ТЕМА 11. ЕЛАСТИЧНИ СВОЙСТВА НА ТЕЛАТА

1. Видове деформации на твърдите тела. Еластичност на формата и обемна еластичност

1.1. Видове деформации на твърдите тела

Всички реални тела под действие на сили променят формата и обема си, а при определени условия приложените сили могат да доведат до разрушаване на тялото.

Отместването на градивните частици на телата една спрямо друга и изменението на относителното разстояние между тях в резултат на действието на сили се нарича деформация.

При твърдите тела са характерни два гранични случая на еластични и пластични деформации.

Деформации, които изчезват след прекратяване на действието на силите, се наричат еластични деформации.

Еластичните деформации биват ***хомогенни*** и ***нехомогенни***. Хомогенните са например деформациите при едностранно и всестранно опъване (свиване) , както и при хлъзгане. Нехомогенни са деформациите при огъване и при усукване (торзия).

Деформации, които остават в телата след прекратяване на действието на силите, се наричат пластични деформации.

Посочените два вида деформации на твърдите тела са гранични случаи. Деформациите на реалните тела са само частично еластични -в тях винаги остават, макар и малки, остатъчни деформации.

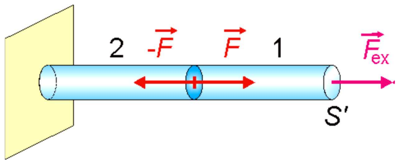
1.2. Еластичност на формата и обемна еластичност

Под еластичност се разбира стремежа на телата да възстановяват обема и формата си, които са били изменени под действието на външни сили.

Съществуват два вида еластичност: ***обемна еластичност*** и ***еластичност на формата***. Обемната еластичност е присъща за всички тела - твърди, течности и газове. При газовете обаче обемната еластичност има едностранен характер – те се противопоставят на външните сили, стремящи се да намалят обема на газа, докато разширението се извършва свободно. Еластичност на формата притежават само твърдите тела. За някои върди тела еластичността на формата е слабо изразена. Такива тела се наричат ***пластични***. Примери за пластични материали са восъка, глината, пластилина и др. Телата, направени от пластични материали, лесно изменят формата си под действие на външни сили.

2. Еластични сили и напрежения

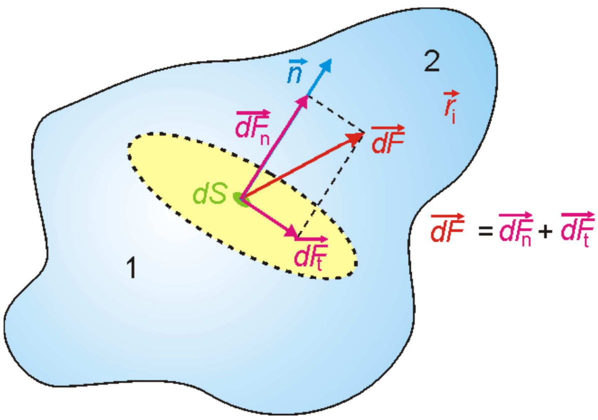
На фиг. 11.1 е показана цилиндрична пръчка, единият край на която е закрепен, а към другия е приложена външна сила $\vec{F}_{ex}$



Фиг. 11.1

Да прекараме мислено напречно сечение, разделящо пръчката на две части. За да бъде част 1 в покой, трябва силата $\vec{F}$, с която ú действа другата част 2, да уравновесява външната сила $\vec{F}_{ex}$, т.е. $\vec{F}_{ex} + \vec{F} = 0$. Съгласно с третия принцип на механиката, част 1 действа на част 2 с равна по големина и противоположна по посока сила $-\vec{F}$. Следователно, ако мислено разделим едно тяло на две части, те ще си взаимодействат със сили, разпределени по допирната повърхност на тези две части. Това са т.нар. ***вътрешни еластични сили***. Еластичните сили са резултат от електромагнитните взаимодействия между атомите и молекулите. Механиката дава само макроскопично описание на еластичните свойства на телата, като ги характеризира с макроскопични величини, които могат да се измерят експериментално.

