ТЕМА 6. ЗАКОН ЗА ЗАПАЗВАНЕ НА ИМПУЛСА

1. Затворена система

Група от тела (материални точки), които взаимодействат помежду си и се разглеждат заедно в условията на дадена задача, се нарича ***система от тела***. Всички останали тела във Вселената, които не влизат в тази система, са ***външни тела***. Силите на взаимодействие между телата от системата се наричат ***вътрешни сили***, а силите, с които външните тела действат на телата от системата – ***външни сили***.

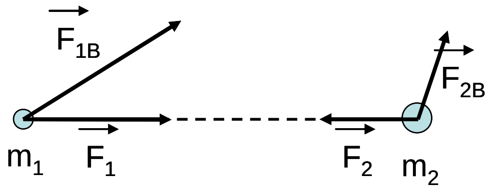
Механична система, на която действат външни сили, се нарича отворена система.

Механична система, на която не действат външни сили, се нарича затворена система.

Нито една реална система в природата не е напълно затворена, защото околните тела ѝ действат с гравитационни сили. Когато вътрешните сили са много по-големи от външните сили, последните могат да се пренебрегнат и тогава системата е ***приблизително затворена***. Например при изучаване на свободното падане на телата пренебрегваме гравитационните сили, с които им действат Луната, Слънцето и другите космически тела, и разглеждаме системата «Земя - тяло» като затворена система. В случаите, когато се разглеждат бързо протичащи процеси (удар, взрив, изстрел и други) в една система, за краткия интервал от време действието на външните сили е незначително и те също могат да се пренебрегнат, а системата да се разглежда като затворена.

2. Закон за изменение на импулса

Ще разгледаме най-проста механична система, съставена от две материални точки, които взаимодействат със сили $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. На материалните точки действат външни сили $\vec{F}_{1B}$ и $\vec{F}_{2B}$ (фиг. 6.1.).



Фигура 6.1.

Записваме уравнението за втория принцип на механиката за всяка от МТ.

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_{1B}, \qquad \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_2 + \vec{F}_{2B} \tag{6.1}$$

и събираме двете уравнения:

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + (\vec{F}_{1B} + \vec{F}_{2B}) \tag{6.2}$$

Съгласно с третия принцип на механиката силите на взаимодействие на двете МТ са равни по-големина и противоположни по посока, т.е. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ и $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$. Следователно

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_B \tag{6.3}$$

където $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ е векторната сума от импулсите на двете материални точки, а $(\vec{F}_B = \vec{F}_{1B} + \vec{F}_{2B})$ е векторната сума от външните сили. Доказва се, че полученият резултат остава в сила за механична система , съставена от произволен брой $\boldsymbol{N}$ материални точки. Векторната физична величина

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i \tag{6.4}$$

която е равна на сумата от импулсите на всички материални точки от системата, се нарича ***импулс на механичната система***.

Уравнението (6.3) изразява закона за изменение на импулса на система от материални точки, който гласи:

Скоростта на изменение на импулса $\vec{p}$ на система от материални точки (производната на $\vec{p}$ по времето) е равна на векторната сума от всички външни сили $\vec{F}_B = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{Bi}$ действащи на системата.

По аналогия със случая на отделна материална точка, ще наричаме $\vec{F}_B$ резултантна на всички външни сили.

3. Закон за запазване на импулса

За затворена система $\vec{F}_B = 0$ и уравнение (6.3) приема вида $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, откъдето

$$\vec{p} = const \tag{6.5}$$

Уравнение (6.5) изразява закона на запазване на импулса, който гласи:

Импулсът на затворена механична система не се изменя с течение на времето.

Вътрешните сили могат по сложен начин да променят импулсите на отделните материални точки – в общия случай всяка от тях се движи по криволинейна траектория като непрекъснато проеня посоката и големината на импулса си. Вътрешните сили обаче не променят импулса на системата – той може да бъде изменен само под действие на външни сили.

Ако посоката на резултантната външна сила $\vec{F}_B$ не се изменя, можем да представим импулса на системата като сума от две компоненти: $\vec{p} = \vec{p}_\perp + \vec{p}_{||}$, където компонентата $\vec{p}_{||}$ е успоредна на вектора $\vec{F}_B$, а компонентата $\vec{p}_\perp$ е перпендикулярна на $\vec{F}_B$. Уравнение (6.3) се записва отделно за двете компоненти на импулса:

$$\frac{d\vec{p}_\perp}{dt} = 0, \qquad \frac{d\vec{p}_{||}}{dt} = \vec{F}_B, \tag{6.6}$$

откъдето следва, че само успоредната на външната сила компонента $\vec{p}_{||}$ на импулса на системата се променя с течение на времето, докато перпендикулярната компонента $\vec{p}_\perp$ остава постоянна ($\vec{p}_\perp = const$).

