ГИНКА ЕКСНЕР

ОБЩА ФИЗИКА 1

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛНА ФИЗИКА ЗА ХИМИЦИ

УНИВЕРСИТЕТСКО ИЗДАТЕЛСТВО
„ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“

ОБЩА ФИЗИКА 1

механика и молекулна физика за химици

ГИНКА ЕКСНЕР

Издателство: **Университетско издателство „Паисий Хилендарски“**
Година на издаване: **2016**
ISBN

Физика 1 - Механика и молекулна физика за химици by <a xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" href="web.uni-plovdiv.bg/exner/generalphysics1" property="cc:attributionName" rel="cc:attributionURL">Гинка Екснер is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License.
Based on a work at <a xmlns:dct="http://purl.org/dc/terms/" href="web.uni-plovdiv.bg/exner/generalphysics1" rel="dct:source">web.uni-plovdiv.bg/exner/generalphysics1.

СЪДЪРЖАНИЕ

ПРЕДГОВОР

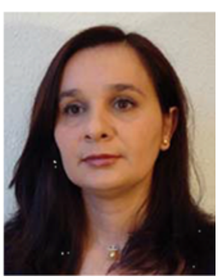
„Обща физика 1 – механика и молекулна физика за химици“ включва разделите Механика, молекулна физика и термодинамика. Предназначен е за студенти от всички специалности на висшите училища в страната с хорариум по дисциплината до 45 часа.

Основа на учебника са четените лекции на автора за студенти химици от Химически факултет на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ и студентите от физични и инженерни специалности от Физически факултет в същия университет.

Поради ограничения обем на курса някои интересни физични явления, процеси и теории са пропуснати или са само бегло споменати. За дообогатяване на знанията си любознателните читатели могат да използват книгите от литературната справка в края на учебника.

От автора

За автора



Д-р Гинка Екснер е преподавател във Физически Факултет на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“. Получава магистърска степен по „Физика на твърдото тяло“ в Софийски университет „Св. Климент Охридски“ и докторска степен от същия университет, в областта на кондензираната материя. Специализирала е в Италия, Чехия, Германия, Испания и Русия. Преподава лекции и води семинарни упражнения по Физика 1 (Механика и молекулна физика) на физици, химици и инженери от 2009 година. Научните ѝ интереси са в областта на структурата, термичните и механичните свойства на кондензираната материя.

Електронна поща: ginka.exner@gmail.com

1. Физиката като наука и взаимовръзката ú с другите науки. Основни методи и изследователски подходи във физиката. Физични величини

1.1. Физиката като наука и взаимовръзката ú с другите науки

Науката възниква като явен резултат от човешкото любопитство. Желанието ни да разберем причините за случващото се около нас, да изучим възможността да го управляваме и подчиним на нашата воля, като че ли се явяват основополагащата причина за възникването ú.

Това любопитство е част от същинската природа на човека и следователно науката възниква заедно с появата на първите разумни човеци. В древността хората, изследващи природата в нейната цялост и взаимовръзки, са били наричани **философи** (от гръцки - *φιλόσοφος* - „обичащ мъдростта"). С увеличаването на знанията ни за природата в различните ú аспекти, възникнала необходимостта от тяхното систематизиране. Така постепенно и неусетно се обособили отделни научни области (философия, социология, математика, физика, химия и т.н.). Понастоящем имаме доста ясно обособени науки, но в редица случаи все пак тяхното разделяне е твърде условно.

Общоприето в миналия век е било схващането, че физиката е науката, занимаваща се с неживата природа. Съществуването на науката „биофизика" понастоящем обаче опровергава това схващане, тъй като предмет на тази наука е живата материя. Науките, както и представите ни за природата и взаимовръзките в нея водят до един непрекъснат процес на възникването на нови научни области, отпадане на предишни, замяна на съдържанието на вече съществуващи, появата на хибридни науки и др.

Съществуващата силна и много ясна научна връзка между областите химия, физика и биология е довело до обособяването им в общо научно направление - **природни науки**. Примери за тази тясна връзка могат да бъдат дадени безброй, но нека се спрем на няколко. Процесите, разглеждани в химията се подчиняват на законите на физиката. Видът и типът на взаимодействащите атоми определят какво вещество ще се получи при дадена химична реакция, а физиката се занимава именно с определянето на видовете взаимодействия, тяхната посока и големина. Връзката между тези две науки е толкова тясна, че в много случаи е много трудно въобще да се определи къде „свършва" физиката и къде „започва" химията.