В общия случай, ако разделим мислено едно деформирано тяло на две части, еластичните сили на взаимодействие между тях се разпределят неравномерно по разделителната повърхност α (фиг. 11.2).



Фиг. 11.2

Да означим с $d\vec{F}$ силата, с която част 1 действа на част 2 през малката площ $d\vec{S}$ от повърхността α (векторът $d\vec{S}$ има посоката на нормалния вектор $\vec{n}$). Разлагаме силата $d\vec{F}$ на две компоненти: нормална компонента $d\vec{F}_n$, насочена успоредно на нормалата $\vec{n}$ към площадката, и тангенциална компонента $d\vec{F}_\tau$, която е успоредна на площадката.

Величината

$$\sigma = \frac{dF_n}{dS} \tag{11.1}$$

се нарича ***нормално еластично напрежение***, а величината

$$\tau = \frac{dF_\tau}{dS} \tag{11.2}$$

се нарича ***тангенциално еластично напрежение***.

Големината на нормалното и тангенциалното напрежение зависи от ориентацията на разглежданата площадка. В случай на равномерно деформирано тяло може да се избере такова напречно сечение, че еластичните сили да са равномерно разпределени по цялото сечение и в зависимост от вида на деформацията да са насочени перпендикулярно или тангенциално на избраното сечение S. Тогава съответните напрежения са

$$\sigma = \frac{F}{S} \tag{11.3}$$

или

$$\tau = \frac{F}{S} \tag{11.4}$$

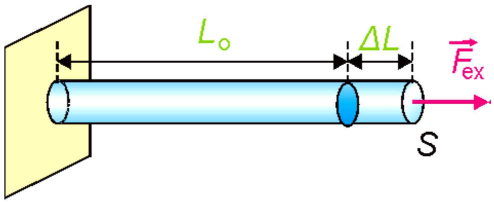
Еластичното напрежение е равно на еластичната сила, която действа на единица площ от деформираното тяло. Измерва се в нютон на квадратен метър (N/m^2) или паскал (1 Pa=1 N/m^2).

3. Еластична деформация на опъване (свиване). Закон на Хук

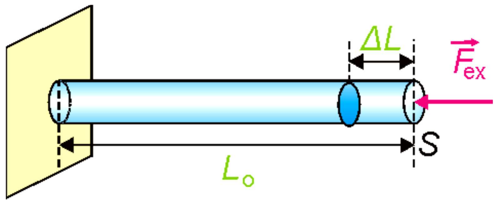
Еднородна цилиндрична пръчка, единият край на която е неподвижно закрепен, е разтегната равномерно под действието на външна сила (фиг. 11.3а). Да означим с L_0 дължината на пръчката в недеформирано състояние, а с ΔL нейното удължение след деформацията. Безразмерната величина

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \qquad 11.5$$

се нарича относителна деформация на пръчката.



Фиг. 11.3а



Фиг. 11.3б

При ***разтягане*** на пръчката (фиг. 11.3а), относителната деформация има положителни стойности ($\Delta L>0$ и $\varepsilon>0$). Еластичните сили са перпендикулярни на напречното сечение на пръчката, а съответстващите им нормални еластични напрежения се наричат ***напрежения на разтягане*** и се бележат с ***t*** (σ=t). Когато външни сили свиват пръчката (фиг. 11.3.б), относителната деформация е отрицателна ($\Delta L<0$ и $\varepsilon<0$), а съответните еластични напрежения се наричат ***напрежения на налягане*** или само ***налягане*** p (σ=p).

