

ТЕМА 7: МЕХАНИКА НА ФЛУИДИ

1. Хидростатика

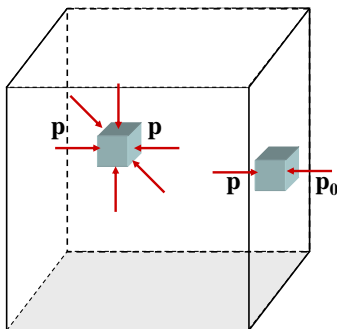
1.1. Налягане в течности и газове

Налягане – силата, действаща на единица площ от повърхността, перпендикулярно към повърхността:

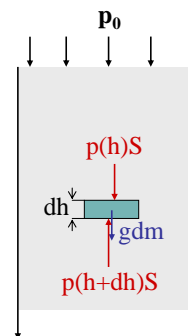
$$p = \frac{F}{S} \quad (7.1)$$

където S е площта на повърхността. В система SI се измерва в Pa: $[p] = 1\text{Pa} = \frac{1\text{N}}{1\text{m}^2}$.

Опитно е установено, че течностите и газовете създават налягане във всички посоки. Налягането в произволна точка от неподвижна течност е едно и също. Този факт може да се обясни чрез фиг. 7.1. Нека във вътрешността на течността отделим толкова малък кубичен елемент, че действащата му сила на тежестта може да се пренебрегне. Тъй като течността е неподвижна, силите, действащи върху срещуположните му страни трябва да се уравниават. Но тъй като площите на тези страни са еднакви, това означава, че и наляганията върху страните са еднакви. Ако кубът се допира до стените на съда, условието за равновесие изисква налягането p на флуида да е равно на външното налягане p_0 , с което действа стената на съда.



Фиг. 7.1



Фиг. 7.2

Следователно когато може да се пренебрегне силата на тежестта, налягането във всички точки на неподвижен флуид е еднакво и равно на приложеното към флуида външно налягане.

Да разгледаме как се изменя в дълбочина налягането в течност с постоянна плътност. Отделяме мислено елемент от течността с форма на цилиндър, чиито основи с площ S са успоредни на повърхността. Горната основа се намира на дълбочина h . Височината dh на цилиндъра е безкрайно малка. Тъй като цилиндърът е в равновесие, трябва сумата от проекциите върху оста h на всички сили да е равна на нула (фиг. 7.2).

$$Sp(h) - Sp(h + dh) + \rho g S dh = 0$$

Съкращаваме на S и записваме уравнението във вида:

$$dp = \rho g dh,$$

където $dp = p(h + dh) - p(h)$ е разликата в налягането върху двете основи на цилиндъра. След интегриране получаваме:

$$p = \rho gh + C$$

Константата C определяме от граничното условие: на повърхността на течността (при $h = 0$) налягането е равно на външното атмосферно налягане p_0 , т.е. при $h = 0$, $p = C = p_0$. Следователно:

$$p = \rho gh + p_0 \quad (7.2)$$

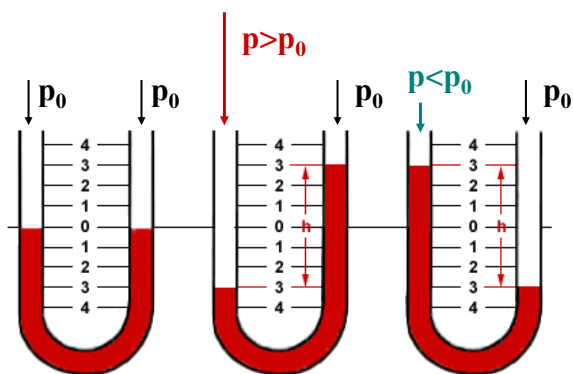
Величината ρgh се нарича *хидростатично налягане*. Хидростатичното налягане е резултат от действието на силата на тежестта. В отворен съд с течност хидростатичното налягане е еднакво за всички точки, които се намират на определена дълбочина h .

