

Задание 1. Комплексни експоненциали при непрекъснато време

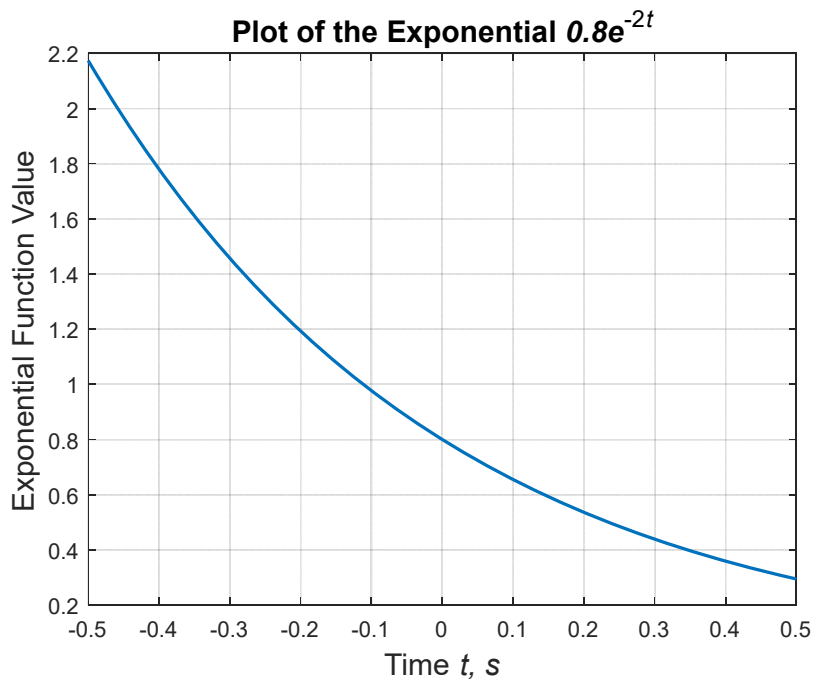
Комплексната експоненциална функция се определя като

$$x(t) = Ce^{at}, \text{ където } C, a \in \mathbb{C}.$$

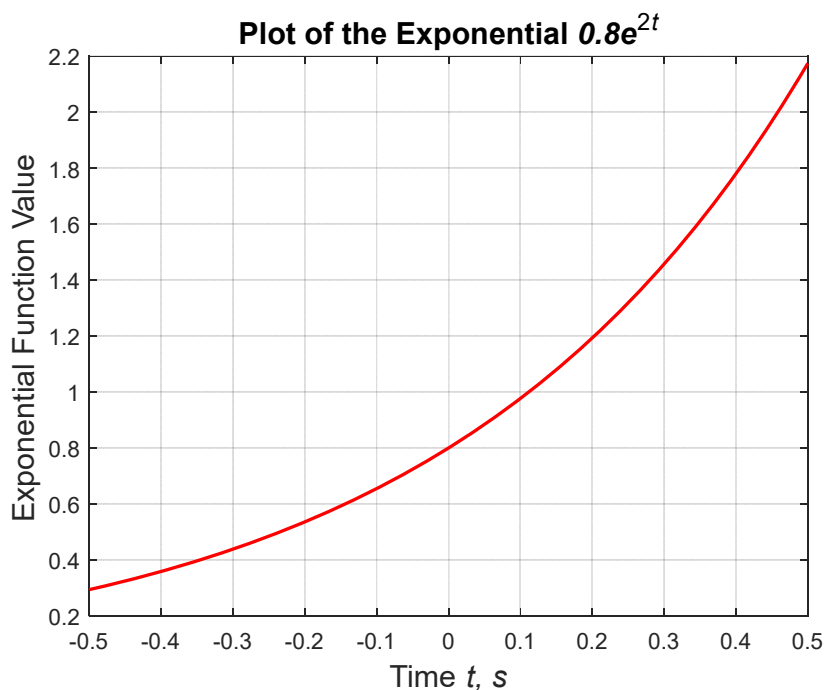
Задание 1.1 Да се **построят и надпишат** графики на **реални експоненциали** $x(t) = Ce^{at}$ при непрекъснато време **в диапазона t , за който $a \cdot t = \pm 4$ s (1000 точки)** в частния случай (за реален експоненциал), при $a \in \mathbb{R}$ и $C \in \mathbb{R}$. Вземете вашата стойност на a от таблицата на вариантите.

