в сложната от техническа гледна точка част на автомобила - карбуратор, използвайки прости физични закономерностти. Примерна схема на карбуратор е представена на фиг. 12.13. Въздухът се всмуква през тръбата 1. Той попада в дифузьора 2 където скоростта му се увеличава съгласно закона на Бернули, а статичното му налягане намалява. В дифузьора постъпва гориво от жигльора 3 и тръбата 4. Жиглърът прдставлява малък отвор, съединен с поплавковата камера 5. Налягането в поплавковата камера е равно на атмосферното.



Фиг. 12.13

Нивото в нея се регулира от поплавък 6, който е окачен на подвижно лостче. Върху лостчето опира иглата 7. Когато нивото на бензина е нормално игления клапън е затворен, при спадане клапъна се отваря и навлиза ново количество бензин. Тъй като налягането на отвора на тръбата 4 е много по-ниско от атмосферното, горивото изтича през дифузьора и се раздробява на малки капчици. В смесителната камера 8 те се смесват с въздуха, изпаряват се и горивото се насочва към цилиндрите. С помоща на дроселова клапа 9, която е свързана с педала на газта, скоростта на въздушния поток се изменя. Така се налягането на дифузора, а заедно с това и количеството бензин, което постъпва в цилиндрите.

4. Движение на вискозен флуид

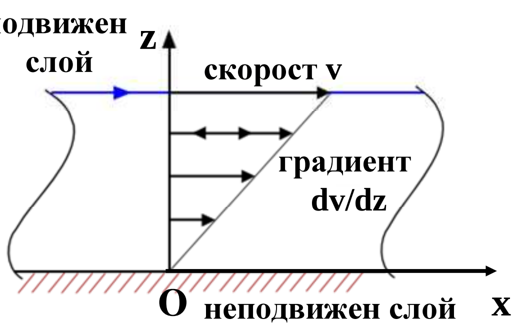
4.1. Вискозитет

От закона на Бернули за идеален флуид следва, че ако флуидът тече с постоянна скорост по цилиндрична хоризонтална тръба, налягането във всички сечения на тръбата е еднакво. Опитът обаче показва, че стационарно течение е възможно само ако се поддържа постоянна разлика в налягането в двата края на тръбата. Налягането трябва да намалява по дължината на тръбата, за да може натискът, породен от тази разлика в наляганията, да преодолее вилите на вътрешно триене, препятстващи движението на реалните флуиди.

Когато два слоя от реален флуид се движат един спрямо друг, между тях възникват тангенциални сили на взаимодействие, които се стремят да забавят слоя, движещ се с по-голяма скорост, и да ускорят слоя с по-малка скорост. Възникването на силите на вътрешно триене се обяснява с това, че движещите се с различни скорости слоеве обменят молекули. При това тези от по-бързо движещия се слой предават на по-бавния определен импулс, вследствие на което последният започва да се движи по-бързо. Молекулите от по-бавния слой пък получават от по-бързия слой определен импулс, което води до неговото забавяне.

Да разгледаме течност, движеща се по посока на оста Ox – фиг. 12.14. Нека слоевете на течността се движат с различни скорости. На оста $\boldsymbol{z}$ избираме две точки, отстоящи на разстояние dz една от друга. Скоростта на потока се отличава в тези точки с dv.

Отношението $\frac{dv}{dz}$ ***характеризира изменението на скоростта на потока по посока на оста z и се нарича градиент на скоростта по посока на оста z.***



Фиг. 12.14

Силата на вътрешно триене, действаща между двата слоя, е пропорционална на площта на контактната повърхност между слоевете и на градиента на скоростта:

$$F = \eta \frac{dv}{dz} S \tag{12.6}$$

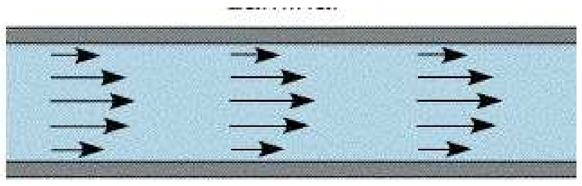
Величината η ***се нарича коефициент на вътрешно триене или динамичен вискозитет. Той е числено равен на силата на вътрешно триене, възникваща на единица контактна повърхност между два слоя, движещи се относително един спрямо друг с градиент на скоростта, равен на единица. В СИ размерността на вискозитета е kg/(m.s).***

Вискозитетът зависи от природата на течността и за дадена течност намалява с увеличаване на температурата и нараства с увеличаване на налягането.

