ПРАВИЛО НА КРАМЕР

Едно уравнение от вида $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = d_1$, където $a_{11}, a_{12}, ..., a_{1n}$ и d_1 са констант е пример за **линейно уравнение** с неизвестни $x_1, x_2, ..., x_n$ (те участват само в първа степе Ако няколко такива уравнения трябва да бъдат решавани едновременно (това означава д се намерят онези стойности на неизвестните $x_1, x_2, ..., x_n$, които **едновременно** удовлетвор ват дадените уравнения), то имаме **система от линейни уравнения (СЛУ)**. Един от начи те за решаване на СЛУ е чрез елиминиране на неизвестните. Например, ако x_1 и x_2 удо влетворяват двете линейни уравнения (система)

$$\begin{vmatrix} x_1 + 4x_2 = 7 \\ x_1 - 2x_2 = 1, \end{vmatrix}$$

то x_1 може да бъде елиминирано, като от първото уравнение почленно извадим второт

$$(x_1 + 4x_2) - (x_1 - 2x_2) = 7 - 1 \text{ или } 4x_2 + 2x_2 = 6 \text{ или } 6x_2 = 6 \text{ или } \boxed{x_2 = 1}.$$

Подобно, x_2 може да бъде елиминирано като умножим двете страни на второто уравне с 2 и след това го съберем почленно с първото:

$$(x_1 + 4x_2) + 2(x_1 - 2x_2) = 7 + 2.1 \text{ или } x_1 + 2x_1 = 9 \text{ или } 3x_1 = 9 \text{ или } \boxed{x_1 = 3}.$$

Следователно решението на дадената ни система е $x_1 = 3$ и $x_2 = 1$. Проверете и ще се те. Изобщо, ако имаме системата

$$\begin{vmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = d_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = d_2, \end{vmatrix}$$

елиминирането на x_1 и x_2 чрез описания процес води до решението

$$x_1 = \frac{d_1a_{22} - d_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \quad x_2 = \frac{d_2a_{11} - d_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}.$$

при условие, че знаменателя $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ **не е равен на нула.**

Без никакво чувство за вина ще ви подскажем, че отношенията (2) могат да се разп като отношение на детерминанти с размерност 2 x 2.

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & a_{12} \\ d_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & d_1 \\ a_{21} & d_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}},$$

защото $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$, $d_1a_{22} - d_2a_{12} = \begin{vmatrix} d_1 & a_{12} \\ d_2 & a_{22} \end{vmatrix}$, $d_2a_{11} - d_1a_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & d_1 \\ a_{21} & d_2 \end{vmatrix}$.

Формула (3) е известна като **правило на Крамер.** По-нататък ще видим, че ако зн теля е нула, системата (1) може да няма, но може и да има безброй решения.

Елиминацията на неизвестните с цел решаването на система от две уравнения с д вестни може да се приложи и за решаването на системи с повече неизвестни и по уравнения. Следващият пример ще илюстрира казано