В по-горните формули с \mathbb{R} е обозначено множеството на реалните числа, а с \mathbb{C} – множеството на комплексните числа.

Пример при: $a = \pm 2$, $C = 0.8$. Тогава двата експоненциала са $x(t) = 0.8e^{\pm 2t}$. Определяме времевия диапазон на t : $at = \pm 4$. Оттук $t = \pm 4/a = \pm 4/2 = \pm 0.50$ s.



Фигура 1.1. Нарастващ експоненциал $x(t) = 0.8e^{-2t}$



Фигура 1.2. Нарастващ експоненциал $x(t) = 0.8e^{2t}$

Допълнителни указания за решаването на задача 1.1

1. Преди да започнете работата по Задание1 прегледайте подробно и изпълнете самостоятелно примерите от следните раздели на [Средства за автоматизация на научните изследвания.pdf](#):
 - **5. ГРАФИЧНИ ПРЕДСТАВЯНИЯ** – стр. 44 до стр. 47;
 - **5.5. Въведение в операторната графика** стр. 49 до стр. 56.
2. Давам ви примерен код за решение на задача1.1, който да ви послужи при самостоятелното ѝ решаване – с вашите данни, както и при решаването на задачи 1.2 и 1.3. Обърнете внимание на начина на надписване на формули във фигурите – с опростено използване на елементи от езика **Tex**, които са демонстрирани в **5.5. Въведение в операторната графика**, но по доста по-сложен начин. В нашия пример директно пишем заглавия на фигури с команда **title** и надписи по координатните оси с команди **xlabel** и **ylabel**, използвайки **Tex** директно в стринговите аргументи на тези команди (функции).

`\it` означава, че следващият символ/символи ще се изпишат с италик;

`\rm` означава, че следващият символ/символи ще се изпишат с нормален шрифт (без наклон);

`^{\rm-2t}` означава, че всичко във фигурните скоби ще се повдигне по-нагоре, като горен индекс (superscript).

```
% Zадание 1 Rumen Popov - variant No XX
% Zada4a 1.1 Realen eksponencial
% Spadasht eksponencial. Za a = -2 presmiatam t = +-4/a = +-0.5
t=linspace(-0.5, 0.5, 1000); % vektor na argumenta t:ot -0.5 do +0.5
expon=0.8*exp(-2*t); % eksponencial
plot(t,expon,'LineWidth',1.5); % izvejda grafika na vektora t po osta X
% i na vektora expon po osta Y s debelina
% na liniata 1.5 pt.
title('Plot of the Exponential \it0.8e^{\rm-2\itt}','FontSize',14)% zaglavie
grid
xlabel('Time \itt, s','FontSize',14) % izvejda nadpis po osta X s shrift 14pt
ylabel('Exponential Function Value','FontSize',14)

% Narastvasht eksponencial (za a = 2)
figure(2)
expon=0.8*exp(2*t);
plot(t,expon,'r','LineWidth',1.5);
title('Plot of the Exponential \it0.8e^{\rm2\itt}','FontSize',14)
grid
xlabel('Time \itt, s','FontSize',14)
ylabel('Exponential Function Value','FontSize',14)

% Zada4a 1.2 Periodi4en eksponencial
% .....
```

В табл. 1.1 са показани командите с които се изобразяват специалните символи.

Таблица 1.1.

