

ТЕМА 4: СИЛИ В МЕХАНИКАТА

Динамиката изучава движението на телата под действие главно на гравитационните сили, силите на триене и силите на еластичност. Гравитацията е едно от четирите фундаментални взаимодействия в природата. Силите на триене и еластичните сили са проява на друго фундаментално взаимодействие – електромагнитното.

1. Гравитационни сили

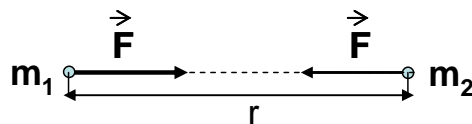
Телата, които са пуснати от известна височина, падат към Земята с едно и също ускорение \vec{g} , наречено *земно ускорение*. Ускорението \vec{g} се дължи на силата \vec{G} , с която Земята привлича всяко тяло. Тази сила се нарича *сила на тежестта*.

$$\vec{G} = m\vec{g} \quad 4.1$$

Нашият опит и наблюденията ни убеждават, че ако не отчитаме денонощното въртене на Земята около оста \acute{u} , силата на тежестта е перпендикулярна на земната повърхност и следователно е насочена към центъра на Земята.

Като обобщава резултатите от многобройните астрономически наблюдения, Нютон стига до извода, че небесните тела взаимно се привличат със сили, имащи същата природа, както силите, с които Земята привлича заобикалящите ни тела. Сили на всеобщо привличане (гравитация) действат между всички тела във Вселената. Нютон формулирал следния закон:

Между всеки две тела (материални точки) от Вселената действат сили на взаимно привличане, наречени гравитационни сили, чиято големина е право пропорционална на произведението от масите на телата и е обратно пропорционална на квадрата на разстоянието между тях.



Фиг. 4.1

Ако материалните точки имат маси m_1 и m_2 и са разположени на разстояние r една от друга (фиг. 4.1), големината на гравитационната сила е:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad 4.2$$

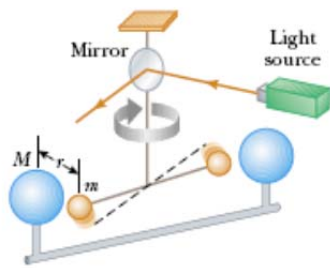
където γ е универсална природна константа, наречена *гравитационна константа*. Стойността на гравитационната константа е определена експериментално. Тя е $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$. Съгласно с третия принцип на механиката гравитационните сили на привличане между две материални точки са равни по големина и противоположни по посока (фиг. 4.1). Те действат в направление на правата, съединяваща материалните точки.

Ако приемем Земята за инерциална отправна система, силата на тежестта, която действа на едно тяло, е гравитационната сила, с която Земята го привлича. В близост до земната повърхност, че приема, че разстоянието r е равно радиуса на Земята – $R = 6370\text{km}$. Приравнявайки изразите (4.1) и (4.2), за земното ускорение се получава формулата:

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} \quad 4.3$$

където M е масата на Земята.

Гравитационна константа. Гравитационната константа γ е измерена през 1789 г. от английския физик Хенри Кавендиш.



Фиг. 4.2

Опитната постановка е показана схематично на фиг. 4.2. Две еднакви топчета с маси m са закрепени на двата края на лека хоризонтална пръчка, която е окачена на вертикална нишка. Близо до топчетата се поставят две големи оловни кълба, всяко с маса M . Гравитационните сили F на привличане на топчетата към оловните кълба завъртат пръчката и нишката се усуква. Като се измери ъгъла на усукване на нишката α , определя се силата F (доказва се, че големината на силата F е право пропорционална на ъгъла α). Тъй като α е малък ъгъл

(около 1°), за точното му измерване се използва светлинен лъч, отразен от прикрепеното към нишката огледалце. Като са известни m , M , F и r , се пресмята числената стойност на гравитационната константа от уравнение (4.2).

