

КУРСОВА ЗАДАЧА ПО

МАТЕМАТИКА II

I. Пресметнете интегралите

1. $\int \cos(ax+2)dx$, 2. $\int \frac{dx}{\sin^2(3x-a)}$, 3. $\int (ax+8)^6 dx$, 4. $\int \frac{dx}{ax+8}$, 5. $\int \operatorname{arctg}(ax)dx$
6. $\int \left(ax^4 - \frac{1}{x} + \sqrt{x}\right) dx$, 7. $\int x \cos ax dx$, 8. $\int x^2 e^{ax} dx$, 9. $\int \ln(ax+2)dx$, 10. $\int x^3 \ln(ax)dx$
11. $\int_1^e \frac{\ln x + a}{x} dx$, 12. $\int \frac{2ax-1}{ax^2-x+1} dx$, 13. $\int_0^{\pi/2} \frac{a \cos x}{1+\sin^2 x} dx$, 14. $\int_{-a}^a (2x-1)^4 dx$, 15. $\int_1^e ax \ln x dx$
16. $\int_{-1}^0 \frac{x+a}{x^2+2x-3} dx$, 17. $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos(ax) dx$, 18. $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$, 19. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 2a}$.

II. Да се намери лицето на фигурата:

- Ограничена от параболата $y = x^2 - a$ и правите $x = 0$, $x = 1$ и $y = x$.
- Ограничена от параболата $y = x^2$ и правата $x = y$, т.е. фигурата $D: \begin{cases} y = x^2 \\ y = x \end{cases}$
- $D: \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 0, x \geq 0 \end{cases}$

III. Пресметнете интегралите:

- $\iint_D xy^2 dx dy$, $D: \begin{cases} y \leq x \\ x \leq a \\ y \geq 0 \end{cases}$, 2. $\iint_D ye^x dx dy$, $D: \begin{cases} 0 \leq x \leq a \\ 1 \leq y \leq 2 \end{cases}$, 3. $\iint_D xy dx dy$, $D: \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 \leq y \leq a \end{cases}$,
- $\iint_D (x+y) dx dy$, $D: \begin{cases} y \leq x \leq 2-y \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$, 5. $\iint_D \sqrt{x^2+y^2} dx dy$, $D: x^2+y^2 \leq a^2$,
- $\iint_D x^2+y^2 dx dy$, $D: x^2+y^2 \leq a^2$, 7. $\iiint_G xy dx dy dz$, $G: \begin{cases} 0 \leq x \leq a \\ 0 \leq y \leq 1-x \\ 0 \leq z \leq xy \end{cases}$

$$8. \iiint_G (x+y+z) dx dy dz, \quad G: \begin{cases} 0 \leq x \leq a \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases}, \quad 9. \iiint_G x^2 + y^2 dx dy dz, \quad G: \begin{cases} z^2 = x^2 + y^2 \\ z = a \end{cases}$$

$$10. \iiint_G \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, \quad G: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x = y = z = 0 \end{cases}$$

IV. Да се намерят лицата на фигурите D от примери 1-6 на задача III.

V. Да се намерят обемите на телата G от примери 7-10 на задача III.

$$VI. \text{ Дадени са линиите } L_1: \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \\ 0 \leq t \leq \pi/2 \end{cases} \text{ и } L_2: \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \\ 0 \leq t \leq \pi \end{cases}.$$

1. Да се пресметнат линейните интеграли от I-ви род:

$$1.1. \int_{L_1} xy dl, \quad 1.2. \int_{L_1} \frac{x^2}{x^2 + y^2} dl \quad \text{и} \quad 1.3. \int_{L_2} y dl.$$

2. Да се намерят дължините на L_1 и L_2

VII. Пресметнете линейните интеграли от II-ри род

$$1. \int_L (x^2 - y) dx + x dy, \text{ където } L: y = x^2, 0 \leq x \leq a,$$

$$2. \int_L (ax - y) dx + (y^2 - x) dy, \text{ където } L: y = x^5, 0 \leq x \leq 1,$$

$$3. \int_L (x + y) dx + (x - ay) dy, \text{ където } L: y = x, 0 \leq x \leq 1,$$

$$4. \int_L (x + y) dx + (x - ay) dy, \text{ където } L: y = x^3, 0 \leq x \leq 1,$$

$$5. \int_L (x + y) dx + (x - ay) dy, \text{ където } L: y = \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1,$$

VIII. Да се изследват за сходимост интегралите:

$$1. \int_a^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx, \quad 2. \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}, \quad 3. \int_{-\infty}^0 \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}, \quad 4. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2},$$

$$5. \int_0^a \frac{dx}{x-1}, \quad 6. \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a-x}}, \quad 7. \int_0^9 \frac{dx}{\sqrt{x-a}}, \quad 8. \int_0^9 \frac{x dx}{x^2 - a^2}.$$

IX. Да се решат уравненията относно $x(t)$

1. **a)** $tx' = x \ln x$, **b)** $t^2(x-1)x' + (t-1)x = 0$, **c)** $\cos t dx + x(1+x)dt = 0$;

2. **a)** $tx' = x + x(\ln x - \ln t)$, **b)** $tx' = t + te^{-x/t} + x$, **c)** $tx' = \frac{t^2 + x^2}{t+x}$.

X. Да се решат уравненията относно $x(t)$

1. $x' + 2tx = te^{-t^2}$, 2. $(t^2 + 1)x' + tx = t^3(t^2 + 1)^2$, 3. $t dx = (x + at^2) dt$,

4. $(ae^t - x) dt = dx$, 5. $(1 - 2tx)x' = x(x - 1)$.

XI. Да се решат уравненията относно $x(t)$

1. **a)** $x'' + 5x' + 4x = 0$, **b)** $x''' - 3x'' + 2x' = 0$, **c)** $x^{(4)} - 5x'' + 4x = 0$;

2. **a)** $2x'' - 3x' + x = 2t^2 - 1$, **b)** $x'' - 2x' + 3x = te^{2t}$.

Забележка: "a" е последната цифра от факултетния ви номер, различна от 0.

Стоил Иванов / кат. Образователни технологии