Биологията се занимава с изследване на процесите в живата природа. Те обаче отново се базират на междуатомни и междумолекулни взаимодействия, водещи до самоорганизация в клетки, тъкани и органи. Самоорганизацията на нано- и микро- ниво също е предмет на изследване във физиката. Освен това, процесът на предаване на информация в организмите става чрез нервни импулси. Те на практика са електромагнитни сигнали, разпространяващи се по законите на физиката и познати ни от електродинамиката и електростатиката. Скоростта и способността за провеждане на електрически импулси зависи от типа на молекулите. Изучаването на спецификата на химичните връзки и начините за свързването на атомите са предмет на физиката и химията. Следователно съществува органична връзка между тези три науки, като границата между тях е доста условна.

Физиката не бива да бъде разделяна и от математиката. Благодарение на универсалния език на математиката, ние физиците можем да изразяваме природните закони с формули. **Формулите** показват точната количествена връзка между различните фактори, влияещи на дадено явление. Например ако знаем, че увеличаването на парите ни, **P**, зависи от броя часове работа, **R**, от образованието ни, **O**, от страната, в която живеем, **S**, и от възрастта ни, **W**, то можем за всеки един фактор да въведем буква и да получим формула, даваща общата взаимовръзка на всички фактори. Ако някой от изброените фактори влияе по-силно, то можем да използваме методите на математиката (степенен или експоненциален закон например) за да изразим това, при което може да се оформи коректната крайна формула. Например:

$$P = R.\exp(O).S^5/W \qquad (1.1)$$

Физиката е **фундаментална наука**, което означава, че тя трябва да изследва основните процеси в природата. Инженерните науки са **приложни**, което подсказва, че основа на приложните науки са фундаменталните. С други думи казано, постиженията на физиката се използват в инженерството за построяването на машини и съоръжения (*домакински електроуреди, медицинска апаратура, мобилни телефони, телевизия, телекомуникации и мн. други*) подобряващи нашето ежедневие. Тук трябва да споменем, че съществуват и хибридни специалисти – например инженерна физика е такава. Специалистите в тази област се ползват както от фундаменталните знания по физика, така и от възможността да ги приложат и достигнат до реални разработки.

a)

b)

Фигура 1.1. *Развитие на телевизионната техника:* ***a)*** *един от първите апарати (лампов телевизор) - https://sonachavdadotcom.wordpress.com/2012/08/;* ***b)*** *съвременен телевизор с плосък екран и гъвкав течно-кристален LCD дисплей - http://www.gizmag.com/lg-display-magnetic-wallpaper-oled-tv-panel/37626/pictures#2.*

Връзката на физиката с другите науки не е едностранна. Понякога необходимостта от нови прибори в някоя от другите науки, може да доведе също до тласък в развитието на физиката. Пример за такава връзка са диагностичните медицински уреди (напр. *сонографи, скенери, апарати базирани на магнитно-резонансния метод, лазерна диагностика*) за ранно и по-точно диагностициране на различни заболявания, което изисква по-задълбочени физични изследвания на взаимодействието на различните лъчения с живата материя. Друга причина за по-нататъшното развитие на физиката е разбира се желанието ни за по-добър и комфортен живот – та кой може да си представи съвременния ни живот без телевизор, интернет или мобилен телефон? При разработването на първите телевизори са били приложени законите на физиката, при което са произведени сложни по същество, но примитивни от съвременна гледна точка апарати (*Фиг.1.1а*). С времето желанието на потребителите на телевизори било да имат все по-добра картина. Желанието на производителите пък - да се преборят с конкуренцията и да имат по-високи печалби. Така се стигнало до усъвършенстване на телевизорите и бурното развитие на физиката в областта на изследване на течните кристали и плазмата. Като следствие от това развитие съвременните телевизори са с течно-кристални или плазмени дисплеи (*Фиг.1.1b*). От чисто научна гледна точка се оказва, че плазмата е четвъртата форма за съществуване на материята, а течните кристали заемат междинно място между течност и твърдо тяло. Двата нови вида открита материя имат специфични и отличаващи се физични свойства от другите основни видове (*твърдо, течно, газообразно състояние*).