Команда	Символ	Команда	Символ	Команда	Символ
\alpha	α	\upsilon	υ	\sim	\sim
\beta	β	\phi	ϕ	\leq	\leq
\gamma	γ	\chi	χ	\infty	∞
\delta	δ	\psi	ψ	\clubsuit	\clubsuit
\epsilon	ϵ	\omega	ω	\diamondsuit	\diamondsuit
\zeta	ζ	\Gamma	Γ	\heartsuit	\heartsuit
\eta	η	\Delta	Δ	\spadesuit	\spadesuit
\theta	θ	\Theta	Θ	\leftarrow	\leftarrow

\vartheta	ϑ	\Lambda	Λ	\leftarrow	\leftarrow
\iota	ι	\Xi	Ξ	\uparrow	\uparrow
\kappa	κ	\Pi	Π	\rightarrow	\rightarrow
\lambda	λ	\Sigma	Σ	\downarrow	\downarrow
\mu	μ	\Upsilon	Υ	\circ	\circ
\nu	ν	\Phi	Φ	\pm	\pm
\xi	ξ	\Psi	Ψ	\geq	\geq
\pi	π	\Omega	Ω	\propto	\propto
\rho	ρ	\forall	\forall	\partial	∂
\sigma	σ	\exists	\exists	\bullet	\bullet
\varsigma	ς	\ni	\ni	\div	\div
\tau	τ	\equiv	\equiv	\neq	\neq
\equiv	\equiv	\approx	\approx	\aleph	\aleph
\Im	\Im	\Re	\Re	\wp	\wp
\otimes	\otimes	\oplus	\oplus	\oslash	\oslash
\cap	\cap	\cup	\cup	\supseteq	\supseteq
\supset	\supset	\subseteq	\subseteq	\subset	\subset
\int	\int	\in	\in	\o	\o
\lfloor	\lfloor	\lceil	\lceil	\nabla	∇
\lfloor	\lfloor	\cdot	\cdot	\ldots	\dots
\perp	\perp	\neg	\neg	\prime	\prime
\wedge	\wedge	\times	\times	\O	\O
\rceil	\rceil	\surd	\surd	\mid	\mid
\vee	\vee	\varpi	ϖ	\copyright	\copyright
\langle	\langle	\rangle	\rangle		

Подробен справочник на всички команди на езика **TeX** можете да намерите на страницата:

https://www.tutorialspoint.com/tex_commands/

Задание 1.2 Да се **построят** и **надпишат** две графики: на **реалната** и на **имагинерната** части на **периодичния комплексен експоненциал**:

$$x(t) = Ce^{at}$$

a е чисто имагинерна, т.е. $a = j\omega_0$, $\omega_0 \in \mathbb{R}$.

$$C = Ae^{j\theta}, \text{ където } A, \theta \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} x(t) &= Ce^{j\omega_0 t} = Ae^{j\theta} e^{j\omega_0 t} \\ &= Ae^{j(\omega_0 t + \theta)} = A \cos(\omega_0 t + \theta) + jA \sin(\omega_0 t + \theta) \end{aligned}$$

