

$$\text{л) } \frac{x^2 - 6x + 5 + (x-5)\sqrt{x^2-1}}{x^2 - 4x - 5 + (x-5)\sqrt{x^2-1}} \text{ при } x > 5;$$

$$\text{м) } \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4};$$

$$\text{н) } \left[(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + 5\sqrt{b}) - (\sqrt{a} + 2\sqrt{b})(\sqrt{a} - 2\sqrt{b}) \right] : (2a + 3\sqrt{ab}) \text{ и пресметнете стойността му при } a=54 \text{ и } b=6.$$

39. Вярно ли е равенството:

$$\text{а) } \sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5};$$

$$\text{б) } \frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{4}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}};$$

$$\text{в) } \frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{10} + \sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}?$$

40. Установете, че разликата е цяло число:

$$\text{а) } \sqrt{40\sqrt{2} - 57} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57}; \quad \text{б) } \sqrt{12\sqrt{5} - 29} - \sqrt{12\sqrt{5} + 29};$$

$$\text{в) } \sqrt{20\sqrt{7} - 53} - \sqrt{20\sqrt{7} + 53}; \quad \text{г) } \sqrt{24\sqrt{3} - 43} - \sqrt{24\sqrt{3} + 43}.$$

3. РЕШАВАНЕ НА КВАДРАТНИ УРАВНЕНИЯ. РАЗЛАГАНЕ НА КВАДРАТЕН ТРИЧЛЕН НА МНОЖИТЕЛИ

Уравнение от вида $ax^2 + bx + c = 0$, където x е неизвестно число, a , b и c са дадени реални числа, като $a \neq 0$, се нарича **квадратно уравнение**.

Квадратно уравнение, в което поне един от коефициентите b и c е равен на нула, се нарича **непълно квадратно уравнение**.

Решаване на непълни квадратни уравнения.

$$1. \text{ Ако } b \neq 0, c = 0, \text{ уравнението приема вида } ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Rightarrow$$

$$x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}.$$

$$2. \text{ Ако } b = 0, c \neq 0, \text{ уравнението приема вида } ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{при } \\ \text{при } \end{cases}$$

3. Ако $b=0, c=0$,
Общия случай квад

а) два различни р

б) двоен корен x_1

в) няма реални ко
квадратното урав

Пример 1. Решете урав

Решение: $2x^2 + 7x = 0 \Leftrightarrow$

Пример 2. Решете урав

Решение: а) $x^2 - 49 = 0$

$$x^2 = 49 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \pm 7$$

Пример 3. Да се реши

Решение: $17x^2 = 0 \Leftrightarrow x$

Пример 4. Да се реши

$$\text{а) } x^2 - 5x + 6 = 0;$$

Решение:

$$\text{а) } D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 3, x_2 = 2;$$

$$x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow \begin{cases} \text{при } -\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \\ \text{при } -\frac{c}{a} < 0 \text{ уравнението няма реални корени.} \end{cases}$$

3. Ако $b=0, c=0$, уравнението приема вида $ax^2=0 \Leftrightarrow x^2=0 \Rightarrow x_1=x_2=0$.

В общия случай квадратното уравнение $ax^2+bx+c=0$ има:

а) два различни реални корена $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ при $D > 0$;

б) двоен корен $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$ при $D = 0$;

в) няма реални корени при $D < 0$, където $D = b^2 - 4ac$ е дискриминантата на квадратното уравнение.

Пример 1. Решете уравнението $2x^2 + 7x = 0$.

Решение: $2x^2 + 7x = 0 \Leftrightarrow x(2x + 7) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $2x + 7 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3\frac{1}{2}$.

Пример 2. Решете уравнението: а) $x^2 - 49 = 0$; б) $3x^2 - 20 = 0$; в) $2x^2 + 11 = 0$.

Решение: а) $x^2 - 49 = 0 \Rightarrow$ б) $3x^2 - 20 = 0 \Rightarrow$ в) $2x^2 + 11 = 0 \Rightarrow$

$$x^2 = 49 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \pm 7$$

$$x^2 = \frac{20}{3} \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \pm 2\sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$x^2 = -\frac{11}{2}$$

уравнението
няма реални
корени.

Пример 3. Да се реши уравнението $17x^2 = 0$.

Решение: $17x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 0$.

Пример 4. Да се реши уравнението:

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $x^2 - \sqrt{2}x - 4 = 0$; в) $5x^2 - 2x + 3 = 0$.

Решение:

а) $D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 3, x_2 = 2;$$

б) $D = 2 + 16 = 18$

$$x_{1,2} = \frac{\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$$

в) $D = 4 - 60 = -56 < 0$

уравнението няма
реални корени.

Разлагане на квадратния тричлен ax^2+bx+c на множители:

- при $D>0 \Rightarrow ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, където x_1 и x_2 са корени на уравнението $ax^2+bx+c=0$;

- при $D=0 \Rightarrow ax^2+bx+c = a(x-x_1)^2$, където x_1 е коренът на уравнението $ax^2+bx+c=0$.

- при $D<0 \Rightarrow ax^2+bx+c$ е неразложим.

Пример 5. Да се разложи на множители квадратният тричлен:

а) $2x^2-5x+2$;

б) $x^2-8x+16$;

в) x^2+2x+3 .

Решение:

а) $2x^2-5x+2=0$

$$x_1=2, x_2=\frac{1}{2}$$

$$2x^2-5x+2=$$

$$=2(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)=$$

$$=(x-2)(2x-1);$$

б) $x^2-8x+16=0$

$$(x-4)^2=0$$

$$x_1=x_2=4$$

$$x^2-8x+16=$$

$$=(x-4)^2;$$

в) $x^2+2x+3=0$

$$D=4-12=-8<0$$

квадратният тричлен е неразложим.

Група А

41. Решете уравнението:

а) $5x^2-13x=0$;

б) $11x=33x^2$;

в) $y^2=8y$;

г) $\sqrt{5}x^2-10x=0$;

д) $(x+1)x=3x$;

е) $(x-3)^2+7\left(x-\frac{9}{7}\right)=0$;

ж) $2x^2-18x=0$;

з) $x^2-5=0$;

и) $3x^2-12=0$;

к) $10x^2=16$;

л) $\frac{x^2}{3}=\frac{4}{27}$;

м) $(x-2)^2=0$;

н) $\frac{3}{5}\left(\frac{7}{3}x-14\right)^2=0$;

о) $(x-3)(x+4)=-12$;

п) $9x^2-(3x-1)(3x-2)=0$.

42. Решете уравнението:

а) $x^2-3x-10=0$;

б) $4x^2-8x+5=0$;

в) $15x^2+11x+2=0$;

г) $5(7x^2+5x-12)-17x=0$;

д) $x^2-2x-4=0$;

е) $9x^2+6x+1=0$;

ж) $7x^2+x+5=0$;

з) $5x-2-3x^2=0$;

и) $x^2+5x+7=0$.

43. Без да решавате уравнението, определете броя на корените му:

а) $x^2-6x+9=0$;

б) $2x^2-3x-8=0$;

в) $16x^2+8x+1=0$;

г) $7x^2+11x+8=0$;

д) $x^2+2x-15=0$;

е) $x^2-3x+11=0$.