1.2. Измерване на налягането

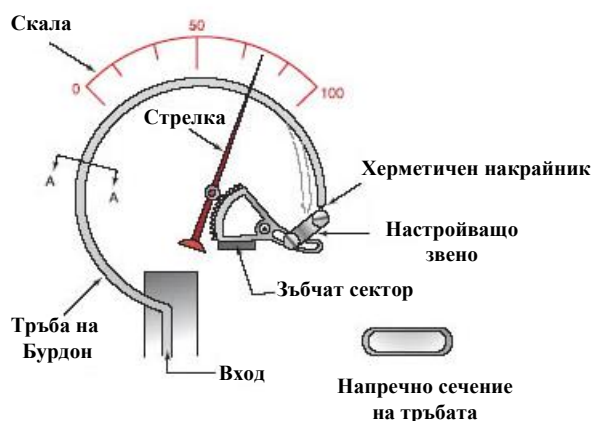
За измерване на налягането са изобретени много прибори, някои от които са показани на фиг. 7.3. Най-прост се явява открития манометър (фиг. 7.3.a), U-видната тръба на която частично е запълнена с течност – вода или живак. Измерването на налягането е свързано с разликата в нивото на течността в двете колена на тръбата посредством зависимостта

$$p = p_0 + \rho gh,$$

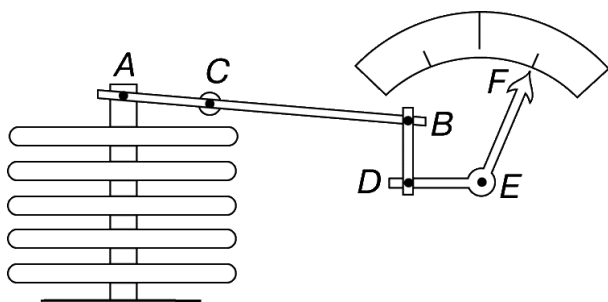
където p_0 е атмосферното налягане, а ρ – плътността на течността.



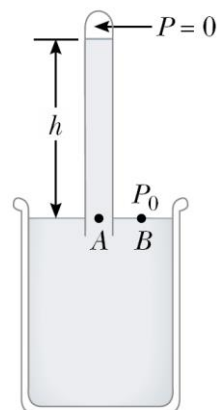
Фиг. 7.3.a



Фиг. 7.3.б



Фиг. 7.3.в



Фиг. 7.4

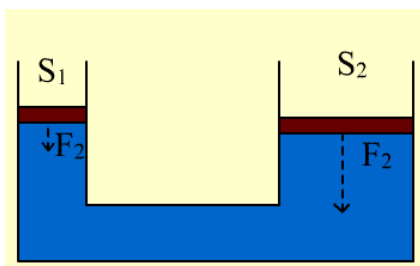
Към другите видове измерители на налягане се отнасят тръбата на Бурдон (фиг. 7.3.б), в която под действие на налягането се сгъва или разгъва тънка тръбичка, съединена със стрелка, а така също и анероид, при който стрелката е прикрепена към херметично затворена кутийка от тънък метал (фиг. 7.3.в).

За измерване на атмосферното налягане често се използва живачен барометър със запоена тръбичка – фиг. 7.4. За пръв път такъв е използван от Торичели през 1643 г. Барометърът на Торичели е стъклена тръба с дължина около 80 cm, която отначало се запълва с живак, а след това се обръща и отвореният ѝ край се потапя в съд с живак. Част от живака се излива, а пространството над живака се запълва единствено с негови пари, чието налягане при стайна температура може да се пренебрегне. Налягането в т. А е равно на хидростатичното налягане на стълба живак, а налягането в т. В е равно на външното атмосферно налягане p_0 . Тъй като двете точки са на едно равнище, налягането в тях е равно: $p_0 = \rho gh$. Така чрез измерване на височината h на живачния стълб, може да се определи атмосферното налягане. Височината h , измерена в mm се използва като извънсистемна единица за налягане: 1 mm Hg стълб е равно на хидростатичното налягане на живачен стълб с височина 1 mm. В чест на Торичели е въведена мерната единица torr: 1torr = 1mmHg .