Най-наболелите проблеми на съвременността са свързани с намиране на начини за запазване на нашата планетата. По-нататъшното развитие на физиката и другите науки ще даде решението им - чрез получаване на нови материали, още по-дълбокото разбиране на процесите в природата, изследване на космическото пространство и морските дълбини. Новите знания ще ни позволят по-ефективното използване на ресурсите на планетата, намаляване количеството на отпадъците, създаване на алтернативни източници на енергия и мн. др.

1.2. Подразделяне на физиката

Макар и доста условно, физиката се разделя на поддялове (поднауки). Съществуват различни такива, като класификацията и наименованията на поддяловете става по определен критерий.

По критерий подход за разглеждане на явленията различаваме теоретична и експериментална физика. **Теоретичната физика** се опитва да опише разглежданите явления с широкото прилагане на методите на математиката, докато **експерименталната физика** се базира на опит, получен в лабораториите. Очевидно е, че единствено съчетаването на двата подхода и работата в колектив дава пълната и ясна картина, описваща дадено явление. Все пак за различните учени, някой от двата подхода обикновено има превес.

В зависимост от конкретния предмет на изследване (типа явления), исторически са се обособили следните основни дялове на физиката:

- **механика**, която се занимава с описанието на движението на телата и причините, които го пораждат;

- **молекулна физика** и **термодинамика**, занимаващи се със строежа на веществата и със свързаните с това свойства на материята;

- **електричество и магнетизъм** – област, която се занимава със способността на телата да се зареждат и с явленията, произтичащи от това;

- **оптика** – занимаваща се с взаимодействието на светлината с веществата;

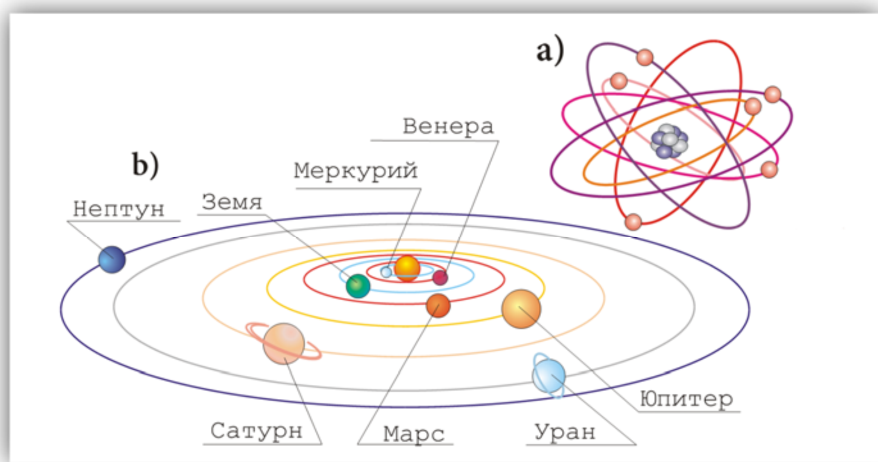
- **атомна физика и физика на елементарните частици**, която се занимава с атомите, като градивни елементи на всички тела и с произтичащите от това феномени;

- **квантова механика** – една сравнително нова наука, която описва особените ефекти, които възникват при разглеждане на движението с големи скорости (сравними със скоростта на светлината) и отчитайки дискретния характер на материята.

Дадената класификация е само частична. Изчерпателна такава, включваща всички възможни критерии е на практика сложна и изключително обемна задача, която не е основна цел на настоящия курс. Все пак си заслужава да бъдат споменати някои нови и изключително актуални научни области например: хранителна физика, физико-химия, нано-физика, физика на полимерите, физика на диелектриците и др. При обособяването им е заложен принципът на разделяне според конкретната проблематика, която се третира.

1.3. Основни методи и подходи във физиката

Основният похват при работа във физиката е наблюдението. Той е прилаган още от древните философи. Наблюдавайки природата те достигали до заключения, които синтезирали и изказвали гласно във вид на **хипотези**. Формирането на хипотеза поставя началото на всяко научно изследване. Изказването на теза, или хипотеза се прави и до днес.