Опитът показва, че при малки относителни деформации еластичните напрежения на разтягане t (или на налягане p) са правопропорционални на относителната деформация ε

$$t = E\varepsilon \text{ и } p = -E\varepsilon \qquad 11.6$$

Коефициентът на пропорционалност ***E*** е константа, която не зависи от размерите на пръчката, а характеризира единствено еластичните свойства на материала, от който тя е направена. Нарича се ***модул на Юнг***. Модулът на Юнг се измерва в същите единици както еластичното напрежение - N/m^2.

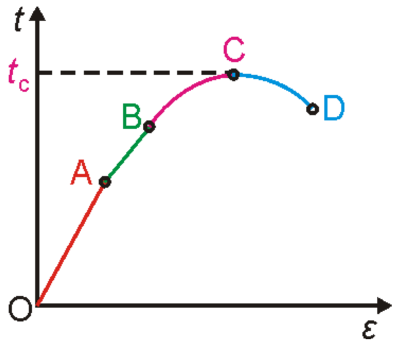
Модулът на Юнг е числено равен на напрежението, което би възникнало при относителна деформация ε=1.

(При условие, че законът на Хук остава в сила при такива големи деформации).

4. Пластична деформация

В зависимост от големината на относителната деформация $\boldsymbol{\varepsilon}$ експериментално са установени няколко области, в които зависимостта на напрежението от деформацията има различен характер. Като пример ще разгледаме ***разтягането на еднородна пръчка:***

- При ***много малки стойности на ε*** зависимостта между напрежението на разтягане $\boldsymbol{t}$ и относителната деформация $\boldsymbol{\varepsilon}$ е линейна - в сила е законът на Хук (фиг.4). Точката ***A*** от графиката се нарича ***граница на пропорционалност*** (***граница на линейност***).



Фиг. 4

- При по-големи стойности на $\boldsymbol{\varepsilon}$ деформацията продължава да е еластична, но зависимостта $\boldsymbol{t(\varepsilon)}$ не е линейна, т.е. не се изпълнява законът на Хук. Точката ***B*** от графиката се нарича ***граница на еластичност***.
- След границата на еластичност следва областта на ***пластичните деформации*** (участъкът BC от графиката на фиг. 11.4). Точката ***C*** се нарича ***граница на издръжливост***. Напрежението на разтягане $\boldsymbol{t_c}$ (или налягането $\boldsymbol{p_c}$, ако е налице деформация на свиване), съответстващо на границата на издръжливост, е важна характеристика за здравината на материалите.
- Ако се премине границата на издръжливост, пръчката продължава да се разтяга дори под действие на малки сили и при достигане на точка ***D*** тя се скъсва. Точката ***D*** се нарича ***граница на разрушаване на материала***.

Ако точките ***C*** и ***D*** са разположени близо една до друга, материалът е крехък (чугун, стомана). Когато точките ***C*** и ***D*** са разположени далече една от друга, материалът е мек (ковък) - например олово, мед.

5. Коефициент на Поасон

При разтягане или свиване на цилиндрична пръчка се изменя не само нейната дължина ***L***, но и нейният диаметър ***d***. При свиване диаметърът нараства ($\Delta d>0$), а при разтягане - намалява ($\Delta d<0$). Нека в недеформирано състояние пръчката има дължина $\boldsymbol{L_0}$ и диаметър $\boldsymbol{d_0}$. Под действието на външни сили пръчката се разтяга: при това дължината ú нараства с $\boldsymbol{\Delta L}$, а диаметърът ú намалява с $\boldsymbol{\Delta d}$.

Отношението на модула на относителното изменение на диаметъра на пръчката и модула на относителното изменение на нейната дължина се нарича **коефициент на Поасон:**

$$\mu = \frac{|\Delta d/d_0|}{|\Delta L/L_0|} \quad 11.7$$

Коефициентът на Поасон е ***безразмерна величина.***

Тела, чиято плътност е една и съща във всяка тяхна точка се наричат еднородни (хомогенни).

Изотропни тела Тела, чиито свойства не зависят от направлението, се наричат изотропни.