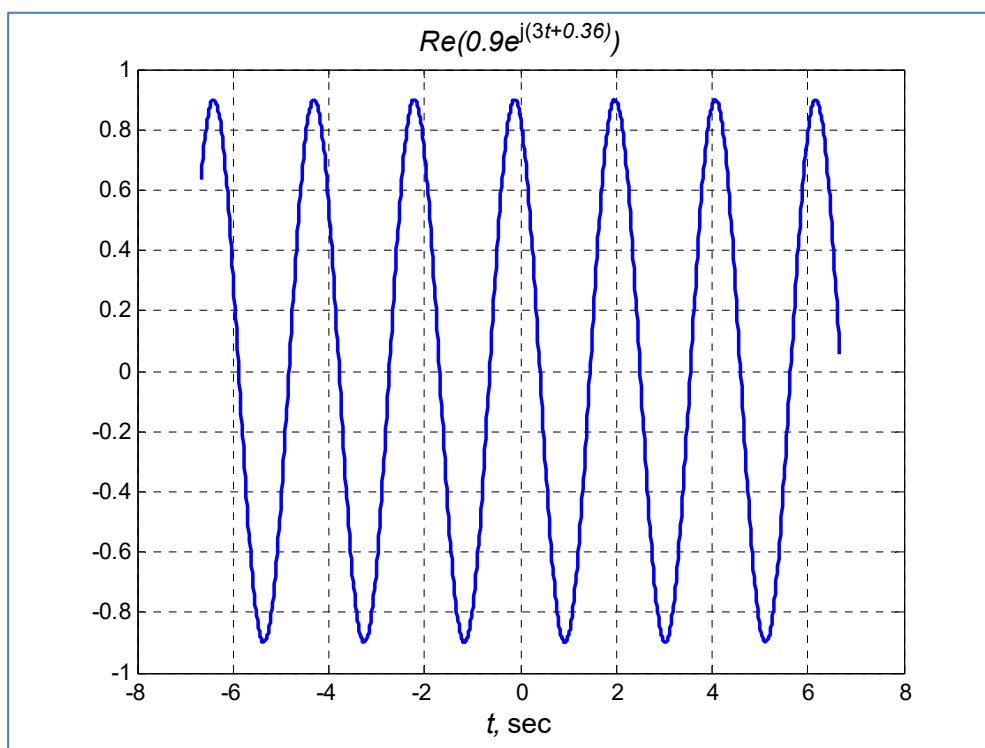
Реалната и имагинерната части на $x(t)$ се дават от

$$\operatorname{Re}\{x(t)\} = A \cos(\omega_0 t + \theta)$$

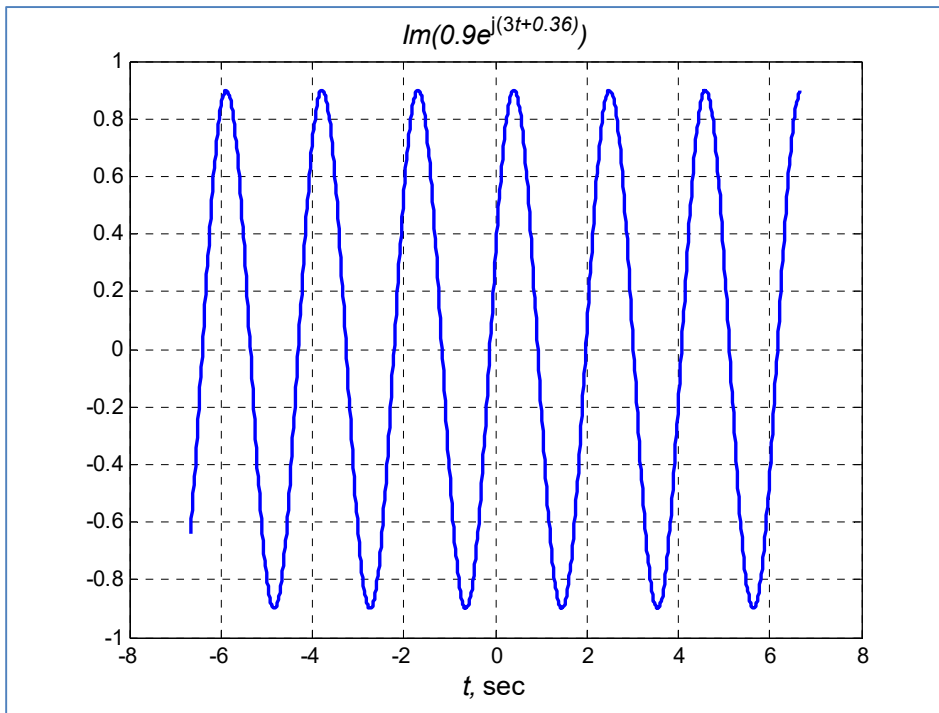
$$\operatorname{Im}\{x(t)\} = A \sin(\omega_0 t + \theta)$$

Пример: $\omega_0 = 3$; $A = 0.9$; $\theta = 0.36$ rad. Тогава експоненциалът е $x(t) = A e^{j\theta} e^{j\omega_0 t}$, или $x(t) = 0.9 e^{j0.36} e^{j3t} = 0.9 e^{j(3t + 0.36)}$. Определяме времевия диапазон на t , като използваме съотношението $\omega_0 t = \pm 20$. Оттук, като заместим ω_0 с това от таблицата с вариантите (в моя пример $\omega_0 = 3$), получаваме $t = \pm 20 / \omega_0 = \pm 20/3$.