Фигура 1.2. *а) Модел на строежа на атома на Ръдърфорд;* ***b)*** *Планетарен модел на Слънчевата система.*

За да продължи изследването, трябва да се потвърди или отхвърли изказаната хипотеза. За целта се разработва подходяща система (модел). **Моделът** е "образ", съответстващ на дадената хипотеза, построен на базата на известни понятия и позволява да се направи полезна аналогия. Моделът може да е истинско устройство, но може да е и набор от подходящи, вече известни и доказани твърдения. Например за изясняване на природата на светлината, при изказана хипотеза, че това е вълна, е бил разработен т.нар. вълнов модел на светлината. Аналогията тук е с вълната, наблюдавана върху повърхността на вода, в която е хвърлен камък. Светлинната вълна не може да се наблюдава, но се оказва, че резултатите от разпространението на двете вълни са сходни и следователно такъв модел позволява създаването на аналогия и доказване на хипотезата. Друг пример е моделът на атома на Ръдърфорд (*Фиг.1.2a*). Според него атомът се състои от ядро в центъра и обикалящи около него електрони. Тук е търсена полезната аналогия между движението на планетите около Слънцето (*Фиг.1.2b*).

Понякога, за да бъде създаден правилен модел на изказаната хипотеза, трябва да „извадим" (отделим) явлението от заобикалящата го среда. Това се прави в случаите, когато в нея има фактори, влияещи и способни да променят резултатите от модела. В такива случаи казваме, че използваме **абстракция** (от латински думата *abstractus – разделям, отделям, изваждам).* Често абстракцията не може да се реализира в действителност, а е само мислена конструкция. Например абстракция е движение по повърхност без триене. Реално можем само да построим модел на повърхности с намаляващо триене - в началото може да се разгледа движение в пясък, да се премине към движение по твърда повърхност и да се завърши с такова по лед. Реално е много трудно да се премахне триенето (*трябва да се създаде вакуум, но това променя концепцията за движението генерално*), но на базата на подходящите разсъждения, може да се създаде абстракцията на движение без триете. Великите Аристотел, Галилей и Нютон използват именно такава абстракция. Направените на базата на техните абстрактни модели изводи са толкова важни, че именно те изграждат съвременната ни концепция за движението на телата.

В ежедневието си ние много често използваме изрази като „според теорията" и „това е теоретично вярно". Но какво е теория във физиката? **Теорията** е твърдение, което може да обясни както качествено, така и количествено дадено явление, като с нейна помощ може да се дадат очаквания за резултата при наличие на това явление. Пример е теорията за първичния взрив на вселената, при който се създават всички химични елементи и се формират планетите, галактиките и др. Много често в науката термините модел и теория се използват като синоними, но това не е правилно. Моделът трябва да е сравнително прост и да запазва сходството с разглежданото явление, докато теорията има много по-общ смисъл.

На базата на физичните изследвания се създават физичните закони. **Законите във физиката** имат достатъчно общ характер и описват добре даден клас явления. Много често физичните закони се записват с формули, даващи взаимната връзка на **физичните величини** (факторите на средата), определящи явлението. За да се превърне едно твърдение (хипотеза) в закон, то трябва да е потвърдено експериментално. Всеки закон има област на валидност и приложението му е ограничено само за нея.

Важно е да се прави разлика между законите, с които се регулират взаимоотношенията във всяко общество и тези във физиката. В обществото законите са правила, които зависят от нашия мироглед и се променят с времето (*затова те се различават в различните страни*), докато законите в природните науки имат фундаментален характер, те не зависят от нас и ние не сме в състояние да им влияем и да ги променяме.

Най-важният факт, на който трябва да обърнем внимание е, че както вече стана ясно, науката е плод на човешкото мислене. Тя се реализира с помощта на нашите сетива и отразява само тази част от природата, достъпна ни чрез тях. Понастоящем, за създаването на адекватни модели, за доказването на научните хипотези, се налага да „разширим" нашите сетива чрез създаването на специални уреди, апарати (*термометри, барометри, микроскопи, спектроскопи и мн. други*) или подходи (*компютърно моделиране на реални системи и симулиране на тяхното поведение*).

Нека например помислим върху това защо е било нужно изобретяването на термометъра и как той спомага за разширяване на нашите сетива. Експерименталната хипотеза, която трябва да се провери е дали водата в една чаша е топла или студена. Такава елементарна задача може да се окаже с грешен отговор, ако ръката, с която се тества водата е била преди това на студено или топло място. За да се убедите, направете следния експеримент:

Напълнете един съд с много топла вода, а друг с ледени кубчета. Подгответе още един съд с хладка вода. Потопете едната си ръка в първия съд, а другата във втория съд и постойте така около минута. След това извадете ръцете си и ги потопете една след друга в третия съд. Какво усещате?