4. Център на масите

4.1. Център на масите на система от материални точки

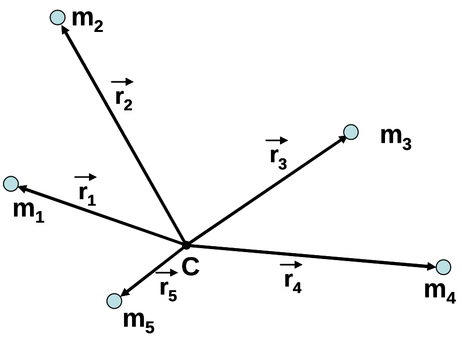
Ако една механична система се състои от n материални точки с маси $m_1, m_2, \ldots, m_n$, центърът на масите на тази система се дефинира по следния начин: ***Центърът на масите на система от N материални точки се нарича геометрична точка C, чийто радиус-вектор $\vec{r}_C$ се задава с уравнението***:

$$M\vec{r}_C = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_N\vec{r}_N = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i \tag{6.7}$$

където $M = m_1 + m_2 + \ldots + m_N$ е сумата от масите на всички материални точки (маса на системата), а $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ и т.н. са техните радиус-вектори спрямо дадена координатна система. Ако изберем началото на координатната система да съвпада с центъра на масите, тогава $\vec{r}_C = 0$ и уравнение (6.7) добива вида:

$$\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i = 0 \tag{6.8}$$

Центърът на масите е такава геометрична точка *C*, за която сумата от произведенията на масите на материалните точки и техните радиус вектори, построени от точка C е равна на нула.



Фигура 6.2.

4.2. Движение на центъра на масите

Диференцираме двете страни на уравнение (6.7) по времето:

$$M\frac{d\vec{r}_C}{dt} = \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^{N} p_i = \vec{p} \tag{6.9}$$

Следователно импулсът $\vec{p}$ на система от материални точки е равен на произведението от масата ***M*** на системата и скоростта $\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt}$ на центъра на масите:

$$M\vec{v}_C = \vec{p} \tag{6.10}$$

Диференцираме уравнение (6.10) по времето: $M\frac{d\vec{v}_C}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, след което заместваме $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_B$ и получаваме:

$$M\frac{d\vec{v}_C}{dt} = \vec{F}_B \tag{6.11}$$

Уравнението (6.11) има същия вид както уравнение на движение на отделна материална точка с маса ***M***. Следователно

Центърът на масите на система от материални точки се движи така както би се движела една отделна материална точка с маса M равна на маста на системата ако тази материална точка се постави в центъра на масите на системата и към нея се приложи резултантната на всички външни сили $\vec{F}_B$***.***

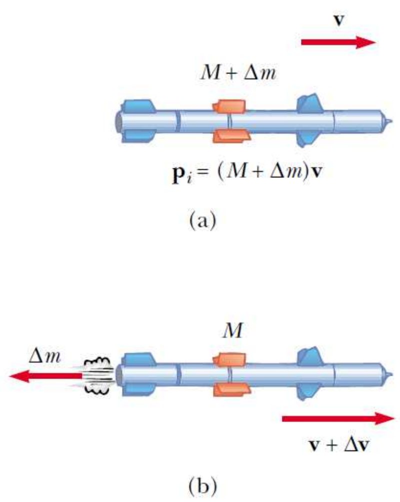
И така, ако се интересуваме от постъпателното движение на една механична система като цяло, можем да се ограничим с разглеждането само на една (фиктивна) материална точка, поставена в центъра на масите на системата, и да изследваме нейното движение под действието на резултантната на външните сили.

Ако системата е затворена ($\vec{F}_B = 0$) скоростта на центъра на масите не се изменя: $\vec{v}_C = const$.

Центърът на масите на затворена механична система се движи праволинейно и равномерно или се намира в покой.

5. Реактивно движение

Реактивното движение на ракети и самолети се основава на закона за запазване на импулса. Да разгледаме ракета, която в началния момент е в покой. Включва се реактивният двигател и изгорелите газове се изхвърлят с голяма скорост през соплото му. Газовете и ракетата образуват затворена механична система, чийто импулс не се изменя с времето. Ако импулсът на изхвърлените за малък интервал от време dt газове е $-d\vec{p}$ (фиг.6.3), от закона за запазване на импулса следва, че за същото време ракетата ще получи импулс $d\vec{p}$ и ще започне да се движи в противоположна на газовете посока. С течение на времето скоростта на ракетата нараства, защото тя получава непрекъснато допълнителен импулс при изхвърлянето на газовете.



Фигура 6.3.