Принцип на еквивалентност. В динамиката масата е мярка за инертността на телата. Затова масата, която участва във втория принцип на механиката, се нарича инертна маса – m_u . Гравитационните взаимодействия се характеризират с гравитационна маса – m_g . Сега ще се спрем по-подробно на този въпрос, тъй като съвсем не е очевидно защо две толкова различни на пръв поглед явления – инерция и гравитация, трябва да се описват с една и съща физична величина.

Под действие на силата на тежестта \vec{G} тяло с инертна маса m_u се движи с ускорение \vec{a} , чиято големина се определя от уравнението на втория принцип на механиката: $G = m_u a$. От друга страна, силата на тежестта е гравитационна сила, която се изразява от нютония закон за гравитацията $G = \gamma \frac{m_r M}{R^2}$, в който участва гравитационната маса m_g на тялото. От тези две уравнения изразяваме ускорението a :

$$a = \frac{m_g}{m_u} \left(\gamma \frac{M}{R^2} \right) \quad 4.4$$

където изразът в скобите е константа. Експериментално е установено с голяма точност, че всички тела, пуснати от една и съща точка, падат с еднаква ускорение $a=g=const$.

Следователно отношението $\frac{m_g}{m_u}$ има една и съща стойност за всички тела и при подходящ избор на измерителните единици то може да се положи равно на единица, т.е. $m_u=m_g=m$.

Не съществува нито един експериментален факт, който да сочи възможни различия между гравитационната и инертната маса. Затова във физиката се формулира общ принцип, според който те са еквивалентни.

2. Сили на еластичност

При малка деформация на едно тяло възниква сила, която връща тялото в състоянието, в което то е било преди деформацията. Всяка такава сила се нарича *сила на еластичност*. Сили на еластичност действат на едно разтегнато или свито гумено тяло, на едно усукано еластично тяло, на огъната стоманена пластина и др. (фиг.4.3).

Силите на еластичност се обуславят от електромагнитни взаимодействия между атомите и молекулите на деформираното тяло. Когато тялото се свива, разстоянията между частиците му намаляват и между тях започват да действат електромагнитни сили на отблъскване. Те обуславят силата на еластичност, която действа на свитото тяло. Когато тялото се разтяга, разстоянията между частиците му се увеличават и между тях започват да действат електромагнитни сили на привличане. Те обуславят и появилата се в този случай сила на еластичност.

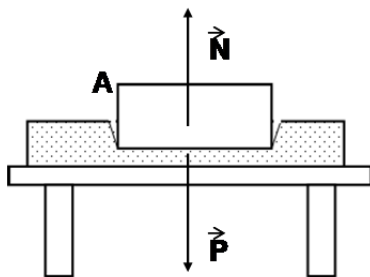
Опитно е установено, че за не големи деформации големината на силата на еластичност \vec{F} , действаща на една разтегната или свита пружина, или на пръчка, единият край на който е закрепен неподвижно, е правопрпорционална на големината на преместването $\Delta\vec{r}$ на свободния ъ край и че посоките на \vec{F} и $\Delta\vec{r}$ са противоположни. Следователно

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{r} \quad 4.5$$

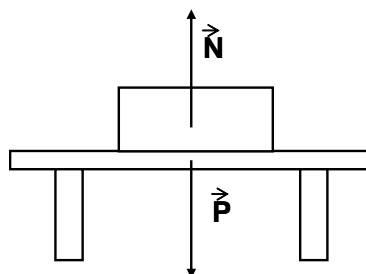
Положителната величина k е константа и се нарича *коэффициент на еластичност* на пружината или на пръчката. Той е характеристика на материала, от който са изработени съответните деформиращи се тела. Равенството (4.5) изразява т.нар. *закон на Хук*.

3. Реакции

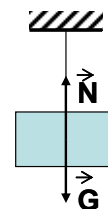
Когато едно тяло A лежи върху гумена подложка, ясно се вижда деформацията на гумата – фиг. 4.4. Тя е предизвикана от действието контактната сила между тялото и поставката, която се нарича *тегло \vec{P} на тялото*. Съгласно третия принцип на Нютон гумата действа на тялото със сила \vec{N} , която е *сила на еластичност*.