Ами да, когато ръката, престояла в топлата вода потопим в хладката, имаме чувството, че водата е студена. Когато поставим обаче ръката престояла в леда, ни се струва, че водата е топла.

Както вече беше изяснено, за доказването на разглежданата хипотеза е нужен подходящ модел. Когато нашите сетива могат да повлияят на резултата, следва да се абстрахираме от тях т.е. следва да се премахне човешкото, субективно влияние и да бъде използван независим уред, който да даде правилния резултат – такъв уред в нашия експеримент би бил термометърът.

В медицината също много често се налага доказването на дадена хипотеза (*установяване на наличие и тип на заболяване*) чрез разширяване на сетивата ни – това става чрез прилагане на съвременните диагностични уреди (*рентгенов, ултразвуков, с ядрено-магнитен резонанс*).

1.4. Мерни единици и представяне на големи и малки числа

Законите във физиката описват не само качествено, но и количествено изследваните явления. Следователно е наложително въвеждането на съответни „мерки“, наречени **мерни единици.**

Нека направим малка ретроспекция назад във времето. С възникването на търговията се появяват и първите проблеми, които ще доведат до развитието на физиката. При размяна на платове, при покупка на земи или при продажба на зърно или масло, основният проблем бил свързан с честното определяне на цената на дадената стока. Отначало, като мерило за определяне стойността на плат, е била използвана дължината на костта от китката до лакътя … но тогава високите хора печелели, защото имали по-дълги кости. Дължината на земята се мерела в стъпки или крачки. Тук се срещаме със същия проблем – кой има по-големи стъпала и кой по-дълги крачки? Стоки като пшеница, царевица и др. не можели да бъдат разменяни на брой зърна! Всички описани ситуации можем да обобщим, като проблем с липсата на еталон за единична мярка (или мерна единица).

Така в желанието си да направят продажбите по-справедливи, хората постепенно въвели „мерила“ за всички разменяни или продавани стоки. Интересна особеност е, че почти във всяка страна и континент мерните единици били различни. И до ден днешен все още например имаме километър в Европа и миля в Америка, Целзий в Европа и Фариенхайт в Америка.

Таблица 1.1. *Основни мерни единици в система SI*

Наименование	Означение	Физична величина
килограм	kg	Маса
метър	m	Дължина
секунда	s	Време
ампер	A	Електричен ток
кандела	cd	Интензитет на светлината
мол	mol	Количество вещество
Келвин	K	Температура
радиан	rad	Равнинен ъгъл
стерадиан	sr	Пространствен ъгъл

С напредването на глобализацията и развитието на световната търговия все повече се налага нуждата в цял свят да се работи с единни мерни единици. Така много лесно ще стане преценяването на справедливостта на дадена цена например. Понастоящем в научните среди се използва единна международна система за мерни единици, наречена **системата SI (System International).** Според тази система, съществуват 7+2 независими мерни единици, наречени **основни**. Всички останали мерни единици (наречени **производни**) могат да бъдат получени чрез тях. В някои случаи е разрешено и използването на **допълнителни** единици (*Нютон, Паскал и др.*). Те макар да не са основни, а производни по характер, водят до съкращаване на броя използвани букви, с което опростяват записа на съответната величина.

Основните единици на система SI са дадени в *Табл.1.1*, като:

- *Единицата за маса е равна на масата на международния прототип на килограма (цилиндър, изработен от сплав на платина и иридий), съхраняван в Международното бюро по мерки и теглилки (BIPM) в Париж;*
- *Единицата за дължина е дължината на пътя, изминат от светлината във вакуум за интервал от време 1/299792458 от секундата;*
- *Единицата за време е продължителността на 9 192 631 770 периода на лъчението, съответстващо на прехода между двете свръхфини нива на основното състояние на атома на Цезий-133;*
- *Единицата за електрически ток е постоянен електрически ток, който при протичане по два успоредни праволинейни проводника с безкрайна дължина и незначително кръгово напречно сечение, поставени на разстояние 1 метър един от друг във вакуум, създаващо между тези два проводника взаимодействие със сила 2.10^{-7} Нютона на всеки метър от тяхната дължина;*
- *Единицата за интензитет на светлината е силата на светлината в дадена посока от източник, излъчващ монохроматично лъчение с честота 540.10^{12} Херца и интензитет на лъчението в тази посока 1/683 вата на стерадиан;*
- *Единицата за количество вещество е количеството вещество на система, съдържаща толкова структурни единици (елементи), колкото атома се съдържат в 0,012 килограма Въглерод 12 (структурните единици са $6{,}023\times10^{23}$ или число на Авогадро);*
- *Единицата за термодинамична температура представлява 1/273,16 част от термодинамичната температура на тройната точка на водата;*
- *Радиан е ъгълът между два радиуса на кръг, които отрязват от окръжността му дъга, равна на неговия радиус.*
- *Стерадиан е пространственият ъгъл на конус с връх в центъра на сфера с радиус r, който отрязва от повърхността на сферата площ, равна на площта на квадрат със страна, равна на радиуса на сферата (r^2).*