Вискозитетът зависи от вида на флуида като при течности бързо намалява с увеличаване на температурата.

4.2. Ламинарно и турбулентно течение

Вискозен флуид тече по цилиндрична тръба. Частиците, които са в контакт със стената на тръбата, прилепват към нея и са неподвижни. Ако мислено разделим флуида на тънки цилиндрични слоеве, те ще се хлъзгат един спрямо друг, движейки се с различни скорости. Колкото по-далеч от стените на тръбата е един слой, толкова по-голяма е неговата скорост. Максимална е скоростта на частиците, които се движат по оста на тръбата – фиг. 12.15.



Фиг. 12.15.

Течение, при което частиците на флуида като че ли са разделени на отделни слоеве, които само се хлъзгат един спрямо друг, без да се смесват, се нарича ламинарно течение.

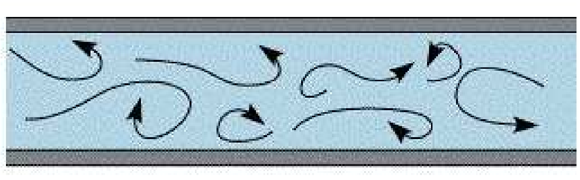
Ламинарното движение е стационарно: то е устойчиво и картината на токовите линии не се изменя с течение на времето.

Важна характеристика на течението е неговата средна скорост $\boldsymbol{v_{av}}$. Това е такава постоянна скорост, еднаква за всички частици от флуида, при движение с която през напречното сечение на тръбата за единица време би преминал същия обем от флуида, както при реалното течение, където отделните слоеве се движат с различни скорости.

Характерна особеност на ламинарното течение е че всяка частица от течността се движи по гладка траектория и траекториите на частиците не се пресичат. Когато скоростта на течението надвиши определена граница, то става ***турбулентно***.

Турбулентното течение ***се характеризира с наличието на безпорядъчни малки водовъртежи, наречени вихри (фиг. 12.16).***

Вихрите поглъщат огромно количество енергия и въпреки че вътрешното триене (наречено *вискозитет*) съществува и в ламинарното течене, при турбулентното течене вискозитетът се оказва значително по-голям.



Фиг. 12.16

Скоростта, при която ламинарното течение преминава в турбулентно, се нарича ***критична скорост***. При турбулентното течение частиците на флуида се движат по сложни, пресичащи се траектории, които непрекъснато се изменят с времето.

Теоретичният анализ на движението на вискозен флуид показва, че по принцип е възможно ламинарно течение с произволно големи скорости – такова движение не противоречи на законите на хидродинамиката. Оказва се обаче, че само ламинарните течения с малки скорости са устойчиви. Ако в такова течение в някоя малка област възникне флуктуация, т.е. отклонение от стационарността, тя бързо затихва с времето и не оказва влияние на общия поток на флуида. Обратно, дори много малки флуктуации, възникващи в бързи ламинарни течения, се разрастват и обхващат все по-големи обеми от флуида. Затова ламинарните течения с голяма скорост са неустойчиви и не се реализират на практика. Като критерий за устойчивостта на течението служи безразмерната величина