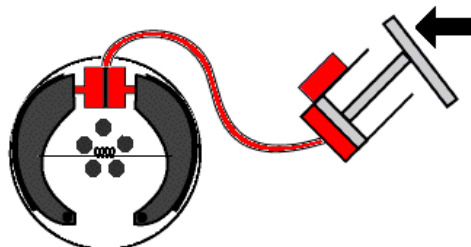
1.3. Закон на Паскал

Земната атмосфера оказва налягане на всички тела, намиращи се в нея, в това число и на други газове и течности. Атмосферното налягане, действащо на течност, се предава в целия обем на течността. Това е частен случай на общ закон, открит от Паскал. Според него *налягането, приложено към флуид (течност или газ), намиращ се в ограничен обем, се предава без изменение във всички точки от флуида и върху стените на съда.*

Примери за механизми, действащи на основата на закона на Паскал са хидравличната преса и хидравличната спирачна система на автомобила – фиг. 7.5 и фиг. 7.6.



Фиг. 7.5



Фиг. 7.6

Устройството и действието на хидравличните машини се дължи на свойството на флуидите да предават налягането равномерно във всички посоки. Най-общо устройството на хидравлична преса може да се представи с фиг. 7.5: Тя се състои от две свързани тръби с различен диаметър. В тях са поставени плътно прилепнали бутала. Ако приложим сила върху буталото с по-малък диаметър силата на натиск върху голямото бутало ще е с големина съгласно формулата – $F_2 = \frac{F_1 S_2}{S_1}$.

В реалната хидравлична преса ролята на малкото бутало се изпълнява от помпа, а на големия от работно пространство. В него се поставя детайла който ще се пресова.

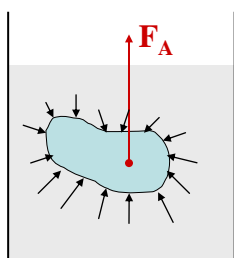
Трудно можем да кажем кой е откривателя на пресата. В началото тя е била използвана за изстискване на грозде, олио, пресоване на сено и други подобни. През 1861г. за пръв път е използвана хидравлична преса за шамповане на метални детайли. Спокойния

плавен натиск свива метала в целия обем и усигурява запълване на цялата щампа, и по-добри свойства на детайла отколкото същия направен чрез коване.

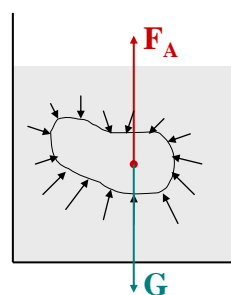
1.4. Подемна сила. Закон на Архимед

Тъй като хидростатичното налягане нараства с дълбочината h , на по-долните части от потопено в течност твърдо тяло течността действа с по-големи сили на нормален натиск, отколкото върху горната повърхност на тялото. В резултат на събирането на силите, действащи върху всички елементи от повърхността на тялото, се получава равнодействаща сила \vec{F}_A , насочена вертикално нагоре (фиг. 7.7.а). Силата \vec{F}_A се нарича подемна сила. Древногръцкият учен Архимед открива закон, според който *на всяко тяло, потопено в течност (или газ), действа подемна сила, равна по големина на теглото на изместения от тялото обем течност (или газ)*.

Подемната (архимедова) сила \vec{F}_A е насочена вертикално нагоре, а приложната ѝ точка е центърът на тежестта на изместения обем течност (газ).



