

КУРСОВИ ПРОЕКТИ ПО МАТЛАБ

Желателно е всички задачи да имат графичен интерфейс, в които потребителят да задава нужните константи, начални условия или други данни, свързани с конкретната задача. Да се направи и проверка за валидност на данните, като се изведе подходящо съобщение.

Готовият проект би трябвало да е комбинация от различни функции, като основната носи името на студента и се стартира независимо в command window.

Окончателната оценка се поставя след представянето на проекта и събеседване с преподавателя.

1. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 8x_2$$

При следните условия:

$$x_1 + 2x_2 - 4 \leq 0$$

$$-3x_1 - x_2 + 3 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. Да се намери разпределението на температурата във вътрешността на безкраен хомогенен кръгов цилиндър с радиус R , при условие, че началната температура $u(r,0) = u_0(1 - r^2/R^2)$, а на страничната повърхнина температурата е постоянна $u(R,t) = u_0$, нека $u_0 = 1$, $a = 2$, $R = 10$.

Жокер и упътване: Общото уравнение на топлопроводността

$$\frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right)$$

го преобразуваме в цилиндрични координати, считайки, че функцията u не зависи от ϕ и от z , т.е $u = u(r,t)$, т.е имаме радиално разпространение на топлината

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right),$$

с начално условие $u(r,0) = u_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$

И гранично условие $u(R, t) = u_0$.

Стъпка по t 20, по r 50 точки. Да се построи графика $r(t)$ на получената зависимост.

3. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1$$

При следните условия:

$$x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 4x_2 \leq 0$$

$$-x_1 - x_2 + 4 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

4. Намерете решението на следното обикновено диференциално уравнение, като предварително го приведете до система от I ред:

$$y'' = (y')^2 + xy$$

С начално условие:

$$y(0) = 4, \quad y'(0) = -2$$

5. Намерете решението на следната система от диференциални уравнения. Предложете метод, обосновайте.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{y^2}{x} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{x^2}{y} \end{cases}'$$

С начални условия

$$x(0) = \sqrt{2}, \quad y(0) = 0$$

6. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = 2x_1x_2 - x_1^2 - 2x_2^2$$

При следните условия:

$$2x_1 + 3x_2 - 6 \leq 0$$

$$-x_1 + x_2 - 1 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

7. Да се реши частното диференциално уравнение (задача на Дирихле).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \sin xy,$$

$$D = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq y+1, \\ 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right\}$$

$$u(x, y=0) = x, \quad u(x, y=x-1) = xy+1$$

$$u(x, y=1) = 5-x, \quad u(x=0, y) = 5y$$

8. Намерете минимума на функцията:

$$f(x_1, x_2) = \frac{4}{x_1} + \frac{9}{x_2} + (x_1 + x_2)$$

При ограниченията:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_1 + x_2 < 4,$$

9. Да се реши диференциалната задача

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - xy = 0,$$

$$D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$$

$$u(x, y=0) = x^2 + 1, \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, y=0) = x^2 / 2 + 6$$

$$u(x=0, y) = \sin(y) + 1, \quad u(x=2, y) = 5 \cos(y)$$

Да се пресметне в мрежа от 20 x 20 точки и да се построи графика на повърхността.

10. Направете програма, която намира параметрите p_0 и $\frac{k}{T}$ по резултатите от 6 на брой опита, данните на които са поместени в долната таблица. Тя изобразява зависимостта на налягането p от височината z (жокер $\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{k}{T}z}$), където T е температурата. Постройте графика на получената зависимост

Z [m]	1000	1100	1200	1400	1500	1600
P mm Hg	640	595	504	363	310	267

11. Да се реши частното диференциално уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - x = 0$$

$$D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$$

$$u(x, y = 0) = 1 - x/2, u(x = 0, y) = \cos(y), u(x = 2, y) = \sin(y)$$

Да се пресметне в мрежа от 20 x 20 точки и да се построи графика на повърхността.

12. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 8x_2$$

При следните условия:

$$x_1 + 2x_2 - 4 \leq 0$$

$$-3x_1 - x_2 + 3 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

13. Да се реши частното диференциално уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 8x^2t^4$$
$$D = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 1\},$$
$$u(t=0, x) = \sin(\pi x),$$
$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} - 0.5u\right)\Big|_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x} + 0.5u\right)\Big|_{x=1} = 0$$

Да се пресметне в мрежа от 20 x 20 точки и да се построи графика на повърхността.

14. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 18x_2$$

При следните условия:

$$2x_1 + 3x_2 - 6 \leq 0$$

$$x_1 + 4x_2 - 5 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

15. Намерете решенията на нелинейната система и постройте графика:

$$3x^2y - 6 \lg y = 1$$

$$y^2x + \sin(xy) = 0.1$$

Използвайте различни начални приближения.

