Решение: Имаме $a_{11} = 1$, $a_{12} = 3$, $a_{21} = -1$ и a_{22}

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 1.4 - 3.(-1) = 4 + 3 = 7.$$

Тъй като $\det A \neq 0$, то A не е особена и тя има обратна. Чрез правило (12) имаме

$$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 10. Ако $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, намерете A^{-1}, B^{-1}, $(AB)^{-1}$ и $B^{-1}A^{-1}$.

Решение: Винаги изчислявайте най-напред детерминантите.

Тук $\det A = 1.4 - 3.(-1) = 7$, $\det B = 1.(-1) - 2.1 = -3$. И двете детерминанти не са нули.

Следователно A и B имат обратни: $A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Също така
$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \searrow (AB)^{-1} = -\frac{1}{21}\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$
$$\det(AB) = 4.(-6) - (-1).3 = -21 \nearrow$$

$$B^{-1}A^{-1} = -\frac{1}{21}\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{21}\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = (AB)^{-1}$$

> Обърнете внимание, че
> $B^{-1}A^{-1} = (AB)^{-1}$.

Резултатът $B^{-1}A^{-1} = (AB)^{-1}$ е верен за кои да са две матрици A и B, които са неособени и имат една и съща размерност.

За обръщане на матрици с размерност 3 x 3 можем да проведем подобни разсъждения, както направихме за случая 2 x 2 чрез елиминиране на неизвестните x_1, x_2, x_3 в системата уравнения $Ax = d$ или