Фиг. 4.4



Фиг. 4.5



Фиг. 4.6

Когато тялото е поставено върху една маса, то масата също се деформира, но тази деформация е незабележимо малка. Масата противодейства на теглото на тялото със сила \vec{N} (фиг. 4.5), която се нарича *реакция на опората* на масата. Ако едно тяло е окачено на нишка

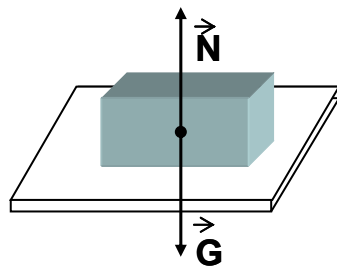
(фиг. 4.6), теглото му също действа на нишката, а тя му противодейства със силата \vec{N} . Тя също се нарича реакция (сила на опън на нишката).

4. Сили на триене

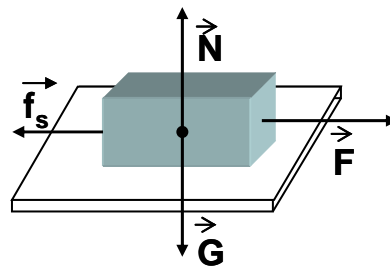
Движението на телата в реални условия винаги е съпроводено с действие на сили на триене. Триенето между повърхностите на две твърди тела, в отсъствие на течен или газов слой между тях, се нарича *сухо триене*, а триенето между два слоя от течност или газ – *вътрешно* или *вискозно триене*.

Силите на триене възникват в резултат на електромагнитното взаимодействие между молекулите на триещите се повърхности.

Да разгледаме тяло с маса m , поставено на хоризонтална поставка (фиг. 4.5а). Силата на тежестта $\vec{G} = m\vec{g}$, която действа на тялото, се уравнива от силата на нормална реакция на опората \vec{N} и тялото се намира в покой. Да приложим към тялото



Фиг. 4.5а



Фиг. 4.5б

хоризонтална сила \vec{F} и постепенно да увеличаваме нейната големина (фиг. 4.5б). При малки стойности на \vec{F} тялото остава в покой, което показва, че между допиращите се повърхности възникват сили на триене. Поставката действа на тялото със сила на триене \vec{f}_s , която е равна по големина и противоположна по посока на движещата сила \vec{F} . Силата на триене \vec{f}_s се нарича *сила на триене при покой* или *сила на статично триене*. В зависимост от големината на движещата сила \vec{F} силата на триене при покой може да се изменя от нула до някаква максимална стойност $\vec{f}_{s\max}$. Когато силата F стане по-голяма от $f_{s\max}$, тялото започва да се движи и възниква *сила на триене при хлъзгане* \vec{f}_k , която се нарича още *сила на кинетично триене*. Експериментално са установени следните закономерности:

1. Максималната сила на триене при покой не зависи от площта на триещите се повърхности.
2. За дадена двойка повърхности максималната сила на триене при покой е пропорционална на големината на силата на нормална реакция на опората N

$$f_{s\max} = k_s N \quad (4.6)$$

Коефициентът на пропорционалност k_s се нарича *коефициент на статично триене*.

Той зависи от вида и състоянието на триещите се повърхности.

3. Силата на триене при хлъзгане е по-малка от максималната сила на статично триене – $f_k < f_{s\max}$. Тя не зависи от площта на триещите се повърхности и е пропорционална на големината на силата на нормална реакция на опората

$$f_k = k_k N \quad (4.7)$$

където k_k е коефициент на кинетично триене, който подобно на k_s зависи от вида и състоянието на триещите се повърхности.

4. Коефициентът на кинетично триене не зависи от скоростта на движение.

В редица случаи разликата между коефициентите на статично и кинетично триене е малка. Затова в много от задачите по механика тя се пренебрегва и се използва един и същи коефициент на триене k – както за определяне на максималната сила на триене при покой, така и на силата на триене при хлъзгане.