Производните величини са онези, които се изразяват чрез основните. Смисълът на тази концепция можем да изясним със следните примерни задачи:

1) Намерете мерната единица за обем!

Обемът на една кибритена кутийка може да се намери като се измерят и умножат нейните дължина, ширина и височина. Тогава мерната единица за обем се получава от мерната единица за дължина, като:

дължина . дължина . дължина или в система SI: метър . метър . метър = m^3

Полученият резултат за мерната единица се записва като: [$\mathbf{m^3}$].

2) Каква е мерната единица за скорост?

Скоростта изразява бързината на движение и се получава като изминатият път се раздели на времето за изминаване му. Мерната единица за скоростта тогава се изразява чрез тези за дължина и време: метър / секунда.

Това се записва като: [**m / s**].

3) Каква е мерната единица за сила?

Използва се връзката между сила, F, маса, m и ускорение, a, като: $F = m.a$. Ускорението е промяната на скоростта за единица време, а мерната единица на скоростта беше получена в предния пример. Следователно ускорението се изразява чрез [**m/s**] / [**s**] = [**m/s²**].

Основната мерна единица за сила тогава е [F]=[m][a]= [kg].[m/s²] = [**kg.m/s²**].

Както се вижда от последната задача, мерната единица за сила в разглежданата система е [kg.m/s²]. Този запис е доста дълъг, поради което в система SI се допуска замяната на такива мерни единици с **разрешени**, макар и не основни. Така за сила е възприета мерната единица *Нютон* [**N**] .

Физиката е наука, която разглежда много различни феномени. Изследва, както атомите с техния строеж и взаимодействията между тях, така и галактиките с разстоянията между тях, техните системи, планети, изследва орбитите им и др. Размерите на атомите са от порядъка на 0, 000 000 000 1 [m], а междупланетните и междугалактическите разстояния надхвърлят стотици милиони километри. Например, разстоянието между Слънцето и Юпитер в нашата слънчева система е 778 500 000 000 [m]. Както се вижда от дадените примери, записването на числата в основните мерни единици понякога води до наличието на огромен брой цифри. За улеснение на учените и хората, които се интересуват от дадена област, са въведени два вида **опростяващи записвания**. Нека подчертаем, че числата сами по себе си не променят своята стойност, променя се само тяхното представяне.

Първият тип опростено записване е с **представки** (*Таблица 2*). Добавянето на представката става непосредствено преди основната мерна единица. Във всекидневието си ние много често използваме такива представки. Например казваме, че линийката е дълга 30 **санти**метра или че разстоянието между София и Пловдив е около 150 **кило**метра. Забележете, че и в двата дадени примера мерната единица завършва с основната - **метър** (*санти**метър**, кило**метър***). Ако трябва да изкажем същите числа с помощта на основните мерни единица в система SI, следва да кажем, че линийката е 0,3 метра, а разстоянието от София до Пловдив е 150 000 метра.

Друг начин за опростено записване е чрез представянето на числата като **степени на 10.** По този начин се използва само основната мерна единица (*Таблица 1.3*).

