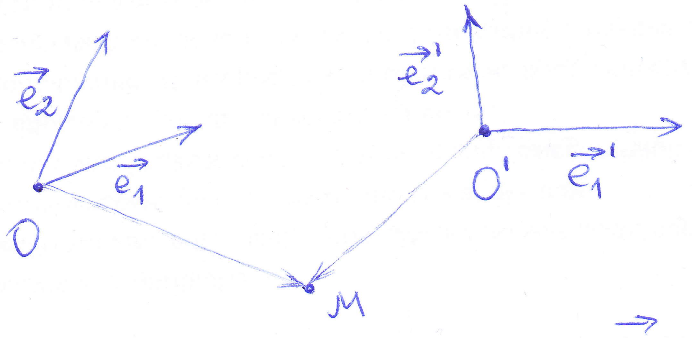
ОБЩА СМЯНА НА КООРДИНАТНА СИСТЕМА В РАВНИНАТА

Нека $K = O\vec{e_1}\vec{e_2} \longrightarrow K' = O'\vec{e_1}'\vec{e_2}'$



Нека т. $M(x,y)$ относно $K \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{e_1} + y\vec{e_2}$ и

т. $M(x',y')$ относно $K' \Leftrightarrow \vec{O'M} = x'\vec{e_1}' + y'\vec{e_2}'$

В матричен запис – нека

$e = (\vec{e_1}\ \ \vec{e_2})$, $e' = (\vec{e_1}'\ \ \vec{e_2}')$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $X' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$,

то $\vec{OM} = x\vec{e_1} + y\vec{e_2} = (\vec{e_1}\ \ \vec{e_2})\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underline{eX}$ и аналогично

$\vec{O'M} = (\vec{e_1}'\ \ \vec{e_2}')\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \underline{e'X'}$.

Нека т. $O'(a,b)$ относно K, т.е. $\vec{OO'} = a\vec{e_1} + b\vec{e_2}$.

В матричен запис, ако $A = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, то $\underline{\vec{OO'} = eA}$.

Нека T е матрицата на прехода от базата e към базата e', т.е. $e \xrightarrow{T} e' \Leftrightarrow \underline{e' = eT}$.

Знаем, че $\det(T) \neq 0$. В сила е:

- $\det(T) > 0 \Leftrightarrow e$ и e' са еднакво ориентирани;
- $\det(T) < 0 \Leftrightarrow e$ и e' са противоположно ориентирани.

Нека $T = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$. Тогава $\left| \begin{array}{l} \vec{e_1}' = \alpha_{11}\vec{e_1} + \alpha_{21}\vec{e_2} \\ \vec{e_2}' = \alpha_{12}e_1 + \alpha_{22}\vec{e_2} \end{array} \right.$

От тъждеството на Шал имаме:

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} \iff$$

$$eX = eA + e'X' \iff$$

$$eX = eA + eTX' \iff$$

$$X = A + TX' \iff$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \iff$$

$$\left| \begin{array}{l} x = \alpha_{11} x' + \alpha_{12} y' + a \\ y = \alpha_{21} x' + \alpha_{22} y' + b \end{array} \right.$$ формули за обща смяна на координатна система в равнина

1) Транслация: $K = O\vec{e}_1\vec{e}_2 \rightarrow K' = O'\vec{e}_1{}'\vec{e}_2{}'$, като $\vec{e}_1{}' = \vec{e}_1$ и $\vec{e}_2{}' = \vec{e}_2$. $\Rightarrow T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$.

Векторът $\overrightarrow{OO'}(a, b)$ определя новото положение на координатното начало O' и се нарича вектор на транслацията. Формули за транслация в равнината

$$\left| \begin{array}{l} x = x' + a \\ y = y' + b \end{array} \right.$$ (транслация в декартови координати не е линейно преобразувание)

2) Ротация на ортонормирана КС
(на отделен файл)