Фиг. 7.7.а



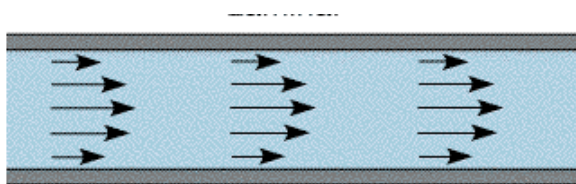
Фиг. 7.7.б

Законът на Архимед може да се изведе с помощта на следното просто разсъждение: да разгледаме тяло с произволна форма, което е потопено в течност. Течността упражнява налягане върху тялото, т.е. действа върху неговата повърхност със сили на нормален натиск, чиято резултантна е изтласкващата сила \vec{F}_A (фиг. 7.7.а). Нека мислено отстраним тялото и освободения от него обем V да запълним със същата течност, която остава мислено отделена от околната течност с повърхност S , еднаква с повърхността на тялото (фиг. 7.7.б). Тъй като при тази въображаема замяна повърхността S не се изменя по форма, размери и положение, силите на натиск, с които околната течност действа на повърхността S , също няма да се изменят. Не се променя и резултантната сила \vec{F}_A . Освен силата \vec{F}_A на отделения обем от течността действа и силата на тежестта $\vec{G} = V\rho\vec{g}$. От условието разглеждания обем течност да е в механично равновесие, следва, че силите \vec{F}_A и \vec{G} са равни по големина и противоположни по посока, т.е. подемната сила е равна по големина на силата на тежестта \vec{G} на изместената от тялото обем течност и е насочена вертикално нагоре. Освен това силата \vec{F}_A трябва да е приложена в същата точка, както силата на тежестта \vec{G} – в центъра на тежестта A на изместения обем течност. В противен случай механичното равновесие се нарушава, защото двете сили образуват двойка сили, която създава въртящ момент.

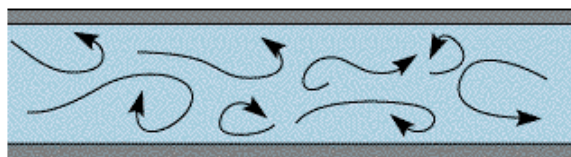
2. Движение на идеален флуид

2.1. Характеристики на теченето

Различават се два основни вида течене на течности и газове. Ако теченето е плавно и съседните слоеве се хлъзгат един спрямо друг, теченето се нарича *ламинарно* или *слоисто*. Характерна особеност на ламинарното течене е, че всяка частица от течността се движи по гладка траектория и траекториите на частиците не се пресичат (фиг. 7.8.а). Когато скоростта на течене надвиши определена граница, то става *турбулентно*. Турбулентното течене се характеризира с наличието на безпорядъчни малки водовъртежи, наречени вихри (фиг. 7.8.б). Вихрите поглъщат огромно количество енергия и въпреки че вътрешното триене (наречено *вискозитет*) съществува и в ламинарното течене, при турбулентното течене вискозитетът се оказва значително по-голям.



Фиг. 7.8.а



Фиг. 7.8.б

Както за ламинарното, така и за турбулентното течене, могат да се въведат четири важни характеристики:

1) Течността може да се разглежда или като свиваема, или като несвиваема. Въпреки, че не съществуват вещества, които са напълно несвиваеми, теченето на много течности е такова, че изменението на плътността е много малко и може да се пренебрегне.

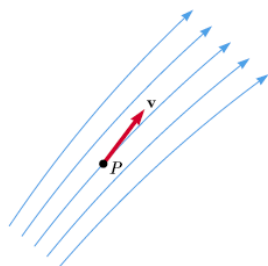
2) Вискозитетът (или вътрешното триене) има място в произволно течене, но често той може да се пренебрегне. Редица общи закономерности обаче могат да се получат, като се използва опростен модел на абсолютно несвиваем и невискозен флуид, наречен *идеален флуид*. При описване на движението на идеален флуид също така не се отчита изменението на температурата и топлообмена между отделните му слоеве.

3) Теченето може да бъде *стационарно*. При него скоростта на частиците в произволна точка от пространството не се изменя с времето (това не означава, че тя не може да бъде различна в различните точки на пространството).

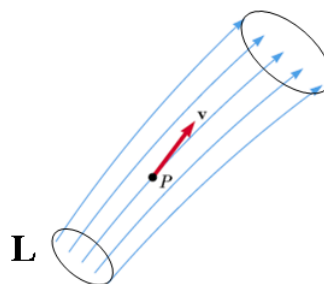
4) Теченето може да бъде вихрово и безвихрово (потенциално). При безвихровото течене пълният момент на импулса на течността относно произволна точка е равен на нула.