Таблица 1.2. *Представки на основните мерни единици в система SI. Даден е пример с основната мерна единица метър [m]*

За големи числа:			
Представка	**Символ**	**Число в основната мерна единица**	**Съответствие с представка**
кило	к	1 000	1 **к***m*
Мега	M	1 000 000	1 **M***m*
Гига	G	1 000 000 000	1 **G***m*
Тера	T	1 000 000 000 000	1 **T***m*
За малки числа:			
Приставка	**Символ**	**Число в основната мерна единица**	**Съответствие с представка**
санти	c	0, 01	1 **c***m*
мили	m	0, 001	1 **m***m*
микро	μ	0, 000 001	1 μ*m*
нано	n	0, 000 000 001	1 **n***m*

Таблица 1.3. *Представяне на големи и малки числа с помощта на степени на десет. Даден е пример с основната мерна единица метър [m]*

1 [m] = 10^0 [m]	
10 [m] = 10^1 [m]	0, 1 [m] = 10^{-1} [m]
100 [m] = 10^2 [m]	0, 01 [m] = 10^{-2} [m]
1 000 [m] = 10^3 [m]	0, 001 [m] = 10^{-3} [m]
1 000 000 [m] = 10^6 [m]	0, 000 001 [m] = 10^{-6} [m]
1 000 000 000 [m] = 10^9 [m]	0, 000 000 001 [m] = 10^{-9} [m]

2. Кинематика на материална точка при постъпателно и криволинейно движение

Механиката е дял от физиката, който изучава движението на телата и причините, които го пораждат. Тя се разделя на три поддяла – кинематика, динамика и статика. **Кинематиката** дефинира видовете траектории на телата, техните скорости и ускорения. Тя не се интересува от причините, които пораждат движението. Това е предмет на **динамиката**, която изследва причините, пораждащи движението и как се променя то съобразно тези причини. Третият раздел на механиката, наречен **статика**, се обособява поради изключителната важност на условията за равновесие на телата при построяването на сгради, мостове, съоръжения и машини.

Съвременните ни представи за движението се базират основно на заключенията на двама учени: Галилео Галилей *(Galileo Galilei, 1564-1642, Италия)* и Исаак Нютон *(Isaac Newton, 1643 – 1727, днешна Великобритания)* (*Фиг.2.1*). Любопитен факт е, че Нютон се ражда година след смъртта на Галилей като че ли предвещавайки приемствеността между двамата учени.

2.1 Отправна система – пространство и време

За да опишем движението, трябва да намерим необходимите за това физични величини. За целта можем да използваме житейския си опит. Ако някой ни каже, че самолет е пристигнал в Ню Йорк, със скорост 800 [km/h], ние раздразнено бихме попитали, но откъде е излетял, кой ден, в колко часа? Това само по себе си означава, че за да бъде едно движение разбрано, трябва да бъде добре дефинирано.

Фигура 2.1. *Портрети на учените, основатели на съвременната ни представа за движението:* ***a)*** *Галилео Галилей (Galileo Galilei) и* ***b)*** *Исаак Нютон (Isaac Newton).*

Забелязвали ли сте как във филми се показва, че героите се движат? Те трябва да останат винаги във фокус, поради това са през цялото време в центъра на екрана, а фонът зад тях се придвижва. Този простичък пример показва два от основните аспекти на движението. Единият е, че движението може да се докаже само, ако има поне една неподвижна точка, спрямо която се преценява отдалечаването на другото тяло. Ако и фонът (декорите), и героите се движат с еднаква скорост в една и съща посока, камерата ще направи запис, на който ще изглежда, че сцената е изцяло неподвижна. Другият аспект е относителността на движението т.е. на екрана по един и същи начин изглежда движението когато героите се придвижат отляво надясно спрямо декора например, или ако декорите се движат в противоположна посока т.е. отдясно наляво.

Със сигурност сте усетили последния ефект, ако сте пътували с влак. Когато се качите във влак, а на съседния перон има друг неподвижен такъв, при бавното потегляне на единия от двата, сте се питали дали това е вашият или съседният. В такава ситуация търсим опора във видимите от нашето място части на постройката на гарата. Те със сигурност са неподвижни и спрямо тях правим коректния извод дали ние, или съседната влакова композиция е потеглила.