16. Да се реши частното диференциално уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} + 1 = 0$$
$$D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$$
$$u(x, y=0) = x^2, \quad u(x=1, y) = e^{-xy}, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x} + u\right)\Big|_{x=0} = 0$$

Да се пресметне в мрежа от 20 x 20 точки и да се построи графика на повърхността.

17. Да се реши частното диференциално уравнение

$$2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - tx^2 = 0,$$

$$D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq t \leq 1\}$$

$$u(t=0, x) = x^2, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(t=0, x) = \sin(x)$$

$$u(t, x=0) = e^t - 1, \quad u(t, x=2) = 4 \cos(t)$$

Да се пресметне в мрежа от 20 x 20 точки и да се построи графика на повърхността.

18. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + 3x_2^2 - 12x_1$$

При следните условия:

$$x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 4x_2 \leq 0$$

$$-x_1 - x_2 + 14 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

19. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = 1,2x_1^2 + x_2^2 - 2,5x_1x_2$$

При следните условия:

$$-x_1 + 2x_2 - 1,9 \leq 0$$

$$-x_1 - 2x_2 + 1 \leq 0$$

20. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_2$$

При следните условия:

$$2x_1 - x_2 + 1 \leq 0$$

$$-2x_1 - x_2 + 2 \leq 0$$

21. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2$$

При следните условия:

$$-5x_1 + 4x_2 \leq 0$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 0$$

$$-x_1 - 4x_2 + 3 \leq 0$$

22. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1$$

При следните условия:

$$x_1 - 2x_2 - 2 \leq 0$$

$$-2x_1 + x_2 \leq 0$$

$$-x_1 - 4x_2 + 4 \leq 0$$

23. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - \frac{3}{4}x_2$$

При следните условия:

$$-x_1 - x_2 + 1 \leq 0$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 0$$

$$-2x_1 + x_2 \leq 0$$

24. Намерете минимумите на следната функция:

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2$$

При следните условия:

$$-x_1 - x_2 + \frac{3}{2} \leq 0$$

$$x_1 - 2x_2 + 1 \leq 0$$

$$-2x_1 + x_2 \leq 0$$

25. Решете обикновеното диференциално уравнение и постройте графика. Началното условие се дава с външна функция.

$$y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$$

Стъпката да е 0.1, а интервала по $2 \leq x \leq 4$. Началните условия са $y(2) = 0, y'(2) = 4$.

26. Решете системата от обикновени диференциални уравнения и постройте графика. Началните условия се дават с външна функция.

$$y' = -4(y + z)$$

$$z' = y$$

Разпечатайте стойностите и постройте графика. Стъпката да е 0.1, а интервала по $0 \leq x \leq 1$. Началните условия са $y(0) = 1, z(0) = 0$.

27. Намерете минимума на функцията:

$$f(x_1, x_2) = -\left(9 - (x_1 - 3)^2\right)x_2^3 / 27\sqrt{3}$$

При следните ограничения:

$$x_1 \geq 0,$$

$$0 \leq x_2 \leq \frac{x_1}{\sqrt{3}},$$

$$0 \leq x_1 + \sqrt{3}x_2 \leq 6$$

28. Намерете минимума на функцията:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 1)(x_1 - 2)(x_1 - 3) + x_3$$

При ограниченията:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0,$$

$$x_3^2 - x_2^2 - x_1^2 \geq 0,$$

$$x_3^2 + x_2^2 + x_1^2 - 4 \geq 0 \quad \text{и} \quad x_3 \leq 5$$

29. Намерете решенията на нелинейната система и постройте графика:

$$x_1 + 3 \lg x_1 - x_2^2 = 0$$

$$2x_1 - x_1 x_2 - 5x_1 + 1 = 0$$

Използвайте различни начални приближения.

30. Намерете минимума(те) на функцията:

$$f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - 1)^2 + (x_1^2 - x_2^2)^2$$

При ограниченията:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0,$$

$$5 - x_2^2 - x_1^2 \geq 0,$$

$$x_2^2 + x_1^2 - 4 \leq 0$$

31. Намерете решенията на следната система диференциални уравнения и постройте графика.

$$y' = y + z - x^2 + x - 2$$

$$z' = -2y + 4z + 2x^2 - 4x - 7$$

С начални условия:

$$x_0 = 0, \quad y(x_0) = 0, \quad z(x_0) = 2$$

32. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$\sin(x)y'' + \frac{1}{x}y' + \cos(x)y - 2\sin(x) - x^2\cos(x) = 2,$$

$$0 \leq x \leq 2, \text{ гранични условия } y(0) = 0 \text{ и } y(2) + 2y'(2) = 8.$$

33. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$\cos(x)y'' + \frac{1}{x}y' + \sin(x)y - 2\cos(x) - x^2\sin(x) = 2,$$

$$0 \leq x \leq 2, \text{ гранични условия } y(0) + 2y'(0) = 0 \text{ и } y(2) = 4.$$

34. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$xy'' - 2y' + 4y - 2\sin(x) - 4(x^3 - 1) = 0,$$

$$1 \leq x \leq 2, \text{ гранични условия } y(1) = 0 \text{ и } y(2) = 0.$$

35. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' + (1 + x^2)y = -1,$$

$$-1 \leq x \leq 1, \text{ гранични условия } y(-1) = 0 \text{ и } y(1) = 0.$$

36. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' - y' + y = 2e^x - x,$$

$$0 \leq x \leq 1, \text{ гранични условия } y(0) = 1 \text{ и } y(1) = 2(\exp(1) - 1).$$

37. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' - (3x - 1)y' + e^x y = \cos x(e^x - 1) + \sin x(3x - 1),$$

$$0 \leq x \leq \pi, \text{ гранични условия } y(0) = 1 \text{ и } y(\pi) = -1.$$

38. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' - (3x - 1)y' + e^x y = \sin x(e^x + 1) - \cos x(3x - 1),$$

$$0 \leq x \leq \pi, \text{ гранични условия } y(0) = 1 \text{ и } y(\pi) = 0.$$

39. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' + xy' + (\cos x)y = e^x(1 + x + \cos x) - \cos x,$$

$$0 \leq x \leq 1, \text{ гранични условия } y(0) = 0 \text{ и } y'(1) = e^1.$$

40. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' + (1 + x)y' + (1 + x)^2 y = \frac{x(1 + x^2) - 2}{(1 + x)^3},$$

$$0 \leq x \leq 1, \text{ гранични условия } y(0) = 1 \text{ и } y(1) = 1/2.$$

41. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' + e^x y' + 2y = e^{-x} (\sin(x) - \cos(x)),$$

$$0 \leq x \leq \pi, \text{ гранични условия } y(0) = 0 \text{ и } y(\pi) + y'(\pi) = 0.$$

42. Намерете решението на следната гранична задача по метода на стрелбата и метода на мрежите. Намерете оценка на грешката:

$$y'' + 2y' + y = \operatorname{tg}(x) \{1 + 2\operatorname{tg}(x) + 2(\operatorname{tg}^2(x) + 1)\} + 2,$$

$$0 \leq x \leq \pi/4, \text{ гранични условия } y(0) = 0 \text{ и } y(\pi/4) = 1.$$

43. Нека a и b са последните ненулеви цифри от факултетния ви номер ФНХХХХХХХab. Решете следните частни диференциални уравнения:

$$a \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 2e^{-x-y} (a \sin x \sin y - b \cos x \cos y)$$

При следните гранични условия:

$$-a \leq x \leq a, \quad -b \leq y \leq b$$

$$U(-a, y) = -e^{-a-y} \sin(a) \cos(y), \quad U(a, y) = e^{-a-y} \sin(a) \cos(y),$$

$$U(x, -b) = e^{-x-b} \sin(x) \cos(b), \quad U(x, b) = e^{-x-b} \sin(x) \cos(b),$$

Оценете грешката и начертайте графика на повърхността.

44. Нека a и b са последните ненулеви цифри от факултетния ви номер ФНХХХХХХХab. Решете следните частни диференциални уравнения:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \left(a \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = 1 + 2e^{-x-y} (a \sin x \sin y - b \cos x \cos y)$$

При следните гранични условия:

$$-a \leq x \leq a, \quad -b \leq y \leq b$$

$$U(-a, y) = -e^{-a-y} \sin(a) \cos(y), \quad U(a, y) = e^{-a-y} \sin(a) \cos(y),$$

$$U(x, -b) = e^{-x-b} \sin(x) \cos(b), \quad U(x, b) = e^{-x-b} \sin(x) \cos(b),$$

Начално условие:

$$U(t=0) = 10, \quad t = 0:0.1:2$$

Оценете грешката и начертайте графика на повърхността и анимация по времето.

45. Нека a и b са последните ненулеви цифри от факултетния ви номер ФНХХХХХХХ ab . Решете следните частни диференциални уравнения:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \left(a \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + (a + b + 1)U = 0$$

При следните гранични условия:

$$-a \leq x \leq a, \quad -b \leq y \leq b$$

$$U(-a, y) = -e^{-t} \sin(a) \cos(y), \quad U(a, y) = e^{-t} \sin(a) \cos(y),$$

$$U(x, -b) = e^{-t} \sin(x) \cos(b), \quad U(x, b) = e^{-t} \sin(x) \cos(b),$$

Начално условие:

$$U(t=0) = 1, \quad t = 0:0.5:5$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}(t=0) = 1,$$

Оценете грешката и начертайте графика на повърхността и анимация по времето.