2.2. Токов поток и уравнение на непрекъснатост

При установен ламинарен поток на течността траекторията, по която се движи дадена частица, се нарича *токова линия* (фиг. 7.9.а). Скоростта на течността в произволна точка е насочена по допирателна към токовата линия. Токовите линии не се пресичат една с друга. Те се чертаят така, че гъстотата им да характеризира големината на скоростта. В областите с по-голяма скорост токовите линии се сгъстяват.



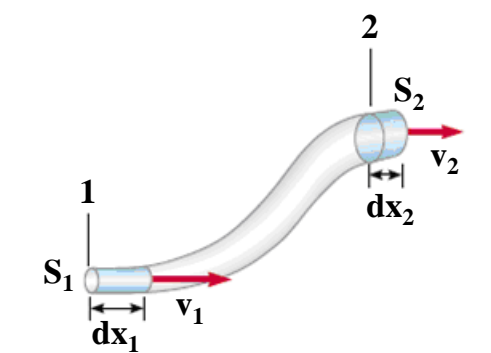
Фиг. 7.9.а



Фиг. 7.9.б

Да вземем произволен затворен контур L и през всяка негова точка да прекараме съответната токова линия: токовите линии образуват повърхност, наречена *токова тръба* (фиг. 7.9.б). Тъй като скоростите на частиците са насочени по допирателната към токовата тръба, те не я пресичат и в токова тръба течността тече така, както би текла в гладка твърда тръба със същата форма.

На фиг. 7.10 е показана много тясна токова тръба. S_1 и S_2 са две произволно взети две нейни напречни сечения. Тъй като площите S_1 и S_2 са малки, можем да смятаме, че във всяка точка от S_1 скоростта на флуида е постоянна и има големина v_1 , а във всички точки от S_2 флуидът се движи със скорост v_2 . За време dt през сечението S_1 се втича флуид с маса $dm_1 = \rho S_1 v_1 dt$, а през S_2 изтича флуид с маса $dm_2 = \rho S_2 v_2 dt$, където ρ е плътността на несвиваемия флуид. От закона за запазване на масата следва, че $dm_1 = dm_2$, т.е.



Фиг. 7.10

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (7.3)$$

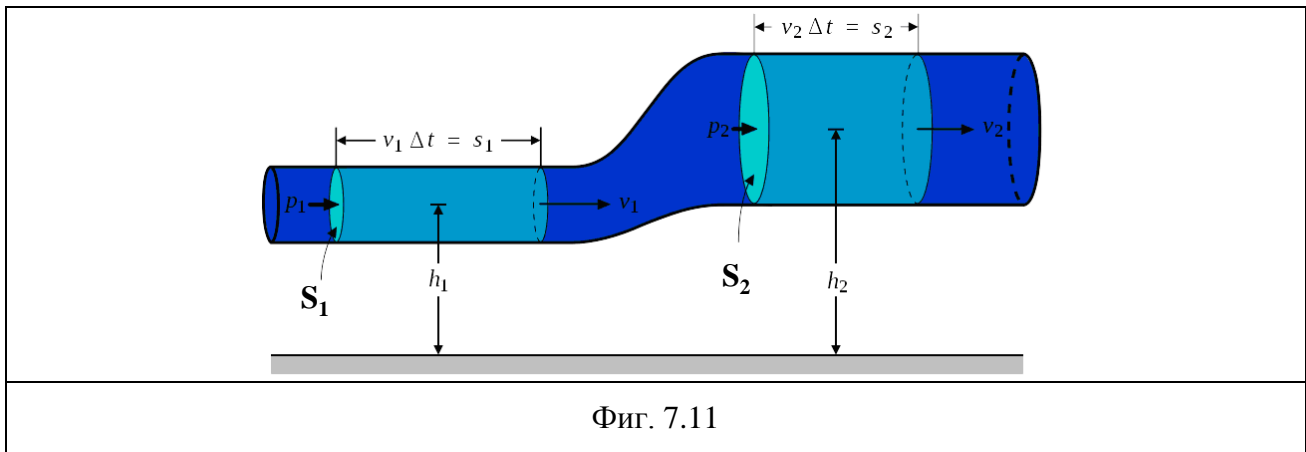
Полученият израз е в сила за две произволни напречни сечения на токовата тръба. Следователно произведението от скоростта v на частиците в дадено напречно сечение на токовата тръба и площта S на това сечение остава постоянна по цялата дължина на тръбата.