5. Фундаментални взаимодействия

Независимо от огромното разнообразие от взаимодействия между телата, съгласно със съвременните представи всички те се свеждат до четири фундаментални взаимодействия – гравитационно взаимодействие; слабо взаимодействие (на което в повечето случаи се дължат процесите на разпадане и превръщане на елементарните частици); електромагнитно взаимодействие; силно взаимодействие между т.нар. *адрони* – голям клас елементарни частици, към които спадат протоните и неутроните.

Съвременните научни теории показват, че всяко взаимодействие се осъществява чрез обмен на определен вид частици (кванти), които са носители на взаимодействието. Най-добре изучено е електромагнитното взаимодействие, чийто носители са квантите на електромагнитното поле, наречени *фотони*. През 1983 г. бяха открити и т.нар. *междинни векторни бозони*, които са носители на слабото взаимодействие. Понастоящем разработена единна теория на електрослабите взаимодействия. Носители на силното взаимодействие са *глюоните*, частици, които „слепват“ *кварките* – съставните частици на адроните. Една от проявите на силното взаимодействие са ядрените сили, които удържат протоните и неутроните в ядрата на атомите. Взаимодействието между отделните адрони (например между протоните и неутроните в ядрото) е само остатъчен ефект от много по-интензивно взаимодействие между техните градивни частици – кварките, подобно на междумолекулното взаимодействие, което може да се разглежда като остатъчен ефект от електричното взаимодействие между електроните и ядрата.

Теорията предсказва два вида кванти на гравитационното взаимодействие, наречени *гравитони* и *гравитино*. Създаването на цялостна квантова теория на гравитацията се сблъсква със сериозни трудности. Гравитационните вълни и квантите на гравитационното поле все още не са експериментално регистрирани.

Правят се опити да се обединят електрослабите и силните взаимодействия (Велико обединение) и да се опишат от единна теория. Особен интерес през последните години предизвиква супергравитацията – теория, която прави опит да приложи единен подход при описване на всички взаимодействия, включително и гравитационното.

6. Движение в неинерциална отправна система

Както вече беше отбелязано, законите на механиката са валидни в инерциални отправни системи. *Отправни системи, движещи се ускорително спрямо инерциална отправна система, се наричат неинерциални*. За да са валидни законите на динамиката и за неинерциалните отправни системи, освен силите, обусловени от взаимодействията между телата, е необходимо въвеждането на особен вид сили – *инерчни сили*. При отчитане на инерчните сили вторият принцип на механиката е валиден за произволна отправна система. При това инерчната сила \vec{F}_i трябва да бъде такава, че заедно със силите, обусловени от

взаимодействията между телата, да създава на тялото ускорение \vec{a}' , каквото то притежава в неинерциалната отправна система:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_i \quad (4.8)$$

Тъй като $\vec{F} = m\vec{a}$ (\vec{a} е ускорението на тялото в инерциална отправна система), то

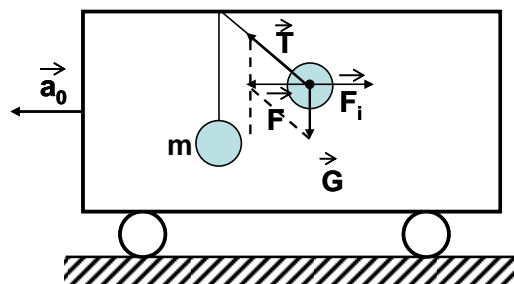
$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_i \quad (4.9)$$

Инерчната сила е обусловена от ускорителното движение на неинерциалната система и затова в общия случай трябва да се отчитат следните случаи на тази сила: 1) инерчна сила при ускорително постъпателно движение на отправната система; 2) инерчна сила, действаща на тяло, което се намира в покой спрямо въртяща се отправна система; 3) инерчна сила, действаща на тяло, което се движи във въртяща се отправна система.