$$Re = \frac{\rho v_{av} \ell}{\eta}, \qquad 12.7$$

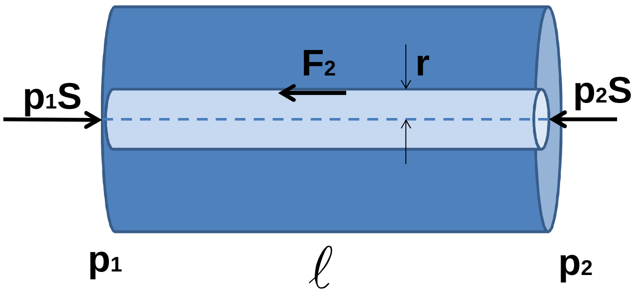
наречена ***число на Рейнолдс*** в чест на ирландския физик и инженер Осборн Рейнолдс. Числото на Рейнолдс се определя от плътността ρ на флуида, от неговата средна скорост $\boldsymbol{v_{av}}$, от характерния размер на напречното сечение на потока ℓ (например диаметъра на тръбата, по който тече флуида) и от вискозитета η на флуида. За всяко конкретно течение съществува определена критична стойност $Re_{кр}$ на числото на Рейнолдс. Когато $Re<Re_{кр}$, ламинарното течение е устойчиво и се

реализира на практика. при $Re>Re_{кр}$, ламинарното движение става неустойчиво, случайните флуктуации се разрастват и движението преминава в турбулентно. Критичната стойност на числото на Рейнолдс обикновено се определя експериментално.

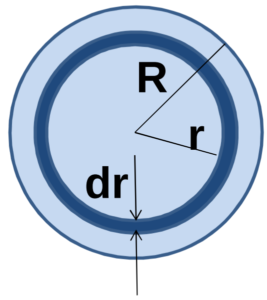
Турбулентните течения се характеризират с по-големи загуби на енергия, отколкото ламинарните. Освен че се отделя топлина в резултат на вътрешното триене, при турбулентните движения се излъчват и механични (звукови) вълни с хаотично изменящи се честоти и амплитуди, т.е. такова движение е съпроводено от звуков шум. Регистрирането на шума, свързан с турбулентното движение на кръвта, дава възможност да се изследва сърдечната дейност и да се регистрират някои сърдечни аномалии.

4.3. Формула на Поазьой

Да разгледаме ламинарното движение на вискозен несвиваем флуид през тръба. (фиг.12.17).



Фиг. 12.17а



Фиг. 12.17б

Нека тръбата има дължина ℓ и радиус $\mathbf{R}$, а вискозитетът на флуида е η. Налягането в двата края на тръбата е съответно p_1 и p_2. Да отделим мислено от потока цилиндър с радиус r, чиято ос да съвпада с оста на тръбата – фиг. 12.17а. На флуида в цилиндъра действа хоризонтална сила на натиск

$$F_1 = (p_1 - p_2)S = (p_1 - p_2)\pi r^2,$$

насочена по посока на движението на флуида. Освен това околният флуид действа на повърхността на цилиндъра със сила на вътрешно триене F_2, която е насочена в противоположна посока и се стреми да забави флуида. Големината на силата на вътрешно триене се изразява от закона на Нютон

$$F_2 = -\eta S_2 \frac{dv}{dr} = -\eta 2\pi r\ell \frac{dv}{dr}$$

където $S_2 = 2\pi r\ell$ е околната повърхност на цилиндъра, а $\frac{dv}{dr}$ е градиентът на скоростта: скоростта се изменя най-бързо в радиално направление – от оста на тръбата към нейната повърхност. Знакът „-„ отчита, че скоростта на флуида намалява при отдалечаване от оста на тръбата, т.е. dr>0, dv<0. При стационарно течение двете сили се уравновесяват, т.е.

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -\eta 2\pi r\ell \frac{dv}{dr}$$

Разделяме променливите r и v:

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta\ell} rdr$$

Интегрираме и получаваме:

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} r^2 + C$$

Стойността на константата C определяме от граничното условия: частиците на флуида, които са в контакт с тръбата, прилепват към нея и остават неподвижни, т.е. v=0 при r=R. Следователно $C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta\ell} R^2$. Заместваме C и получаваме зависимостта на скоростта ***v*** на флуида от разстоянието r до оста на тръбата

$$v = \frac{(p_1 - p_2)R^2}{4\eta\ell}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \qquad 12.8$$