$$vS = \text{const} \quad (7.4)$$

Уравнение (7.4) се нарича *уравнение за непрекъснатост на струята*. От него следва, че на местата, където токовата тръба се стеснява, скоростта на струята ще нараства, а в широките части на тръбата флуидът ще се движи с по-малка скорост.

2.3. Закон на Бернули. Приложения на закона на Бернули

В първата половина на 18 век швейцарският физик Даниел Бернули е установил един важен закон, валиден за движенията на флуидите. В негова чест този закон сега носи неговото име – закон на Бернули. Той разглежда ламинарното стационарно движение на идеален флуид в тръба с променливо сечение – фиг. 7.11.

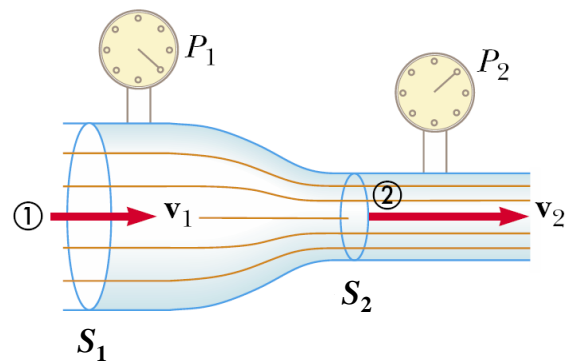


Фиг. 7.11

Според закона на Бернули при стационарно ламинарно течение на идеален флуид сумата от статичното налягане p , кинетичната енергия на единица обем $\frac{\rho v^2}{2}$ (хидродинамично налягане) и гравитационната потенциална енергия на единица обем $\rho g h$ (хидростатично налягане) има една и съща стойност за всички точки на една токова линия.

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 = \text{const} \quad (7.5)$$

Закона на Бернули намира приложения при измерване скоростта на флуид. За целта се използва така наречената тръба на Вентури. Опростена схема на такъв уред е показана на фиг. 7.12. По дължината на тръбопровода се монтира специален участък с две различни по големина калибрирани сечения. В тези две сечения се измерва статичното налягане P_1 и P_2 . Уравнението на Бернули за тези сечения има вида:



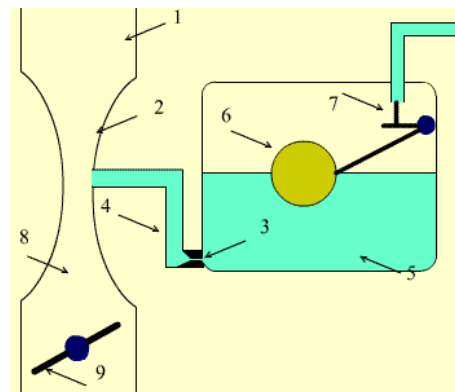
Фиг. 7.12

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$$

Ако сечение S_1 е равно на сечението на тръбопровода, то скоростта V_1 ще е равна на скоростта в тръбопровода V . От уравнението на непрекъснатостта $v_1 S_1 = v_2 S_2$ може да се определи скоростта V_2 : $V_2 = V_1 \frac{S_1}{S_2}$. След заместване на този израз в уравнението на Бернули

може да се определи скоростта $V_1=V$:
$$V = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho(1 - (\frac{S_1}{S_2})^2)}}$$