6.1. Преносна инерчна сила при постъпателно движение.

Да разгледаме следния пример: топче е закачено на нишка за тавана на кабината на вагон (фиг. 4.6).

Докато вагонът е неподвижен, или се движи праволинейно и равномерно, нишката е във вертикално положение и силата на тежестта \vec{G} на топчето се уравнива от силата на опън на нишката \vec{T} . Ако вагонът се преведе в постъпателно движение с ускорение \vec{a}_0 , то нишката ще започне да се отклонява назад от вертикалата до такъв ъгъл α , при който резултантната сила $\vec{F} = \vec{G} + \vec{T}$ не обезпечи ускорението на топчето \vec{a}_0 , т.е



Фиг. 4.6

$$\vec{F} = \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_0 \quad (4.10)$$

Така резултантната сила е насочена по посока на движението на вагона.

Относно отправна система, свързана с ускорително движещия се вагон, топчето се намира в покой. Това е възможно само ако силата \vec{F} се уравнива от сила, равна по големина и противоположно насочена. Именно тази сила се явява инерчна сила, тъй като топчето не взаимодейства с никакви други тела. Следователно инерчната сила е:

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0 \quad (4.11)$$

Знакът „-“, в зависимост (4.11) показва, че инерчната сила е насочена в посока, противоположна на посоката на ускорението на отправната система.

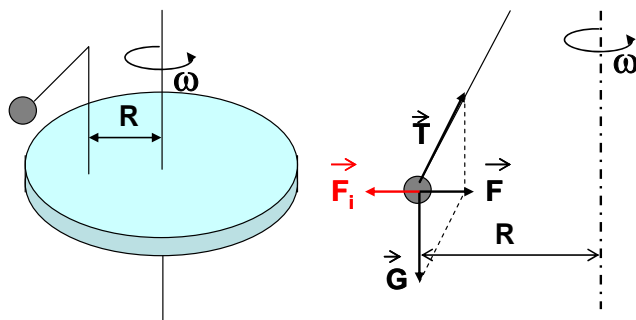
6.2. Центробежна инерчна сила

Нека диск се върти равномерно с ъглова скорост ω около вертикална ос, минаваща през центъра му. На диска, на разстояние R от оста на въртене, се намира махало (топче с маса m е окачено на тънка нишка). При въртене на махалото заедно с диска топчето ще се отклонява от вертикалата на някакъв ъгъл (фиг. 4.7). В инерциална отправна система топчето

равномерно се движи по окръжност радиус R . Следователно на него действа сила с големина

$$F = m\omega^2 R \quad (4.12)$$

насочена перпендикулярно на оста на въртене на диска. Тя се явява равнодействаща на силата на тежестта \vec{G} на топчето и силата на опън на нишката \vec{T} – $\vec{F} = \vec{G} + \vec{T}$. Относно отправна система, свързана с въртящия се диск, топчето се намира в покой, което е възможно само ако силата \vec{F} се уравни от сила, равна по големина и противоположно насочена.



Фиг. 4.7

Тя се явява инерчна сила. Нарича се *центробежна инерчна сила* и е насочена по хоризонтала навън от оста на въртене на отправната система.

Центробежните сили намират приложение във всички центробежни механизми – центрофуги, сепаратори и др.

Пример: При седиментация (утаяване) на суспензии и емулсии на частиците (червени кръвни телца, макромолекули, нуклеинови киселини, твърди частици и др.) действат силата на тежестта, архимедовата сила и силата на съпротивление, която е право пропорционална на скоростта на частицата ($\vec{F} = -k\vec{v}$, където k е коефициент на пропорционалност). При нормални условия скоростта на седиментация е много малка. Тя може рязко да се увеличи, ако епруветка с емулсия (суспензия) се постави в ултрацентрофуга, въртяща се с голяма ъглова скорост.

Колко пъти ще нарасне скоростта на седиментация, ако ултрацентрофугата извършва 50000 оборота в минута? Радиусът на въртене е $r = 10\text{ cm}$.

