

Упражнение 13

Уравнение на права и равнина в тримерното пространство

Задача 1. Дадена е точка $A(1, 2, 3)$. Да се намерят уравненията на:

- равнините през т. A , успоредни съответно на координатните равнини Oxy , Oxz и Oyz ;
- равнините през т. A , минаващи съответно през координатните оси Ox , Oy и Oz ;
- правите през т. A , успоредни съответно на Ox , Oy и Oz ;
- правите през т. A , перпендикулярни съответно на Oxy , Oxz и Oyz ;
- правата през т. A и координатното начало.

Задача 2. Дадени са точките $A(3, 2, -1)$, $B(-1, 0, 2)$ и $C(0, 0, 5)$, правата $g : \frac{x-5}{5} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{1}$ и равнината $\alpha : 2x - 3y + z + 7 = 0$. Намерете уравнението на:

- права b през т. B и успоредна на g ;
- права a през т. A и перпендикулярна на α ;
- равнина β през т. A , B и C ;
- равнина γ през т. A и B , която е успоредна на g ;
- равнина δ през т. A и правата g ;
- равнина ε през т. A и B , която е перпендикулярна на α ;
- равнина θ през т. A и успоредна на α .

Задача 3. Намерете уравнението на равнина α , успоредна на равнина $\beta : x + 2y + 4z - 1 = 0$ и на разстояние $\sqrt{21}$ от точката $A(-1, 2, 1)$.

Задача 4. Дадени са точката $A(1, 3, 4)$, правата $g : \frac{x-1}{0} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-1}$ и равнината $\alpha : x - y + 3z + 1 = 0$. Намерете:

- точка A' – ортогонално симетрична на A относно α и $d(A, \alpha)$;
- точка A'' – ортогонално симетрична на A относно g и разстоянието от A до g .

Задача 5. Докажете, че правите

$$p : \begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ x + y + z + 3 = 0 \end{cases}, \quad q : \begin{cases} x = 4 + 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases}$$

се пресичат и намерете уравнението на равнината, която ги съдържа.