Функцията $v(r)$ има максимум при r=0, т.е. частиците, преминаващи по оста на тръбата, се движат с максимална скорост

$$v_{max} = \frac{(p_1 - p_2)R^2}{4\eta\ell}, \qquad 12.9$$

Да разделим мислено напречното сечение на тръбата на тънки концентрични пръстени. На фиг. 12.17б е показан един от пръстените с радиус r, дебелина dr и площ $dS = 2\pi rdr$. Тъй като пръстенът е безкрайно тънък, всички частици, преминаващи през него, се намират на еднакво разстояние r от оста на тръбата и имат еднаква скорост v. Обемният поток на флуида през разглеждания пръстен е

$$dQ = vdS = \frac{(p_1 - p_2)R^2}{4\eta\ell}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)2\pi rdr$$

За да определим потока през цялото напречно сечение а тръбата, интегрираме в граници от r=0 до r=R

$$Q = \frac{\pi(p_1 - p_2)R^2}{2\eta\ell}\int_0^R\left(r - \frac{r^3}{R^2}\right)dr$$

Така получаваме зависимостта

$$Q = \frac{\pi(p_1 - p_2)R^4}{8\eta\ell} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta\ell}, \qquad 12.10$$

където $\Delta p = (p_1 - p_2)$ е разликата в налягането в двата края на тръбата.

Зависимостта (12.10) се нарича ***Формула на Поазьой***. Тя е в сила за ламинарен поток, но с приближение може да се прилага и за някои турбулентни течения, например за кръвоносната система на човека и животните.

По определение $Q = Sv_{av}$. Приравняваме десните страни на това равенство и формулата на Поазьой и изразяваме средната скорост

$$v_{av} = \frac{(p_1 - p_2)R^2}{8\eta\ell} = \frac{v_{max}}{2}, \qquad 12.11$$

4.4. Закон на Стокс. Седиментация

Всяко тяло, което се движи във флуид, изпитва съпротивление, което се нарича ***челно съпротивление***. То се обуславя от две причини: Първата от тях е вътрешното триене. Слоят на флуида, който се намира непосредствено до тялото, прилепва до него и се движи заедно с него. Съседният слой се движи с различна от нула скорост спрямо тялото, а по-отдалечените слоеве се движат с все по-големи скорости. На движещите се един спрямо друг слоеве действат сили на вътрешно триене, а те противодействат на тялото със сила, която е една от причините за челното съпротивление.

Втората причина, която обуславя челното съпротивление, се появява особено отчетливо при по-големи стойности на числото на Рейнолдс. Тя се състои в появата на вихри зад движещото се тяло. Част от механичната енергия на тялото преминава в енергия на вихрите, а тя под действие на силите на триене се превръща във вътрешна енергия на средата.

За силата на съпротивление, действаща на тяло, което се движи с не голяма скорост във флуид, е в сила законът на Стокс. Съгласно този закон големината на силата, с която действа флуид на движещо се в него тяло с форма на кълбо с радиус r, е пропорционална на r и на големината на скоростта v на тялото:

$$F_S = 6\pi\eta r v \qquad 12.12$$

Падането на малки частици в един флуид се нарича ***седиментация***. Това явление се на наблюдава при утаяването на мътни течности, при утаяването на кръвни телца в кръвна плазма, при избистряне на напитки и др.

Освен със силата на челно съпротивление флуидът действа на движещата се в него частица с подемна сила

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g,$$

където ρ_0 е плътността на флуида. Следователно уравнението на движение на една падаща във флуида частица е

$$ma = mg - F_A - F_S$$

Ако движението на частицата става с постоянна скорост, ускорението ú е равно на нула. Така за скоростта на частицата получаваме формулата

$$v = \frac{2r^2 g(\rho - \rho_0)}{9\eta} \qquad 12.12$$

където ρ е плътността на частицата. Тази формула се използва за определяне на радиуса на частиците, ако е известна скоростта им на равномерно падане във вискозен флуид, а също и за определяне на други величини.