Друго приложение на уравнението на Бернули е свързано с действието на карбуратора. За да може горивото да се запали, изгори и създаде необходимата сила да задвижи буталото, трябва да се получи горивна смес - гориво разпръснато на малки капчици и въздух. Тя се полува в сложната от техническа гледна точка част на автомобила - карбуратор, използвайки прости физични закономерности. Примерна схема на карбуратор е представена на фиг. 7.13. Въздухът се всмуква през тръбата 1. Той попада в дифузъора 2 където скоростта му се увеличава съгласно закона на Бернули, а статичното му налягане намалява. В дифузъора постъпва гориво от жигльора 3 и тръбата 4. Жигльорът представлява малък отвор, съединен с поплавковата камера 5. Налягането в поплавковата камера е равно на атмосферното. Нивото в нея се регулира от поплавък 6, който е окачен на подвижно лостче. Върху лостчето опира иглата 7. Когато нивото на бензина е нормално игления клапън е затворен, при спадане клапъна се отваря и навлиза ново количество бензин. Тъй като налягането на отвора на тръбата 4 е много по-ниско от атмосферното, горивото изтича през дифузъора и се раздробява на малки капчици. В смесителната камера 8 те се смесват с въздуха, изпаряват се и горивото се насочва към цилиндрите. С помоща на дроселова клапа 9, която е свързана с педала на газта, скоростта на въздушния поток се изменя. Така се налягането на дифузъора, а заедно с това и количеството бензин, което постъпва в цилиндрите.



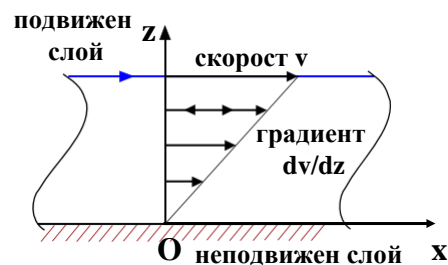
Фиг. 7.13

3. Движение на вискозен флуид

3.1. Сили на вътрешно триене

Когато два слоя от реален флуид се движат един спрямо друг, между тях възникват тангенциални сили на взаимодействие, които се стремят да забавят слоя, движещ се с по-голяма скорост, и да ускорят слоя с по-малка скорост. Възникването на силите на вътрешно триене се обяснява с това, че движещите се с различни скорости слоеве обменят молекули. При това тези от по-бързо движещия се слой предават на по-бавния определен импулс, вследствие на което последният започва да се движи по-бързо. Молекулите от по-бавния слой пък получават от по-бързия слой определен импулс, което води до неговото забавяне.

Да разгледаме течност, движеща се по посока на оста Ox – фиг. 7.14. Нека слоевете на течността се движат с различни скорости. На оста z избираме две точки, отстоящи на разстояние dz една от друга. Скоростта на потока се отличава в тези точки с dv . Отношението $\frac{dv}{dz}$ характеризира изменението на скоростта на потока по посока на оста z и се нарича *градиент на скоростта по посока на оста z* .



Фиг. 7.14

Силата на вътрешно триене, действаща между двата слоя, е пропорционална на площта на контактната повърхност между слоевете и на градиента на скоростта:

| | |
|----------------------------|-------|
| $F = \eta \frac{dv}{dz} S$ | (7.6) |
|----------------------------|-------|

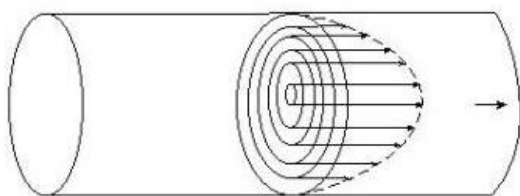
Величината η се нарича *коэффициент на вътрешно триене* или *динамичен вискозитет*. Той е числено равен на силата на вътрешно триене, възникваща на единица контактна повърхност между два слоя, движещи се относително един спрямо друг с градиент на скоростта, равен на единица. В СИ размерността на вискозитета е kg/(m.s).

Вискозитетът зависи от природата на течността и за дадена течност намалява с увеличаване на температурата и нараства с увеличаване на налягането.

Вискозитетът зависи от вида на флуида като при течности бързо намалява с увеличаване на температурата.

3.2. Формула на Поазьой

Да разгледаме ламинарното движение на вискозен флуид през тръба. Най-външният цилиндричен пласт течност, допиращ се до стената на тръбата, остава в покой поради притегателните сили между молекулите на тръбата и тези на течността (фиг. 7.15).