Изотропността на телата може да се проявява по отношение на техните еластични, топлинни, електрични, оптични и магнитни свойства. Доказва се, че модулът на Юнг $\boldsymbol{E}$ и коефициентът на Поасон $\boldsymbol{\mu}$ напълно характеризират еднородните и изотропни по отношение на еластичните им свойства тела. Всички останали еластични модули, характеризиращи различните видове деформации, се изразяват посредством $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{\mu}$.

6. Еластична енергия на деформирана пръчка

За да се деформира едно тяло, върху него трябва да действат външни сили, които извършват работа. На свой ред деформираното тяло, когато след премахване на външната сила възстановява недеформираното си състояние, също извършва работа върху околните тела, т.е. то притежава потенциална енергия.

Потенциалната енергия на деформираните тела се нарича еластична потенциална енергия.

Ще запишем еластичната потенциална енергия на разтегната пръчка.

Съгласно закона на Хук

$$t = E\varepsilon,$$

където:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \qquad t = \sigma = \frac{F}{S}$$

Тогава:

$$\frac{F}{S} = \mathrm{E}\frac{\Delta L}{L_0}$$

или

$$F = \frac{\mathrm{E}S}{L_0}\Delta L \quad 11.8$$

където S е напречното сечение на пръчката.

Следователно ***еластичната сила F е правопропорционална на удължението ΔL на пръчката***. Ако пръчката се разтяга много бавно, може да се смята, че във всеки момент от време тя е в покой, т.е. външната сила е равна по големина на еластичните сили на взаимодействие в произволно избрано напречно сечение на пръчката: $F_{ex} = F$. Работата на външната сила за безкрайно малко разтягане ***dx*** на пръчката е

$$\delta A = F_{ex}dx = Fdx = \frac{ES}{L_0}xdx$$

Работата за разтягане на пръчката от x=0 до x=ΔL е

$$A = \frac{ES}{L_0}\int_0^{\Delta L} xdx = \frac{1}{2}\frac{ES}{L_0}(\Delta L)^2 = \frac{1}{2}F\Delta L \quad 11.9$$

където ***F*** е еластичната сила при деформация **Δ*L***. Работата на външната сила е равна на изменението на еластичната енергия:

$$\mathrm{A} = W - W_0 = W \quad 11.10$$

където сме отчели, че в началния момент пръчката не е деформирана и сме приели, че еластичната енергия на недеформирано тяло е нула ($W_0 = 0$).

Еластичната енергия в единица обем от веществото се нарича обемна плътност на еластичната енергия.

$$w = \frac{W}{V} \quad 11.11$$

Заместваме обема на пръчката $V = L_0S$ и еластичната енергия $W = \mathrm{A} = F\Delta L/2$ и получаваме:

$$w = \frac{F\Delta L}{2SL_0} = \frac{1}{2}t\varepsilon = \frac{t^2}{2E} \quad 11.12$$

При деформация на свиване се получава аналогична формула за плътността на потенциалната еластична енергия:

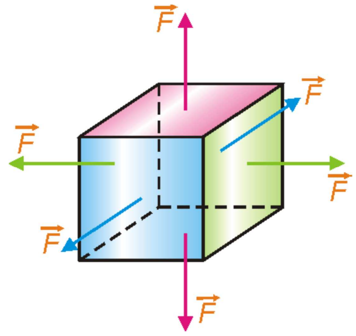
$$w = \frac{p^2}{2E} \quad 11.13$$

Обемната плътност на еластичната енергия е правопропорционална на напреженията на разтягане (напрежения на налягане).

7. Еднородни деформации

7.1. Деформация на всестранно свиване и разтягане

Такава деформация може да се наблюдава например, ако перпендикулярно на стените на куб с ребро $\boldsymbol{L_0}$ (обем $\boldsymbol{V_0=L_0^3}$) действат еднакви по големина сили, които се стремят да разтегнат (или свият) куба (фиг. 11.5).



