Решаване на обикновени диференциални уравнения в MATLAB.

За решаването на обикновени диференциални уравнения (ODE) се използват числените методи разгледани по-горе, които в MATLAB са реализирани в специални вградени функции (solver): ode45, ode23, ode113.

Общ алгоритъм за програмиране:

1) Създава се М-функция описваща десните части на диференциалните уравнения;
2) Създава се М-сценарий с избраната вградена функция (solver);

Пример 1. Да се реши следната система обикновени диференциални уравнения с дадени начални условия:

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1 + 2, \quad x_1(0) = 10;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 2x_1^2 - 0.5x_2, \quad x_2(0) = 5.$$

% Програма за решаване на пример 1
% Създаваме М-функция с име dif31.m
% dx31 е вектор стълб

```
function dx31=dif31(t,x);
dx31=[-x(1)+2;2*x(1)^2-0.5*x(2)];
```

% Създаваме М-сценарий с име ddd45_31.m

```
% Сценарий с помощта на ode45
T=[0 15]; % Интервал на интегриране
x0=[10;5]; % Начални условия  вектор стълб
[t,x]=ode45(@dif31,T,x0); %t, x — изходни променливи на  ode45
plot(t,x),grid,title('Пример 1'),legend('X1','X2')
```

% Променете началните условия:
% Променете интервала на интегриране: от 0 до 20, от 0 до 7.
% Използвайте solver **ode23, ode113.** Сравнете резултатите покоординатно, като поместите резултатите от решенията в таблица.

Пример 2. Да се реши следната система линейни диффеpенциали уравнения с дадени началн условия:

$$\frac{dx_1}{dt} = -3x_1 + 10, \quad x_1(0) = 0;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_1 - 2x_2, \quad x_2(0) = 0;$$

$$\frac{dx_3}{dt} = 4x_2 - x_3, \quad x_3(0) = 0.$$

% Създаваме М-функция с име dif32.m

```
function f=dif32(t,x);% t, x — входни променливи за М-функцията
f=[-3*x(1)+10;x(1)-2*x(2);4*x(2)-x(3)];
```

% Създаваме М-сценарий с име ddd45_32

% Сценарий на решението на пример 2

```
T=[0,12];
x0=[0;0;0];% x0 — вектор на началните условия
[t,x]=ode45(@dif32,T,x0);
plot(t,x),grid,title('dif32'),legend('X1','X2','X3')
```

% Променете интервала на интегриране

% Променете началните условия:

% Покажете резултатите графически

% Използвайте solver **ode23, ode113.** Сравнете резултатите покоординатно, като поместите резултатите от решенията в таблица.

<u>Пример 3.</u> Уравнение на Ван-дер-Пол.

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 2(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0, \quad x(0) = 3, \; \dot{x}(0) = 0.$$

За решаването на диференциално уравнение от 2-ри ред, първоначално ще го приведем към система диференциални уравнения 1-и ред:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2; \quad x_1(0) = 3;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 2(1 - x_1^2)x_2 - x_1; \; x_2(0) = 0,$$

$x_1 = x.$

% Създаваме М-функция с име van33.m

```
function f2=van33(t,X);
f2=[X(2);2*(1-X(1)^2)*X(2)-X(1)];
```

% Създаваме М-сценарий с име ddd45_33

```
T=[0 40];
X0=[3;0];
[t,X]=ode45(@van33,T,X0);
plot(t,X),grid,title('Ур-е Ван-дер-Пол'),legend('X1','X2')
```

% Променете интервала на интегриране
% Променете началните условия (но не всички да са равни на нула):
% Покажете резултатите графически
% Използвайте solver **ode23, ode113.** Сравнете резултатите покоординатно, като поместите резултатите от решенията в таблица.

Пример 4. Интегриране на диференциални уравнения с изход на резултатите в зададен диапазон от точки на независимата променлива. Ще видоизменим пример 2 в сценария за интервала на интегриране.
% Сценарий на решаването на пример 4

```
T=[0:1:6,7:2:18];% от 0 до 6 стъпка 1, от 7 до 18 стъпка 2
x0=[0;0;0];
[t,x]=ode45(@dif32,T,x0);
plot(t,x),grid,title('dif32'),legend('X1','X2','X3')
```

Пример 5. Интегриране на диференциални уравнения с изход на резултатите в конкретни точки от независимата променлива. Видоизменим пример 2 в сценария на задаването на интервала на интегриране.
% Сценарий на решаването на пример 5

```
T=[0 0.5 1 1.5 3 4 8]; 7 точки по променливата t
x0=[0;0;0];
[t,x]=ode45(@dif32,T,x0);
plot(t,x),grid,title('dif32'),legend('X1','X2','X3')
```

Пример 6. Интегриране на система линейни диференциални уравнения в матричен вид, т.е.

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \qquad (6.1)$$

където — вектор от променливите на състоянието с размерност n×1, u — вектор на входно въздействие с размерност rx1, A, B — матрици от числа размера n×n, n×r, съответственно.

% Матрицы A и B се вземат от пример 2

% Създаваме M-функция с име syst36.m

```
function ds36=syst36(t,x);
A=[-3,0,0;1,-2,0;0,4,-1]; % Матрица А размер 3×3
B=[10 0 0;0 0 0;0 0 0];  %  Матрица В размер 3×3
u=[1;1;1];  % Входно въздействие размер 3×1
ds36=A*x+B*u;  % Описание на дясната част на матричното диференциално уравнение (6.1)
```

```
% Создаваме М-сценарий с име ddd45_36
%Сценарий на решението примера 6
T=[0 9];
x0=[0;0;0];
[t,x]=ode45(@syst36,T,x0);
plot(t,x),grid,title('Система ур-й 3-и ред'),
legend('X1','X2','X3')
```

Задания към пример 6:

% Да се реши системата с две въздействия, с едно въздействие

% Да се изведат графически резултатите

% Да се създаде програма за решаване на система диффеpенциални уравнения 4-ти ред.

% Да се използват solver **ode23, ode113.**

Кодовете на файл-функциите и резултатите изпратете на em.ail” ik_ivanov@yahoo.com