АНАЛИЗ I ЧАСТ (изпит)

I. Да се намерят границите:

1. $$\lim_{x\to\infty}\frac{ax+\sin(x)}{x}$$ 3т.

2. $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(ax)}{\operatorname{ct}g(ax)}$$ 3т.

3. $$\lim_{x\to\infty}\frac{1+2x^2}{x^2+a}$$ 2т.

4. $$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^3+1}{5x^3+x-1}$$ 2т.

II. Да се намери производната на функцията:

$$f(x)=ax^a-a^x$$ 4т

$$f(x)=\ln(\sin(ax+3))$$ 7т

$$f(x)=ax^{\frac{1}{a}x}$$ 7т

$$f(x)=\frac{1}{a}x^4+2ax^2-a$$ 4т

III. Да се намерят локалните екстремуми на функцията:

$$f(x)=2x^3-6ax^2+6$$ 14т

IV. Да се намерят първите частни производни на функцията:

$$f(x,y)=\frac{x^{2a}-y^2}{x^2-y^{2a}}$$ 14т

Общо 60 т

Забележка: Числото **<u>а е цяло положително число</u>** и се посочва от преподавателя за всеки един студент индивидуално при получаване на теста. **<u>Студентът е длъжен да го отбележи</u>** след името и факултетния си номер на листа с решените задачи.

РЕШЕНИЯ

I. Да се намерят границите:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax+\sin(x)}{x}=a$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(ax)}{\mathrm{ct}\,g(ax)}=0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1+2x^2}{x^2+a}=2$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^3+1}{5x^3+x-1}=\frac{a}{5}$$

II. Да се намери производната:

$f(x)=ax^a-a^x$ -> $f'(x)=a^2x^{a-1}-a^x\ln(a)$

$f(x)=\ln(\sin(ax+3))$ -> $f'(x)=a\cdot ctg(ax+3)$

$f(x)=ax^{\frac{1}{a}x}$ -> $f'(x)=x^{x/a}(\ln(x)+1)$

$f(x)=\frac{1}{a}x^4+2ax^2-a$ -> $f'(x)=\frac{4}{a}x^3+4ax$

III. Да се намерят локалните екстремуми:

$$f(x)=2x^3-6ax^2+6$$
$$f'(x)=6x(x-2a),$$
$$f''(x)=12x-12a$$

В точката $x=0$ има мах, $f(0)=6$

В точката $x=2a$ има min $f(2a)=6-8a^3$

IV. Да се намерят първите частни производни

$$f(x,y)=\frac{x^{2a}-y^2}{x^2-y^{2a}}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x,y)=-\frac{2x(x^{2a}-y^2)}{(x^2-y^{2a})^2}+\frac{2ax^{2a-1}}{x^2-y^{2a}}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}f(x,y)=\frac{2ay^{2a-1}(x^{2a}-y^2)}{(x^2-y^{2a})^2}-\frac{2y}{x^2-y^{2a}}$$