

УРАВНЕНИЕ НА ПРАВА В РАВНИНА

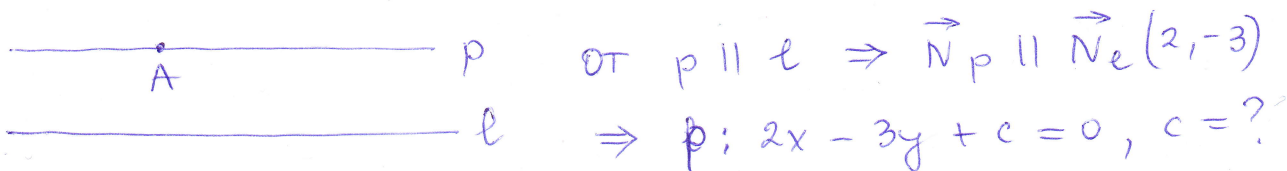
ПРИМЕР. - ОСНОВНИ ЗАДАЧИ

① ПРАВА ПРЕЗ ДВЕ ТОЧКИ

$$A(1,2), B(3,4) \Rightarrow p \begin{cases} \perp \vec{AB} \\ \perp \vec{AB} \end{cases} \Rightarrow \vec{AB}(2,2) \parallel (1,1) \Rightarrow$$
$$\vec{AB} \parallel p \Rightarrow p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} \Leftrightarrow \boxed{p: x - y + 1 = 0}$$

② ПРАВА ПРЕЗ ТОЧКА, УСПОРЕДНА НА ДАДЕНА ПРАВА

$$A(1,2), \ell: 2x - 3y + 5 = 0, ? p \begin{cases} \perp A \\ \parallel \ell \end{cases}$$



от $p \parallel \ell \Rightarrow \vec{N}_p \parallel \vec{N}_\ell(2, -3)$

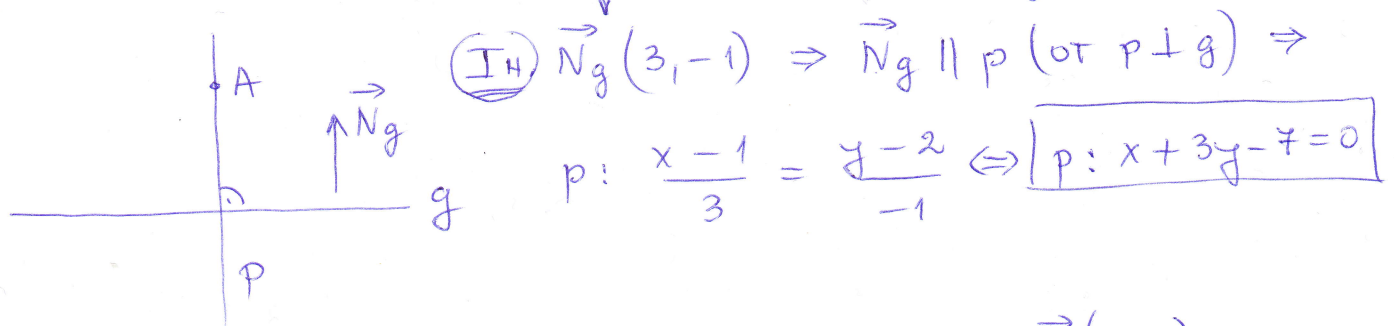
$$\Rightarrow p: 2x - 3y + c = 0, c = ?$$

$$\text{от } A \in p \Rightarrow 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow$$

$$\boxed{p: 2x - 3y + 4 = 0}$$

③ ПРАВА ПРЕЗ ТОЧКА, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА НА ДАДЕНА ПРАВА

$$A(1,2), g: 3x - y + 9 = 0, ? p \begin{cases} \perp A \\ \perp g \end{cases}$$



① $\vec{N}_g(3, -1) \Rightarrow \vec{N}_g \parallel p$ (от $p \perp g$) \Rightarrow

$$p: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} \Leftrightarrow \boxed{p: x + 3y - 7 = 0}$$

② от $\vec{N}_g(3, -1) \Rightarrow \vec{g} \parallel g$ има координати $\vec{g}(1, 3)$

и $\vec{g} = \vec{N}_p \Rightarrow p: x + 3y + c = 0$

$$\text{от т. } A \in p \Rightarrow 1 + 3 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = -7 \Rightarrow$$

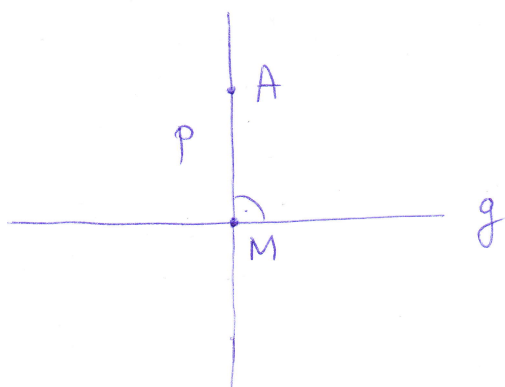
$$\boxed{p: x + 3y - 7 = 0}$$

4. РАЗСТОЯНИЕ ОТ ТОЧКА ДО ПРАВА

$A(1, 2)$, $g: 3x - y + 9 = 0$, ? $d(A, g)$

$d(A, g) = \text{distance}(A, g)$ - разстоянието от A до g .

Вече построихме права $p \begin{cases} \perp A \\ \perp g \end{cases}$, $p: x + 3y - 7 = 0$.



Търсим т. $M = p \cap g$
 M - ортогоналната проекция на A върху правата g .

$$M: \begin{cases} 3x - y + 9 = 0 \\ x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = -9 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

По метода на Крамер имаме:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 10, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -9 & -1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = -20,$$

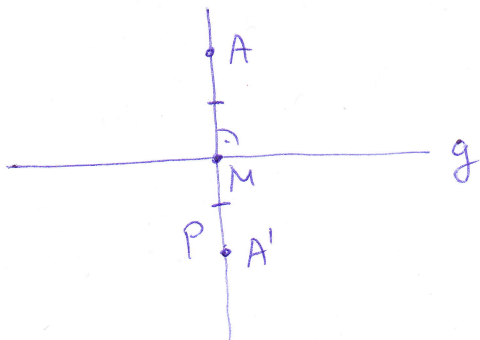
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & -9 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} = 30 \Rightarrow$$

$$т. M: x = -\frac{20}{10} = -2, \quad y = \frac{30}{10} = 3 \Rightarrow \boxed{M(-2, 3)}$$

Тогава $d(A, g) = \|\vec{AM}\| = \sqrt{10}$.

5. ОРТОГОНАЛНО-СИМЕТРИЧНА ТОЧКА НА ДАДЕНА ТОЧКА ОТНОСНО ПРАВА

$A(1, 2)$, $g: 3x - y + 9 = 0$, ? A' - ортогонално-симетрична на A относително g .



$$A' \begin{cases} A' \perp p \\ AM = MA' \end{cases}$$

A' - образът на A при осева симетрия с ос правата g .

$$\Rightarrow т. M = p \cap g \text{ е средата на } AA' \Rightarrow M = \frac{1}{2}(A + A') \Rightarrow A' = 2M - A \Rightarrow$$

$$\boxed{A'(-5, 4)}$$