

КУРСОВА РАБОТА ПО ЛААГ

Бизнес информационни технологии,

Софтуерно инженерство

I-ви курс, редовно обучение,

2020/2021 уч. г.

Разпишете подробно на решенията на задачите по-долу.

Задача 1. Дадени са матриците

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Намерете:

а) $\det A$;

б) матрицата A^{-1} ;

в) матричните произведения $A^{-1}B$ и BA^{-1} .

Задача 2. Пресметнете детерминантите:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 3. Намерете ранга на матриците:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{в) } C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 2 & 9 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Решете системите линейни уравнения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача 5. Докажете, че векторите

$$v_1 = (1, 0, 1, -1), \quad v_2 = (2, 1, -1, 0), \quad v_3 = (2, -1, 1, -1), \quad v_4 = (1, 1, 1, -1)$$

образуват база на векторното пространство \mathbb{R}^4 и намерете координатите на вектора $u = (1, 2, -3, 0)$ относно тази база.

Задача 6. Нека $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ е база на векторното пространство V . Дадени са векторите

$$e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3,$$

$$e'_2 = e_1 + e_2 + e_3,$$

$$e'_3 = 3e_1 + 2e_2 + e_3.$$

- Намерете матрицата T на прехода от e към e' и докажете, че системата от вектори $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ също е база на V ;
- Ако векторът v има координати $v(1, -2, 3)$ в базата e , то намерете координатите му относно базата e' .

Задача 7. В равнината е даден ΔABC с върхове $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$ и $C(5, 3)$. Намерете:

- уравненията на медианата m през върха C ;
- уравнението на височината h през върха A ;
- координатите на пресечната точка на правите m и h ;
- лицето на ΔABC .

Задача 8. В пространството относно ортонормирана координатна система са дадени точките $A(2, 0, 2)$, $B(0, 2, -2)$, $C(2, 2, 0)$, $D(2, 2, -2)$. Намерете:

- дължините на страните и големините на вътрешните ъгли на ΔABC ;
- уравнението на правата p , минаваща през A и B ;
- уравнението на равнината α , съдържаща точките A , B и C ;
- разстоянието от точка D до равнината α ;
- обема на тетраедъра $ABCD$.

Задача 9. В пространството относно ортонормирана координатна система са дадени: точката $M(1, 1, -1)$, правата $g : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ и равнината $\alpha : x - 2y - 2z + 6 = 0$. Намерете:

- уравнението на правата l , минаваща през M и перпендикулярна на α ;
- уравнението на равнината β , съдържаща M и успоредна на α ;
- уравнението на равнината γ , минаваща през M и перпендикулярна на g ;
- уравнението на равнината δ , съдържаща точка M и правата g .