Графичният резултат в този пример изглежда така (Фиг.1.3 и Фиг.1.4):



Фигура 1.3. **Реална** част на експоненциала $0.9 e^{j(3t + 0.36)}$



Фигура 1.4. **Имагинерна** част на експоненциала $0.9 e^{j(3t+0.36)}$

Задание 1.3 Да се **построят** и **надпишат** графики на **реалната** и **имагинерната** части на **общия случай на комплексен експоненциал**.

В общия случай, ние имаме $C = A e^{j\theta}$, където $A, \theta \in \mathbb{R}$ и $a = r + j\omega_0$, където $r, \omega_0 \in \mathbb{R}$. Следователно,

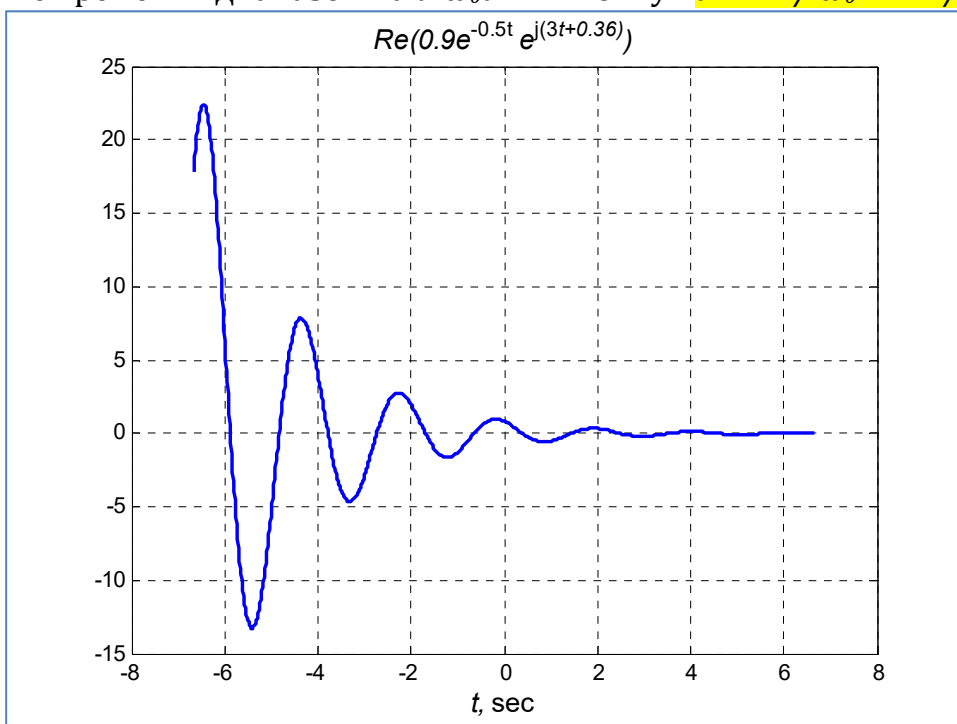
$$x(t) = (Ae^{jr}) e^{(r+j\omega_0)t} = Ae^{rt} e^{j(\omega_0 t + \theta)}$$

Можем да препишем това и в ортогонална форма:

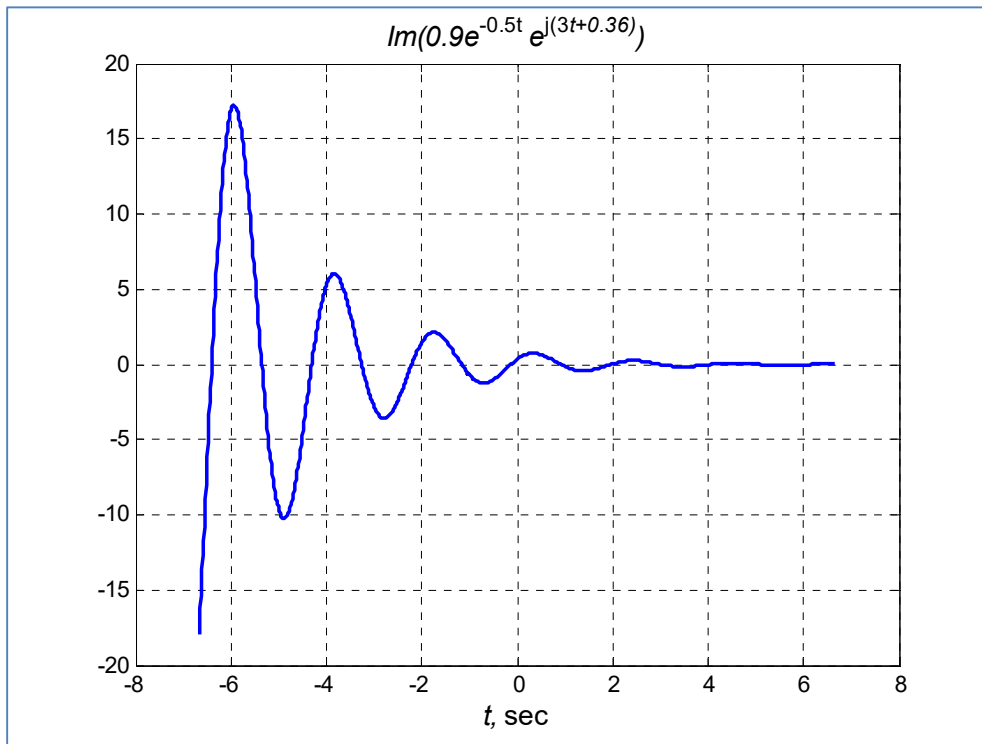
$$x(t) = Ae^{rt} \cos(\omega_0 t + \theta) + jAe^{rt} \sin(\omega_0 t + \theta)$$

Пример: $\omega_0 = 3; A = 0.9; \theta = 0.36; r = -0.5$. Тогава експоненциалът е $x(t) = A e^{rt} e^{j(\omega_0 t + \theta)}$, или $x(t) = 0.9 e^{-0.5t} e^{j(3t+0.36)} = 0.9 e^{j[(3-0.5)t+0.36]} = 0.9 e^{j(2.5t+0.36)}$.

Определяме времевия диапазон на t : $\omega_0 t = \pm 20$. Оттук $t = \pm 20 / \omega_0 = \pm 20/3$.



Фигура 1.3. **Реална** част на експоненциала $0.9 e^{j(2.5t+0.36)}$



Фигура 1.4. **Имагинерна** част на експоненциала $0.9 e^{j(2.5t + 0.36)}$

Срок за изпълнение до 11. 11. 2022г.

Таблица 1. Варианти на задания ИКИ + ТИС 2022 г.

