

Упражнение 14

Собствени стойности и собствени вектори на линейно преобразуване. Диагонализиране на матрица и линейно преобразуване

Задача 1. Нека f е линейно преобразуване на векторно пространство V , определено от

$$f(e_1) = 5e_1 + 8e_2, \quad f(e_2) = 2e_1 - e_2,$$

където $\{e_1, e_2\}$ е база на V . Намерете собствените стойности на f и съответните им собствени подпространства. Посочете по една база на всяко собствено подпространство.

Задача 2. Диагонализирайте матрицата $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ и пресметнете A^n , $n \in \mathbb{N}$.

Задача 3. Диагонализирайте симетричното линейно преобразуване f чрез ортогонално линейно преобразуване, ако:

а) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, определено от $f : (x, y) \rightarrow (3x + 2y, 2x + 6y)$;

б) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, определено от $f : (x, y, z) \rightarrow (-x + y + z, x - y + z, x + y - z)$.