

ОСНОВНА ЗАДАЧА НА НЕЛИНЕЙНОТО ПРОГРАМИРАНЕ

Нека е дадена скаларната нелинейна функция относно своите аргументи $f(x_1, x_2, \dots, x_m)$.

Търсим минимума или максимума на тази функция при следните ограничения:

1. Ограничения по независимите променливи $l_1 \leq x_1 \leq u_1, l_2 \leq x_2 \leq u_2, \dots, l_m \leq x_m \leq u_m,$
2. Линейни ограничения тип неравенства $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$, т.е.
$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n \leq b_n \end{pmatrix}$$
3. Линейни ограничения тип равенства $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, т.е.
$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{pmatrix}$$
4. Нелинейни ограничения тип неравенства $c(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$, т.е.
$$\begin{pmatrix} c_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \leq 0 \\ \dots \\ c_k(x_1, x_2, \dots, x_m) \leq 0 \end{pmatrix}$$
5. Нелинейни ограничения тип равенства $c(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, т.е.
$$\begin{pmatrix} c_1(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0 \\ \dots \\ c_k(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0 \end{pmatrix},$$

където $c_k(x_1, x_2, \dots, x_m)$ са нелинейни функции на аргументите описващи връзките и ограниченията. Те могат да бъдат както повече, така и по-малко от броя на аргументите.

Това най-добре е направено във вградената функция на Matlab `fmincon()`.

$$[x, fval] = \text{fmincon}(@\text{fun}, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, @\text{nonlcon}, \text{options})$$

Решенията се получават във вектора x , а стойността на функцията в тази точка е $fval$.

Параметрите, които е нужно да се зададат са следните:

$x0$ е вектор на началните приближения, задаван по съображения от потребителя,

A е матрицата на линейните ограничения тип неравенства, b е свободния стълб;

Aeq е матрицата на линейните ограничения тип равенства, beq е свободния стълб;

lb, ub са векторите ограничаващи минимална и максималната стойности на аргументите x_i ;

`fun` е файл-функция, описваща скаларната нелинейна функция $f(x_1, x_2, \dots, x_m)$;

`nonlcon` е файл-функция, описваща нелинейните ограничения $c(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ тип неравенства и $c(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ тип равенства.

Важно! Когато не се използват никакъв вид ограничения се поставя [] в параметрите.

Например, ако имаме само нелинейни ограничения, извикването става така:

$$[x, fval] = \text{fmincon}(@\text{fun}, x0, [], [], [], [], [], [], @\text{nonlcon}, \text{options})$$

Функцията `nonlcon` връща вектор-стълб c и `sequ` съответстващи на $c(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ и $c(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

Например тя може да има следния вид:

```
function [c,seq] = mycon(x)
```

```
    % изчисляват се нелинейните ограничения  $c(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$  във вид на неравенства от x.
```

```
c(1) = ... ;
```

```
c(2) = ... ;
```

```
...
```

```
c(k) = ... ;
```

```
    % изчисляват се нелинейните ограничения  $c(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  в вид равенства от x.
```

```
seq(1) = ... ;
```

```
seq(2) = ... ;
```

```
...
```

```
seq(k) = ... ;
```

```
% Ако няма нелинейни ограничения с неравенства се пише c=[], ако няма равенства seq=[];
```

```
% От вектор ред трябва да се транспонират във вектор стълб
```

```
c=c';
```

```
seq=seq';
```

```
end
```

Пример: $\min f(x_1, x_2, x_3) = -x_1 x_2 x_3$ с ограничения $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, 2x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 \leq 51$

```
function f = fun( x )
```

```
%целева функция  $f = -x_1 x_2 x_3$ 
```

```
f=-x(1) .* x(2) .* x(3) ;
```

```
end
```

```
function [ c,seq ] = mycon( x )
```

```
%ограничения  $c(x) < 0, seq(x) = 0$ ;
```

```
c=[-x(1) ;
```

```
    -x(2) ;
```

```
    -x(3) ;
```

```
    2*x(1).^2+x(2).^2+3*x(3).^2-51] ;
```

```
seq=[] ;
```

```
end
```

```
Извикване в Command window
```

```
>> x0=[1;1;1];
```

```
>> [x,f]=fmincon(@fun,x0,[],[],[],[],[],[],[],@mycon)
```

```
x =
```

```
    2.9155
```

```
    4.1231
```

```
    2.3805
```

```
f =
```

```
   -28.6153
```