

$$u = A^{-1}d = \frac{\text{adj}A}{\det A} d \quad (\text{Напомниме, че } A^{-1} = \frac{\text{adj}A}{\det A})$$

Нека сега  $n = 3$ . Тогава за някоя стандартна матрица  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ , ние ще имаме

$$u = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A^{-1}d = \frac{\text{adj}A}{\det A} d = \frac{1}{\det A} \text{adj}Ad =$$

$$= \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11}d_1 + A_{21}d_2 + A_{31}d_3 \\ A_{12}d_1 + A_{22}d_2 + A_{32}d_3 \\ A_{13}d_1 + A_{23}d_2 + A_{33}d_3 \end{pmatrix},$$

където  $A_{11}, A_{12}, \dots$  са кофакторите (адюнгирани количества) на  $a_{11}, a_{12}, \dots$ . Тогава сравняването на елементите на векторите води до

$$x_1 = \frac{1}{\det A} (A_{11}d_1 + A_{21}d_2 + A_{31}d_3) = \frac{1}{\det A} \begin{vmatrix} d_1 & a_{12} & a_{13} \\ d_2 & a_{22} & a_{23} \\ d_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$x_2 = \frac{1}{\det A} (A_{12}d_1 + A_{22}d_2 + A_{32}d_3) = \frac{1}{\det A} \begin{vmatrix} a_{11} & d_1 & a_{13} \\ a_{21} & d_2 & a_{23} \\ a_{31} & d_3 & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$x_3 = \frac{1}{\det A} (A_{13}d_1 + A_{23}d_2 + A_{33}d_3) = \frac{1}{\det A} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & d_1 \\ a_{21} & a_{22} & d_2 \\ a_{31} & a_{32} & d_3 \end{vmatrix}.$$

Ези формули се дискутират като **правило на Крамер** за 3 уравнения с 3 неизвестни. Ще ги анализираме.

а неизвестното  $x_1$  първия стълб на детерминантата на  $A$  е заменен с вектора

$(d = (d_1 d_2 d_3)^T)$ , за  $x_2$  втория стълб на  $\det A$  е заменен с  $d$  и т.н.

рез формулите на Крамер обобщаването за  $n$  линейни уравнения с  $n$  неизвестни става прозрачно и даже очевидно. **Изобщо, чрез понятията матрица и детерминанта формулите обозрими, лесно се обобщават и даже изглеждат приятно.** Но имат и недостатъци, защото изискват пресмятане на детерминанти и както беше споменато изчисляването на детерминанти с размерност  $4 \times 4$  и повече е на границата на човешките възможности. Като заключение ще кажем, че формулите на Крамер са един красив теоретичен резултат. Използвайте ги за решаване на СЛУ с размерност най-много  $3 \times 3$ .