No	a	c	ω_0	A	θ	r
1	± 1.7	17	1.6	17	1.05	-0.3
2	± 1.8	16	1.7	16	1	-0.4
3	± 1.9	15	1.8	15	0.95	-0.5
4	± 2.0	14	1.9	14	0.9	-0.6
5	± 0.1	13	2.0	13	0.85	-0.7
6	± 0.2	12	0.1	12	0.8	-0.3
7	± 0.3	25	0.2	25	0.75	-0.4
8	± 0.4	24	0.3	24	0.7	-0.5
9	± 1.1	23	0.4	23	0.65	-0.6
10	± 1.2	22	0.1	22	0.6	-0.7
11	± 1.3	21	0.2	21	1.25	-0.3
12	± 1.4	20	0.3	20	1.2	-0.4
13	± 1.5	19	0.4	19	1.15	-0.5
14	± 1.6	12	1.1	18	1.1	-0.6
15	± 0.1	25	1.2	17	1.05	-0.3
16	± 0.2	24	1.3	16	1	-0.4
17	± 0.3	23	1.4	15	0.95	-0.5
18	± 0.4	22	1.4	14	0.9	-0.6
19	± 1.1	21	1.5	13	0.85	-0.7
20	± 1.2	20	1.6	12	0.8	-0.3
21	± 1.3	19	1.7	19	0.75	-0.4
22	± 1.4	18	1.8	18	0.7	-0.5
23	± 0.3	17	1.9	17	0.65	-0.6
24	± 0.4	16	2.0	16	0.6	-0.7
25	± 1.1	15	0.1	15	1.25	-0.3
26	± 1.2	14	0.2	14	1.2	-0.4
27	± 1.3	13	0.3	13	1.15	-0.5
28	± 1.4	12	0.4	12	1.1	-0.6
29	± 1.5	25	1.1	25	1.05	-0.3
30	± 1.6	24	1.2	24	1	-0.4
31	± 0.1	23	1.3	23	0.95	-0.5
32	± 0.2	22	1.4	22	0.9	-0.6
33	± 0.3	21	1.5	21	0.85	-0.7
34	± 1.6	20	1.6	20	0.8	-0.3
35	± 1.7	19	1.7	19	0.75	-0.4
36	± 1.8	18	1.8	18	0.7	-0.5
37	± 1.9	17	1.9	17	0.65	-0.6
38	± 2.0	16	2.0	16	0.6	-0.7
39	± 0.1	15	0.1	15	1.25	-0.3
40	± 0.2	14	0.2	14	1.2	-0.4
41	± 0.3	13	0.3	13	1.15	-0.5

42	±0.4	12	0.4	12	1.1	-0.6
43	±1.2	25	1.1	25	1.05	-0.3
44	±1.3	24	1.2	24	1	-0.4
45	±1.4	23	1.3	23	0.95	-0.5
46	±1.5	22	1.4	22	0.9	-0.6
47	±1.6	21	1.5	21	0.85	-0.7
48	±1.7	20	1.6	20	0.8	-0.3
49	±1.8	19	1.7	19	0.75	-0.4
50	±1.9	18	1.8	18	0.7	-0.5
51	±2.0	17	1.9	17	0.65	-0.6
52	±0.1	16	2.0	16	0.6	-0.7
53	±0.2	15	0.1	15	1	-0.3
54	±0.3	14	0.2	14	0.95	-0.4
55	±0.4	13	0.3	13	0.9	-0.5
56	±0.4	12	0.4	12	0.85	-0.6
57	±1.1	11	0.4	23	0.65	-0.6
58	±1.2	10	0.1	17	0.6	-0.7
59	±1.3	21	0.2	16	1.25	-0.3
60	±1.4	20	0.5	20	0.9	-0.5
61	±1.5	19	0.3	19	1.25	-0.5
62	±1.6	17	1.1	18	1.1	-0.7
63	±0.1	25	1.2	17	0.9	-0.3
64	±0.2	24	1.3	19	1.3	-0.4
65	±0.3	23	1.4	15	0.75	-0.5
66	±0.4	22	1.4	12	0.95	-0.6
67	±1.1	21	1.5	13	0.85	-0.7
68	±1.2	20	1.6	18	0.8	-0.3
69	±1.3	19	1.8	19	0.75	-0.4 5
70	±1.4	18	1.8	16	0.7	-0.6
71	±1.1	17	0.1	15	1.25	-0.3
72	±1.2	16	0.2	14	1.2	-0.4
73	±1.3	14	0.3	13	1.15	-0.5
74	±1.4	13	0.4	12	1.1	-0.6
75	±1.5	24	1.1	24	1.05	-0.3
76	±1.6	25	1.2	25	0.85	-0.4 5
77	±0.1	23	1.3	23	0.75	-0.35
78	±0.2	22	1.4	22	0.9	-0.6
79	±0.3	21	1.5	21	0.85	-0.7 5