Да анализираме движение на ракета, на която действа външна сила $\vec{F}_B$. Съгласно с втория принцип на механиката изменението на импулса на ракетата за време dt е равно на импулса на външната сила:

$$(m+dm)(\vec{v}+d\vec{v})+dm_r\vec{v}_r-m\vec{v}=\vec{F}_B dt \qquad (6.12)$$

където $dm<0$ е изменението на масата на ракетата за време dt, $dm_r=-dm>0$ е масата на изхвърлените от ракетата за същото време газове, а $\vec{v}$ и $\vec{v}_r$ са скоростите на ракетата и на газовете спрямо инерциална отправна система, в която е записано уравнението на движение на ракетата. Разкриваме скобите в уравнение (6.12), пренебрегваме едночлена

$dmd\vec{v}$, който е безкрайно малка величина от втори порядък (произведение от две безкрайно малки величини). Получаваме

$$md\vec{v} = (\vec{v}_r - \vec{v})dm + \vec{F}_B dt \tag{6.13}$$

Да означим с $\vec{u} = \vec{v}_r - \vec{v}$ относителната скорост на газовете спрямо ракетата. Делим двете страни на равенство (6.13) на dt и получаваме:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}\frac{dm}{dt} + \vec{F}_B \tag{6.14}$$

Уравнението (6.14) описва реактивното движение на ракета, или по-общо казано – движението на тяло променлива маса. То е известно като уравнение на Мещерски.

Да разгледаме ракета с маса m_0, която лети в космическото пространство със скорост $\vec{v}_0$. В даден момент тя включва реактивния си двигател, при което изгорелите газове се изхвърлят в обратна на движението на ракетата посока с постоянна относителна скорост $\vec{u}$ спрямо ракетата. На ракетата не действат външни сили и уравнението на движение (6.14) добива вида

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}\frac{dm}{dt} \tag{6.15}$$

Избираме координатна ос ***x***, насочена по посока на движението на ракетата, и записваме горното векторно равенство по компоненети:

$$m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt} \tag{6.16}$$

където сме отчели, че векторът $\vec{u}$ е насочен в отрицателна посока на оста ***x***. Разделяме променливите

$$dv = -u\frac{dm}{m} \tag{6.17}$$

и интегрираме:

$$\int_{v_0}^{v} dv = -u\int_{m_0}^{m-m_f}\frac{dm}{m}, \tag{6.18}$$

където m_f е масата на изразходваното гориво в момента от време, когато скоростта на ракетата е $\vec{v}$. След като решим интеграла, получаваме:

$$v = v_0 + u\,ln\frac{m_0}{m_0 - m_f}\,, \qquad (6.19)$$

Уравнение (6.19) е известно като уравнение на Циоковски за реактивно движение.

Тъй като логаритъмът е растяща функция, от полученият резултат може да се направи изводът, че за да достигне ракетата голяма крайна скорост $\vec{v}$, по време на ускоряването нейната маса трябва значително да се намали. Затова се използват многостепенни ракети, при които всяка от степените, след като се изчерпи съдържащото се в нея гориво, се отделя от ракетата, което допълнтелно спомага за намаляване на масата на ракетата.

Реактивно движение в природата.

Част от жителите на водните простори използват хидро-реактивния принцип за придвижване.

Най-елементарен хидрореактивен движител притежава медузата. За целта тя използва събралата се вода под нейния купол, с рязко съкращаване на мускулите в купола я изтласква с определена скорост, а тялото й се премества противоположно на посоката на изтласканата вода. Купола на ново се разтваря, напълва се с вода, следва пак свиване и тласък. Честотата на повторенията биват от 1 до 10 пъти в минута.

По-сложно е устроен хидрореактивния движител в главоногите молюски като калмари,октопода и сепията.

Главоногите молюски имат пулсиращ хидрореактивен двигател,който позволява да се развие голяма скорост при придвижване, дори някои от видовете калмари могат да правят скокове над повърхността на водата над 1 метър и да летят във въздуха.

Хидрореактивния двигател на молюските е устроен и действа по следния начин: мантийната кухина се напълва с вода през кръгло отверстие в опашната част на тялото.Когато кухината се напълни, тя плътно се затваря с хрущялен затвор.Силни мускулни импулси свиват коремната мускулатура, в резултат на което събраната вода се изхвърля чрез специално реактивно сопло. Изтласкваната със сила водна струя създава голямата тяга, която може да предаде скорост над 15m/s.

Реактивното сопло е устроено да променя положението си,което му позволява да отклонява изтласкваната вода под различен ъгъл и с това да променя посоката на движение. Хидрореактивния двигател на калмара е много икономичен и пригоден за извършване на дълги преходи,над 1000km и повече,като при случай средната скорост може да достигне до 70 km/h, а в някои случаи до 150 km/h.

Калмарите са истински морски спринтьори. Те понякога така стремително тръгват,че излитат над повърхността 7-10 m и правят полети над вълните по 50 и повече m.Освен високата скорост, калмарите имат и поразителна маневреност.

Като резултат от изучаването на хидрореактивния принцип за движение в молюските, инженерите-конструктори създадоха водометния движител на корабите.

Подобно на калмарите и сепиите засмукват вода под мантията си и след това я изхвърлят през тръба, разположена в задната част на тялото им.Водната струя получава импулс назад, а главоногото мекотело - импулс в противоположна посока (напред).