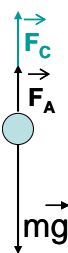
Решение: Нека утаяването се извършва под действие на силата на тежестта. Скоростта на утаяващата се частица става постоянна, когато силата на тежестта се уравни от архимедовата сила $F_A = \rho Vg$ (ρ е плътността на дисперсионната среда, V е обемът на частицата) и от силата на съпротивление (фиг. 4.8а):

$$mg = \rho_0 Vg = \rho Vg + kv,$$

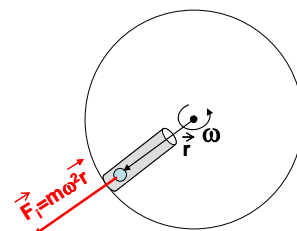
където ρ_0 е плътността на частицата. От това уравнение определяме постоянната скорост на седиментация

$$v = \frac{(\rho_0 - \rho)Vg}{k}$$

Да поставим сега епруветката с препаратата в ултрацентрофугата. Във въртящата се неинерциална отправна система, свързана с центрофугата, на частицата действа центробежна инерчна сила $F_i = m\omega^2 r = m(2\pi\nu)^2 r$, където ν е честотата на въртене на центрофугата (фиг. 4.8б). Тъй като инерчната сила е много по-голяма от



Фиг. 4.8а



Фиг. 4.8б

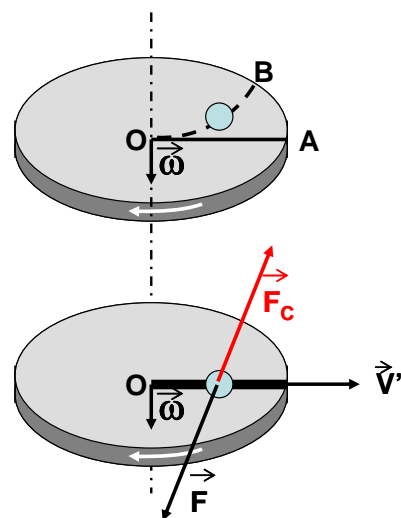
силата на тежестта, можем да пренебрегнем последната и да смятаме, че утаяването се извършва под действие на центробежната инерчна сила. Скоростта на седиментация v_1 в този случай можем да определим като заместим в получената формула за седиментация под действие на силата на тежестта земното ускорение g с нормалното ускорение $\omega^2 r$.

$$v_1 = \frac{(\rho_0 - \rho)V\omega^2 r}{k} = \frac{\omega^2 r}{g} v = 2,7 \cdot 10^5 v,$$

т.е. в ултрацентрифуга скоростта на седиментация нараства почти 300000 пъти.

6.3. Инерчни сили, действащи на тяло, движещо се във въртяща се отправна система

Нека топче се движи с постоянна скорост \vec{v}' по посока на радиуса на равномерно въртящ се диск ($\vec{v}' = \text{const}$; $\vec{\omega} = \text{const}$; $\vec{v}' \perp \vec{\omega}$). Ако дискът е неподвижен, топчето се движи по радиална права и попада в точка А, а когато дискът се преведе в движение в указаната със стрелка посока, топчето се хлъзга по кривата ОВ (фиг. 4.9 а), при което посоката на относителната му спрямо диска скорост \vec{v}' се изменя. Това е възможно само когато на топчето действа сила, перпендикулярна на скоростта му. За да се търкаля топчето по посока на радиуса на въртящия се диск, се използва твърдо закрепен прът, по който топчето се движи без триене праволинейно и равномерно със скорост \vec{v}' (фиг. 4.9 б). При отклонение на топчето прътът му действа със сила \vec{F} . Относно диска (въртяща се отправна система) топчето се движи равномерно и праволинейно, което може да се обясни с факта, че силата \vec{F} се уравновесява от приложена към топчето инерчна сила, перпендикулярна на скоростта \vec{v}' . Тази сила се нарича *кориолисова инерчна сила*. Може да се покаже, че кориолисовата инерчна сила е



