КУРСОВА ЗАДАЧА ПО

МАТЕМАТИКА I

I. Пресметнете:

$$\frac{a+i}{1-2i},\ \frac{a-i}{3+2i},\ \frac{(a+i)^5}{(1-i)^3},\ \sqrt{a+24i}\,.$$

II. Намерете частното и остатъка от делението на полиномите

1) $P(x)=6x^5-x^4+10x^3+5x^2-ax,\quad Q(x)=3x^3+x^2-2x-1$.

2) $P(x)=x^6+x^5-x^2-3x,\quad Q(x)=x^2+a.$

III. Да се пресметне детерминантата

1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ a & 1 & -2 \\ 4 & 6 & -2 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -a \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$; 3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & a & 2 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$;

4) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & a & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

IV. Да се пресметне изразът $3AB+A^{-1}-E$, където $A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

V. Да се намери неизвестната матрица X от уравнението:

1) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix}$;

2) $X\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -a \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 \\ a \\ 11 \end{pmatrix}$;

4) $X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ a & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ a & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

VI. Да се реши системата (по метода на Крамер)

1) $\left| \begin{array}{l} x+y+2z=1 \\ x-y+2z=a \\ x+2y-z=-5 \end{array} \right.$;   2) $\left| \begin{array}{l} 2x+y+z=1 \\ 2x-y+z=a \\ -x+2y+z=-5 \end{array} \right.$.

VII. Да се решат системите (по метода на Гаус-Жордан)

1) $\left| \begin{array}{l} x-y-z=a \\ x-2y+z=3 \\ 3x+y-z=1 \end{array} \right.$ и 2) $\left| \begin{array}{l} 3x-3y-z-4t=26 \\ 2x+7y+6z+15t=-5 \\ 3x-y+2z+6t=18 \\ x+2y+z+t=3 \end{array} \right.$.

VIII. Дадени са векторите $\vec{b}=(a,1,-2), \vec{c}=(3,0,-1)$ и $\vec{d}=(1,-3,1)$. Да се намерят:

1) $\sphericalangle(\vec{b},\vec{c}), \sphericalangle(\vec{c},\vec{d})$ и $\sphericalangle(\vec{b},\vec{d})$;

2) Координатите на вектора $\vec{u}=\vec{b}+\vec{c}-3\vec{d}$;

3) Скаларното произведение $\vec{u}.\vec{b}$ и векторното произведение $\vec{u}\times\vec{c}$;

4) Смесеното произведение $\vec{b}.\vec{c}.\vec{d}$.

IX. Дадени са точките $A\,(2,-1,0)$, $B\,(a,1,3)$ и $C\,(-1,-4,1)$. Да се намерят:

1) Големините на страните на $\triangle ABC$;

2) Ъглите на $\triangle ABC$;

3) Медианите m_{AB}, m_{AC} и m_{BC} към трите страни;

4) Височините h_{AB}, h_{AC} и h_{BC} към трите страни;

5) Лицето на $\triangle ABC$.

X. Да се намерят границите

1. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{x+3}$, **2.** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1-2x^3}{x^2+a}$ и **3.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin ax}{x}$.

XI. Да се намерят производните на функциите

1. $f(x)=\cos^2 x.\cos ax$, **2.** $f(x)=(ax)^2\arcsin 3x$, **3.** $f(x)=\dfrac{a-x^2}{\arccos 3x}$.

XII. Да се намерят локалните екстремуми на функциите

1. $f(x)=x^3-3x+a$, **2.** $f(x)=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2-a$.

XIII. Да се намерят вторите частни производни на функциите

1. $f(x,y)=ax^5y^2-3ye^x+\dfrac{x}{2}\sin y$, **2.** $f(x,y)=x\,tg(x^2-ay)$.

XIV. Да се намерят локалните екстремуми на функциите

1. $f(x,y)=ay^3-x^2+6xy+6x-6y$, **2.** $z=4x^2+6xy-y^3+a$.

XV. Да се изследват за сходимост редовете. По кой признак е установена сходимостта или разходимостта?

1. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2^n+3^n}{a^n}$, 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{3+a\,n}{9n+1}\right)^n$, 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a^n}{n!}$, 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^3+2n^2-1}{an^5-n+3}$.

XVI. Да се намерят радиуса и интервала на сходимост на степенните редове

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a^n}{n!}x^n$, 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{x^n}$, 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n^2}$.

XVII. Дадено е скаларното поле $U(x,y)=x^3-2x^2y+xy^2-a$. Да се намерят ∇U , производната на U по посоката на вектора $\vec{b}=(3,4)$ и $div(\nabla U)$.

Забележка: "a" е последната цифра от факултетния ви номер, различна от 0.

Стоил Иванов / кат. ОТ