Курсова работа по ЛААГ

специалност ***"Софтуерно инженерство"***
Iви курс, редовно обучение
2016/2017 уч. г.

Задача 1. Пресметнете детерминантите:

$$\text{а)}\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \text{б)}\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \qquad \text{в)}\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Дадени са матриците $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Намерете:

а) $\det A$; б) матрицата A^{-1}; в) матричните произведения $A^{-1}B$ и BA^{-1}; г) матрицата X, за която $AX = B$.

Задача 3. Докажете, че векторите $e_1 = (1, 2, -1)$, $e_2 = (3, 2, -1)$ и $e_3 = (1, -1, 1)$ образуват база на векторното пространство $\mathbb{R}^3$ и намерете координатите на вектора $b = (2, 1, -3)$ относно тази база.

Задача 4. Намерете ранга на матрицата:

$$\text{а)}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \text{б)}\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \text{в)}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 2 & 9 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решете системите линейни уравнения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 \quad - x_4 \quad = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \; = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \quad = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 9 \\ 6x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

Задача 6. В равнината относно ортонормирана координатна система е даден $\triangle ABC$ с върхове $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$ и $C(5, 3)$. Намерете: а) уравнението на страната AB; б) уравнението на медианата m през върха C; в) уравнението на височината h през върха A; г) координатите на пресечната точка на правите m и h; д) лицето на триъгълника.

Задача 7. В пространството относно ортонормирана координатна система са дадени точките $A(2, 0, 2)$, $B(0, 2, -2)$, $C(2, 2, 0)$, $D(2, 2, -2)$. Намерете:
а) дължините на страните и големините на вътрешните ъгли на $\triangle ABC$;
б) уравнението на правата p, минаваща през A и B;
в) уравнението на равнината α, съдържаща точките A, B и C;
г) обема на тетраедъра $ABCD$.

Задача 8. В пространството относно ортонормирана координатна система са дадени: точката $M(1, 1, -1)$, правата $g : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ и равнината $\alpha : x - 2y - 2z + 6 = 0$. Намерете:
а) уравнението на правата l, минаваща през M и перпендикулярна на α;
б) уравнението на равнината β, съдържаща M и успоредна на α;
в) уравнението на равнината γ, минаваща през M и перпендикулярна на g;
г) уравнението на равнината δ, съдържаща точка M и правата g.