Курсова работа по ЛААГ – Част 1

Бизнес информационни технологии,
Софтуерно инженерство
I-ви курс, редовно обучение,
2024/2025 уч. г.

Разпишете подробно на решенията на задачите по-долу.

Задача 1. Дадени са матриците

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Намерете:
а) $\det A$;
б) матрицата A^{-1};
в) матричните произведения $A^{-1}B$ и BA^{-1}.

Задача 2. Пресметнете детерминантите:

$$\text{а)} \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \text{б)} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \qquad \text{в)} \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 3. Намерете ранга на матриците:

$$\text{а)}\ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{б)}\ B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{в)}\ C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 2 & 9 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Решете системите линейни уравнения:

$$\left| \begin{aligned} & x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ & x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ & 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \end{aligned} \right. \qquad \left| \begin{aligned} & x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -3 \\ & 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ & 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \end{aligned} \right. \qquad \left| \begin{aligned} & x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ & 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ & x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{aligned} \right.$$

Задача 5. Докажете, че векторите

$$v_1 = (1, 0, 1, -1), \quad v_2 = (2, 1, -1, 0), \quad v_3 = (2, -1, 1, -1), \quad v_4 = (1, 1, 1, -1)$$

образуват база на векторното пространство $\mathbb{R}^4$ и намерете координатите на вектора $u = (1, 2, -3, 0)$ относно тази база.

Задача 6. Нека $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ е база на векторното пространство V. Дадени са векторите

$$\begin{aligned} e_1' &= e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_2' &= e_1 + e_2 + e_3, \\ e_3' &= 3e_1 + 2e_2 + e_3. \end{aligned}$$

а) Намерете матрицата T на прехода от e към e' и докажете, че системата от вектори $e' = \{e_1', e_2', e_3'\}$ също е база на V;
б) Ако векторът v има координати $v(1, -2, 3)$ в базата e, то намерете координатите му относно базата e'.