Фиг. 7.15

Цилиндричните пластове течност се движат с различна скорост, нарастваща към оста на тръбата, т.е. съседните пластове течност се плъзгат един спрямо друг, при което между тях действат силите на вътрешно триене. Наличието на слой течност между триещи се повърхности на твърди тела способства за намаляване триенето между тях. Количеството протичаща

течност през напречното сечение на тръбата за единица време (дебитът) при еднакви външни условия зависи от вътрешното триене на течността.

Нека тръбата има дължина ℓ и радиус R . Опитно е установено, че обемният поток, преминал за единица време през напречното сечение на тръбата е:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \eta \ell} \quad (7.7)$$

където Δp е разликата на налягането в двата края на тръбата.

Уравнението (7.7) се нарича *формула на Поазьой*. Тя е в сила за ламинарен поток, но с приближения може да се прилага за някои турбулентни течения, например за кръвоносната система на човека и животните.

3.3. Число на Рейнолдс

При достатъчно големи скорости на флуидите техните движения стават турбулентни. При турбулентното течение ролята на вътрешното триене намалява.

Английският физик Рейнолдс предложил критерий, посредством който може да се определи дали течението на един флуид е ламинарно или турбулентно. Той е въвел безразмерната величина

$$Re = \frac{\rho v r}{\eta} \quad (7.8)$$

където ρ е плътността на флуида, r е радиусът на тръбата, по която той тече, а v е средната скорост (ако флуидът би се движил с такава скорост по тръбата би протекло за единица време същото количество флуид, каквото протича в действителност за това време). Величината (7.8) се нарича *число на Рейнолдс*. За всяко течение на флуид по тръба съществува критична стойност на числото на Рейнолдс, под която течението е ламинарно, а над нея – турбулентно.

3.4. Закон на Стокс. Седиментация

Всяко тяло, което се движи във флуид, изпитва съпротивление, което се нарича челно съпротивление. То се обуславя от две причини: Първата от тях е вътрешното триене. Слой на флуида, който се намира непосредствено до тялото, прилепва до него и се движи заедно с него. Съседният слой се движи с различна от нула скорост спрямо тялото, а по-отдалечените слоеве се движат с все по-големи скорости. На движещите се един спрямо друг слоеве действат сили на вътрешно триене, а те противодействат на тялото със сила, която е една от причините за челното съпротивление.

Втората причина, която обуславя челното съпротивление, се появява особено отчетливо при по-големи стойности на числото на Рейнолдс. Тя се състои в появата на вихри зад движещото се тяло. Част от механичната енергия на тялото преминава в енергия на вихрите, а тя под действие на силите на триене се превръща във вътрешна енергия на средата.

За силата на съпротивление, действаща на тяло, което се движи с не голяма скорост във флуид, е в сила законът на Стокс. Съгласно този закон големината на силата, с която действа флуид на движещо се в него тяло с форма на кълбо с радиус r , е пропорционална на r и на големината на скоростта v на тялото:

$$F_s = 6\pi\eta r v \quad (7.9)$$

Падането на малки частици в един флуид се нарича *седиментация*. Това явление се наблюдава при утаяването на мътни течности, при утаяването на кръвни телца в кръвна плазма, при избистряне на напитки и др.

Освен със силата на челно съпротивление флуидът действа на движещата се в него частица с подемна сила

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g,$$

където ρ_0 е плътността на флуида. Следователно уравнението на движение на една падаща във флуида частица е

$$m a = m g - F_A - F_s$$

Ако движението на частицата става с постоянна скорост, ускорението \dot{v} е равно на нула. Така за скоростта на частицата получаваме формулата:

$$v = \frac{2r^2 g (\rho - \rho_0)}{9\eta} \quad (7.10)$$

където ρ е плътността на частицата. Тази формула се използва за определяне на радиуса на частиците, ако е известна скоростта им на равномерно падане във вискозен флуид, а също и за определяне на други величини.