Фиг. 11.5

Ако силите са разпределени равномерно върху повърхността на куба, в него възникват нормални напрежения на разтягане $\boldsymbol{t}$ (или на налягане $\boldsymbol{p}$), които имат една и съща големина във всяко сечение, успоредно на някоя от стените на куба.

Нека

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V_0}$$

е относителната обемна деформация на куба.

Опитът показва, че:

При малки стойности на относителната обемна деформация зависимостта на напрежението от относителната обемна деформация е линейна, т.е.

$$t = K\frac{\Delta V}{V_0} \qquad\qquad p = -K\frac{\Delta V}{V_0} \qquad 11.14$$

Тези уравнения изразяват ***закона на Хук при деформации на всестранно разтягане или свиване.*** Те са в сила за еднородни и изотропни тела с произволна форма.

При разтягане $\Delta V>0$, а при свиване $\Delta V<0$.

Коефициентът на пропорционалност K не зависи от формата и размера на тялото, а зависи само от неговите еластични свойства. Той се нарича ***модул на обемна еластичност.***

Коефициентът на пропорционалност K в линейна зависимост на напрежението от относителната обемна деформация се нарича модул на обемна еластичност.

Обемна еластичност притежават както твърдите тела, така и течностите и газовете. ***Еластичните свойства на течностите и газовете (на които не е присъща еластичност на формата) изцяло се описват от модула на обемна еластичност.***

Реципрочната стойност на модула на обемна еластичност $1/K$ се нарича ***коефициент на свиваемост***.

Коефициент на свиваемост показва какво е относителното изменение на обема при изменение на налягането с 1 Pa:

$$\frac{1}{К} = \frac{|\Delta V/V_0|}{p} \tag{11.15}$$

При всестранно разтягане (свиване) на еднородно изотропно тяло се доказва, че

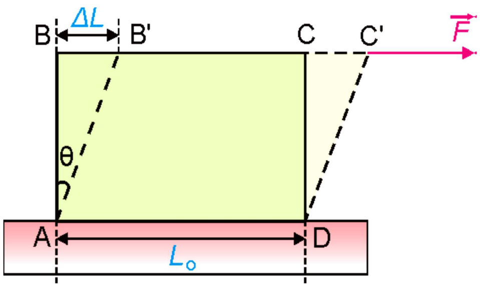
$$\frac{\Delta V}{V_0} \approx 3\frac{\Delta L}{L_0} \tag{11.16}$$

т.е. ***относителното изменение на обема при всестранно разтягане (свиване) е три пъти по-голямо от относителното изменение на линейните размери на тялото.***

7.2. Деформация на хлъзгане

Хлъзгане се нарича такава деформация на твърдо тяло, при която всички негови слоеве, успоредни на дадена равнина, се отместват (хлъзгат) един спрямо друг, без да променят размерите си и без да се изкривяват.

Например деформация на хлъзгане се наблюдава, когато едната стена на еднороден куб е закрепена неподвижно, а на срещуположната стена е приложена тангенциална сила (фиг. 116).



Фиг. 11.6

Опитът показва, че при този тип деформация обемът на тялото (куба) практически не се изменя, а се получава хлъзгане на съседните слоеве един спрямо друг. В резултат на това между съседните слоеве възникват тангенциални еластични сили и тангенциални еластични напрежения τ:

$$\tau = \frac{F}{S}$$

където $S=L_0^2$ е площта на стената на куба.

Деформацията на хлъзгане се характеризира с ъгъла θ, който се нарича ***ъгъл на хлъзгане*** (фиг. 11.6).

При ***малки ъгли на хлъзгане*** е в сила зависимостта

$$\theta \approx tg\theta = \frac{\Delta L}{L_0} \qquad 11.17$$

където ΔL е линейното отместване на двете срещуположни стени на куба една спрямо друга, а ъгълът θ се измерва в радиани.

