

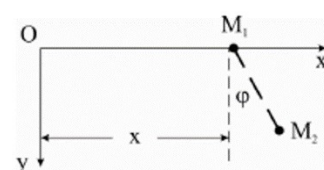
ИЗПИТ ПО ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНИКА

1 въпрос. Какво представлява интеграл на движение? Връзка между интегралите на движение и функцията на Хамилтон. Колко са интегралите на движение на система от N на брой точки, върху движението на които са наложени K на брой връзки?

2 въпрос. Нека е известна функцията на Хамилтон $H(q_i, p_i, t)$ за една механична система от N на брой точки, където обобщените координати са q_i и импулсите p_i , ($i = 1, \dots, N$). Използвайки свойствата на скобите на Пуасон и каноничните уравнения на Хамилтон, **изразете едното от уравненията** на движение, в което да присъства пълната производна по времето от функцията на Лагранж $L(q_i, \dot{q}_i, t)$. Напишете условието, ако физична величина $f(p_i, q_i)$ от описваната системата **не зависи явно от времето** да се явява **интеграл на движение**.

3 въпрос. Нека функцията на Лагранж $L(q, \dot{q})$ на една затворена система не зависи явно от времето $\left(\frac{\partial L}{\partial t} = 0\right)$. Да се получи израз за енергията на системата E и нейното изменение с времето $\frac{dE}{dt}$. Използвайки този израз да се получи връзката между функциите на Лагранж $L(q, \dot{q})$ и Хамилтон $H(q, p)$.

1 задача. Да се определи периодът на трептене на махало дадено на фигурата. Нека ъгъл $\varphi \ll 1$. Материалните точки M_1 и M_2 са съответно с маси m_1 и m_2 , като дължината $l = |M_1 M_2|$ се запазва.



$T = \frac{2\pi}{\omega}$

Упътване: Периодът $\frac{2\pi}{\omega}$, където ω е коефициентът в полученото посредством функцията на Лагранж $L(x, \varphi, t)$ от вас диференциално у-е от вида $\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$

2 задача. Да се интегрират уравненията на Лагранж, при начални условия $q(0) = 0, \dot{q}(0) = 1$ ако:

$$L(q, \dot{q}, t) = e^{\alpha t} (\dot{q}^2 - \omega^2 q^2), \text{ където } \alpha, \omega \text{ са ненулеви константи, } \alpha^2 - 4\omega^2 \geq 0.$$

3 задача. При едномерно движение на материална точка с маса 1 [kg] потенциалната енергия се описва с израза $U(x) = (x - 3)^2$. Пълната механична енергия се запазва $E = 4$ [J]. Определете съществуват ли области на финитно движение и ако „да“ определете периода на трептене.

Не пишете много текст. Въпросите съдържат няколко формули и твърдения, които се доказват лесно. Отговорите си можете да оформите писмено на листове, които после да снимате с телефона. Още по-добре би било, ако подготвите файл написан на Word, който после конвертирате в PDF.

Критерии за оценка:

2 въпроса + 1 задача (вярно решени)	Среден (3)
3 задачи (изцяло верни)	Добър (4)
3 въпроса + 1 задача както 3 задачи + 1 въпрос	Много добър (5)
3 въпроса + 3 задачи	Отличен (6)

3 въпроса (изцяло верни) без задача – оценката се уточнява след събеседване.

Уважаеми студенти,

Поради пандемията, изпитът ще се проведе дистанционно.

Готовите резултати изпратете до ik_ivanov@yahoo.com най-късно до 28.11.2020 г.

Оценките и/или събеседването ще бъде чрез zoom на 29.11.2020 от 10 часа:

<https://us04web.zoom.us/j/9164689022> Passcode: 000000