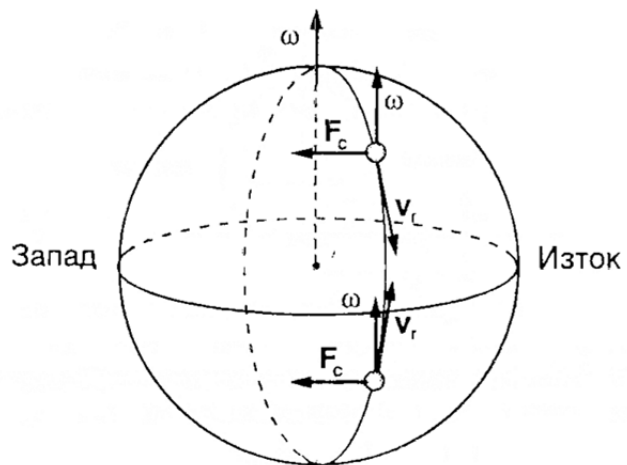
Фиг. 4.9

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega} \quad (4.13)$$

Векторът \vec{F}_c е перпендикулярен на вектора на скоростта \vec{v}' на тялото и ъгловата скорост на въртене на отправната система в съответствие с правилото на десния винт. Двете необходими условия за възникването на кориолисови сили са:

- 1) Неинерциалната отправна система да се върти – $\omega \neq 0$;
- 2) Материалната точка да се движи спрямо неинерциалната отправна система.

Тъй като Земята представлява въртяща се отправна система, на движещите се тела действат кориолисови сили, които обясняват редица наблюдавани явления. Например ако тяло се движи в северното полукълбо на север (фиг. 4.10), то действащата му кориолисова сила според формула (4.13) ще бъде насочена надясно по отношение на посоката на движение, т.е. тялото ще се отклонява на изток. Ако тялото се движи на юг, то силата на Кориолис отново действа на дясно по отношение на посоката на движение, т.е. тялото се отклонява на запад. Поради това в северното полукълбо се наблюдава по-силно отмиване на десните брегове на реките, десните релси на железопътните линии се износват по-бързо и т.н.



Фиг. 4.10

Поради силите на Кориолис падащите на повърхността на Земята тела се отклоняват на изток. С кориолисовите сили е свързано и поведението на махалото на Фуко, което се явява едно от доказателствата за въртенето на Земята. Ако такава сила не съществуваше, то равнината на трептене на махалото нямаше да се променя. Действието на кориолисовата сила довежда до завъртане на равнината на трептене около вертикална ос.

Още веднъж ще обърнем внимание, че инерчните сили се предизвикват не от взаимодействието между телата, а от ускорително движещата се отправна система. (Понякога ги наричат „фиктивни” сили.) Поради това те не се подчиняват на третия закон на механиката. За произволно тяло в система от тела, намиращи се в неинерциална отправна система, инерчната сила е външна и следователно затворени системи не съществуват. Това означава, че в неинерциални отправни системи не са изпълнени законите за запазване на импулса, енергията и момента на импулса.

Инерчните сили са пропорционални на масите на телата и при еднакви условия предизвикват еднакво ускорение за всички тела. Затова в „полето на инерчните сили” телата се движат съвършено еднакво при еднакви начални условия. Същото свойство притежават и телата, движещи се в полето на гравитационната сила.

При някои условия е невъзможно да се отличи действието на инерчната сила и силата на тежестта. Например движението на телата в ускорително движещ се асансьор протича по същия начин, както и в неподвижен асансьор, намиращ се в еднородното поле на силата на тежестта. Никакъв експеримент, изпълнен вътре в асансьора, еднородното поле на силата на тежестта от еднородното поле на инерчната сила. Аналогията между силата на тежестта и инерчните сили лежи в основата на принципа на еквивалентност на Айнщайн. Той се явява основа на общата теория на относителността.