Опитно е установено: при малки ъгли на хлъзгане възникващите тангенциални напрежения са линейна функция на ъгъла на хлъзгане, т.е.

$$\tau = G\theta \qquad 11.18$$

Това уравнение изразява ***закона на Хук при деформация на хлъзгане***. Коефициентът на пропорционалност $\boldsymbol{G}$ характеризира еластичните свойства на веществото и се нарича ***модул на еластичност при хлъзгане***.

Доказва се: ***в общия случай деформацията на хлъзгане може да се представи като суперпозиция на две независими деформации на разтягане и свиване, които се извършват в две взаимно перпендикулярни направления. Нормалните и тангенциалните напрежения, предизвикани от тези деформации, са равни по големина.***

7.3. Връзка между еластичните модули

За количествена характеристика на еластичните свойства на еднородните и изотропните твърди тела са достатъчни две независими макроскопични величини. Удобно е за такива да се изберат модулът на Юнг $\boldsymbol{E}$ и модулът на еластичност при хлъзгане $\boldsymbol{G}$, които най-лесно се определят експериментално.

Доказва се, че модулът на обемна еластичност $\boldsymbol{K}$ и коефициентът на Поасон $\boldsymbol{\mu}$ могат да се изразят чрез еластичните модули $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{G}$:

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{9K} + \frac{1}{3G} \qquad 11.19$$

$$\frac{\mu}{E} = \frac{1}{6G} - \frac{1}{9K} \qquad 11.20$$

Уравненията (11.19) и (11.20) дават връзката между еластичните модули. От (11.19) непосредствено се определя модулът на обемна еластичност $\boldsymbol{K}$ (или коефициентът на свиваемост $\boldsymbol{1/K}$), ако са известни модула на Юнг $\boldsymbol{E}$ и модула на хлъзгане $\boldsymbol{G}$. От двете уравнения се изразява коефициента на Поасон:

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1 \qquad 11.21$$

7.4. Едностранно разтягане и свиване

Досега разгледахме разтягането и свиването на пръчка, върху околната повърхност на която не са приложени никакви сили. При разтягане напречното сечение на пръчката намалява, а при свиване – нараства. Нека сега да предположим, че пръчката се разтегля или свива в условия, които не позволяват да се изменят нейните напречни размери. Такава деформация се нарича деформация на едностранно разтягане (или свиване). Законът на Хук в този случай се изразява с уравненията:

$$t = E'\frac{\Delta L}{L_0} \qquad p = -E'\frac{\Delta L}{L_0} \qquad 11.22$$

Първото уравнение описва едностранното разтягане, а второто – едностранното свиване.

Коефициентът на пропорционалност E' характеризира еластичните свойства на веществото и се нарича модул на еластичност при едноосно свиване (разтягане).

Той също се изразява чрез останалите еластични модули. Може да се докаже, че:

$$E' = K + \frac{4}{3}G \qquad 11.23$$

От еластичния модул E' зависи скоростта, с която се разпространяват надлъжни механични вълни в неограничена твърда среда. Ако мислено изрежем от средата дълъг цилиндричен слой, чиято ос съвпада с посоката на разпространение на вълната, вълновият процес ще се изразява в периодично едностранно свиване и разтягане на слоя, тъй като околната среда възпрепятства изменението на напречните му размери.

7.5. Еластична енергия

Всички разгледани досега еластични деформации за еднородни. ***Това означава, че напреженията и обемната плътност на енергията във всеки произволно избран елемент на тялото са еднакви***. Доказва се, че обемната плътност на енергията се изразява с аналогични на (11.12) и (11.13) формули, които са валидни за случая на разтегната или свита пръчка. Необходимо е само модулът на Юнг $\boldsymbol{E}$ да се замени с еластичния модул, характеризиращ съответния вид еднородна деформация. Например обемнат плътност на енергията при деформация на всестранно разтягане или свиване се изразява съответно с формулите:

$$w = \frac{t^2}{2K}; \qquad w = \frac{p^2}{2K} \tag{11.24}$$

Обемната плътност на енергията при деформация на хлъзгане е:

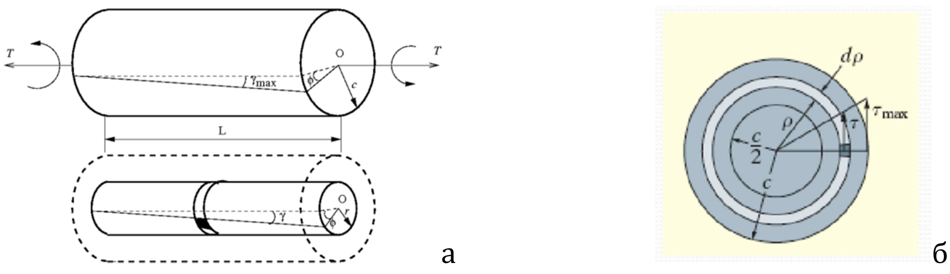
$$w = \frac{\tau^2}{2G} \tag{11.25}$$

8. Нееднородни деформации

Освен разгледаните до тук еднородни деформации, в еднородните изотропни твърди тела възникват и ***нееднородни деформации, при които едни части от тялото са по-силно деформирани, а други части – по-слабо деформирани***.

8.1. Усукване

Ще разгледаме еднороден цилиндър с дължина $\boldsymbol{\ell}$ и радиус $\boldsymbol{R}$, едната основа на който е закрепена неподвижно. Към другата основа е приложена двойка сили, които създават въртящ момент $\boldsymbol{M}$, насочен по оста $\boldsymbol{O}$ на цилиндъра (фиг. 11.7а).



Фиг. 11.7

Когато деформацията, предизвикана от двойката сили, не е много голяма, всяка радиална линия от долната основа, без да се изкривява, само се завърта на ъгъл $\boldsymbol{\varphi}$ около оста $\boldsymbol{O}$ (фиг. 11.7б). Аналогично завъртане извършват радиалните линии о всички напречни сечения на цилиндъра, като ъгълът на завъртане линейно нараства при увеличаване на разстоянието от даденото сечение до неподвижната основа. В резултат на тези завъртания, всяка линия от околната повърхност на цилиндъра, която първоначално е била успоредна на оста $\boldsymbol{O}$, се изкривява – цилиндърът се усуква. Усукването може да се разглежда като деформация на нееднородно хлъзгане. Нека мислено да разделим плътния цилиндър на голям брой тънки цилиндрични слоеве и да разгледаме малък елемент от такъв един слой. При усукването на цилиндъра елементът претърпява деформация на хлъзгане. Колкото по-външен е цилиндричния слой, толкова по-голяма е деформацията му (фиг. 11.7б). Опитът и теорията доказват, че ъгълът на усукване $\boldsymbol{\varphi}$ е правопропорционален на големината $\boldsymbol{M}$ на приложения към цилиндъра въртящ момент и се изразява с формулата:

$$\varphi = \frac{\mathrm{M}\ell}{GI_n} \qquad 11.26$$

където $\boldsymbol{\ell}$ е дължината на цилиндъра, $\boldsymbol{G}$ е модулът на еластичност при хлъзгане за материала, от който той е направен. I_n е геометричен фактор, наречен ***полярен инерчен момент***, зависещ единствено от размерите и формата на подложеното на деформация на усукване тяло. Размерността на I_n е $\mathbf{m^4}$. Например полярният инерчен момент на плътен цилиндър с радиус $\boldsymbol{R}$ е:

$$I_n = \frac{\pi R^4}{2} \qquad 11.27$$

Уравнение (11.26) се записва във вида:

$$M = f\varphi \qquad 11.28$$

Величината

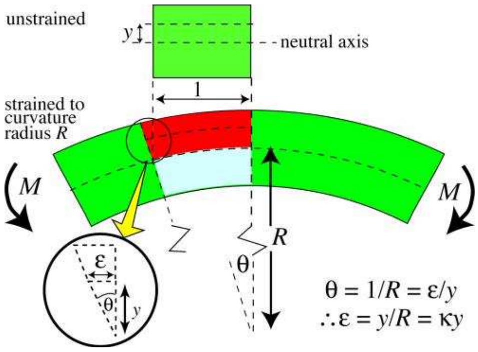
$$f = \frac{GI_n}{\ell} \qquad 11.29$$

се нарича ***модул на усукване***.

