

Упражнение 3

Скалярно произведение. Евклидово векторно пространство

Задача 1. Нека $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$. Пресметнете: $\vec{a}\vec{b}$, \vec{a}^2 , \vec{b}^2 , $(\vec{a} + \vec{b})^2$, $(3\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$.

Задача 2. Ако $|\vec{a}| = \frac{3}{2}$, $|\vec{b}| = 1$ и $\angle(\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$, намерете $\angle(\vec{a}, \vec{b})$.

Задача 3. Относно ортонормирана координатна система $Oxyz$ върховете на $\triangle ABC$ са $A(1, -1, 2)$, $B(0, 1, -1)$ и $C(2, 0, 1)$. Намерете $\cos \angle BCA$. Ако H е ортогоналната проекция на C върху AB , изразете \vec{CH} като линейна комбинация на \vec{CA} и \vec{CB} .

Задача 4. Ортогонализирайте системата от вектори $a_1(1, 0, 1)$, $a_2(0, -1, 2)$, $a_3(1, 1, 0)$.