Модулът на усукване зависи както от еластичните свойства на веществото (посредством еластичния модул на хлъзгане G), така и от размерите и формата на твърдото тяло (от полярния инерчен момент I_n, а за цилиндрично тяло, например еластична нишка, и от дължината ℓ на цилиндъра).

8.2. Огъване

Да разгледаме еднородна пръчка с дължина ℓ, към двата края на която са приложени външни сили с еднакви по големина и противоположни по посока въртящи моменти $\boldsymbol{M}$ (11.8).



Фиг. 11.8

Под тяхно действие пръчката се ***огъва*** – горната ú част се свива, а долната ú част се разтяга. Повърхността, прекарана през средата на пръчката, не е деформирана. Тя разделя разтегнатата и свитата част и се нарича ***неутрална повърхност***. Надлъжната ос на пръчката, която преминава през центъра на масите на всички напречни сечения, лежи върху неутралната повърхност. Нарича се ***неутрална ос***. Във всяко напречно сечение възникват еластични сили на взаимодействие: над неутралната повърхност това са сили на натиск, а под нея – на опън (11.8). Деформацията се нарича ***чисто огъване***, ако резултантната от силите на опън е равна по големина на резултантната от силите на натиск. Тогава те образуват двойка сили, която създава въртящ момент, равен по големина на въртящия момент на външните сили, предизвикващи огъването.

Нека мислено отделим малък елемент от пръчката с дължина $d\ell$ (фиг. 11.8). При чисто огъване напречните сечения, отделящи елемента $d\ell$, остават плоски, като се накланят едно спрямо друго. Доказва се, че големината на нормалните напрежения $\boldsymbol{\sigma}$, с които останалите части на пръчката действат върху елемента $d\ell$, са правопропорционални на големината на приложения въртящ момент $\boldsymbol{M}$ и нарастват линейно разстоянието $\boldsymbol{s}$ до неутралната повърхност:

$$\sigma = \frac{M}{I_n} s \qquad 11.30$$

където I_n е геометричен фактор, който зависи от формата и размерите на напречното сечение на пръчката. Измерва се в единици $\mathbf{m^4}$ и се нарича ***инерчен момент на напречното сечение***.

И така, чистото огъване може да се разглежда като нееднородна деформация на свиване и разтягане. Всички влакна, успоредни на неутралната повърхност и намиращи се над нея, са свити. Колкото по-голямо е разстоянието $\boldsymbol{s}$ от влакното до неутралната повърхност, толкова по-голямо е налягането $\boldsymbol{p}$. Аналогично, напрежението на опъване $\boldsymbol{t}$ е максимално за влакната от долната повърхност на пръчката.

При огъване неутралната ос на елемента $d\ell$ се изкривява. По аналогичен начин се изкривяват неутралните оси на останалите елементи от пръчката – във всяка точка неутралната ос на огъната пръчка се характеризира с определен радиус на кривината $\boldsymbol{R}$.

Доказва се, че големината на въртящият момент $\boldsymbol{M}$ на еластичните сили в дадено напречно сечение на огъната пръчка е обратнопропорционален на радиуса на кривината на неутралната ос в това сечение:

$$M = \frac{EI_n}{R} \qquad 11.31$$

където I_n е инерчния момент на напречното сечение, а $\boldsymbol{E}$ е модулът на Юнг за материала на пръчката.