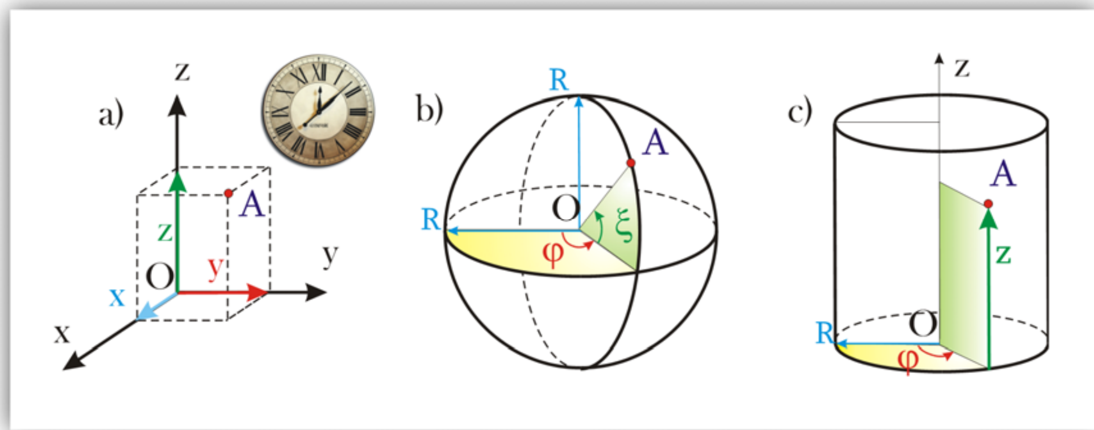
С помощта на тези примери стигаме до извода, че първата важна предпоставка за изследване на движението е да се дефинира **отправна точка** (или **отправна система**), спрямо която ще отчитаме движението.

Закупуването на един самолетен билет ще ни помогне да дадем по-абстрактен пример за отправна точка и да изясним и други аспекти на движението. Когато купуваме билет, първо казваме откъде ще тръгнем (например от летище София). Именно това е отправната ни точка. След това намираме в колко часа има полети по дестинацията, която сме избрали (например Берлин). Ако полетът по разписание е в 17:00 часа, то това дефинира и **началното време** на нашето предстоящо движение. При издаването на билета е написано и времето на пристигане, което за този полет е 18:20 часа.

Интересно е, че за обратен полет по дестинацията Берлин - София, при време на тръгване 15:15 времето на пристигне е 18:20. Забележете, че ако изчислим продължителността на полета по показаните на билета времена ще получим времетраене от 1 час и 20 минути за пътя София-Берлин, докато дестинацията Берлин-София отнема 3 часа и 5 минути. Привидно се получава грешка, защото разликата във времената е твърде голяма! Всъщност сигурно вече сте се досетили, че грешка няма, а получените разлики във времетраенето се дължат на различното локално време на двата града. Германия се намира в часова зона „+1 час“ от Гринуич, а България в зона „+2 часа“ от Гринуич. Ако изчисленията за продължителността на полета се направят по една от двете часови зони, времетраенето на полета ще е около 2 часа и 20 минути и в двата случая.

Този пример ни показва друга важна физична величина, която е свързана с движението – времето. Следователно, за да опишем едно движение се нуждаем от отправна точка, която задължително е свързана със собствен часовник. Отчитането на времето трябва да става само по този часовник т.е. коректният **краен момент** за движението е онзи, отчетен спрямо този часовник.

Казвайки, че ще летим от София към Берлин ние дефинираме не само колко разстояние ще пропътуваме, но и показваме направлението на движение. Във физиката величините, които имат големина и посока се наричат вектори, поради което при описание на движението е удобно да се въведат **радиус-вектори** (описани са по-долу), показващи направлението и точното местоположение на движещите се тела с времето.



Фигура 2.2. *Отправна система, състоящата се от координатна система снабдена с часовник: a) правоъгълна координатна система; b) сферична координатна система; c) цилиндрична координатна система.*

Във физиката, много често движението се описва не спрямо точка, а спрямо по-сложна отправна система, която се състои от координатна система и свързан с нея часовник (*Фиг.2.2)*. Координатната система обикновено се състои от три взаимноперпендикулярни оси *Фиг.2.2а*, дефиниращи **правоъгълна координатна система**. В нея всяка точка от пространството се определя еднозначно с три числа, наречени координати (x,y,z) - това са разстоянията по всяка от осите спрямо началото на координатната система (т.О). Съществуват и редица други координатни системи. На *Фигура 2.2.b* е показна **сферична координатна система**, а на *Фигура 2.2.c* - **цилиндрична**. Въпреки очевидните разлики във вида на координатните системи и в тези две, всяка точка на пространството се описва еднозначно с набор от три координати, като за сферичната система това са (R, φ, ξ) - първата координата е радиусът на сферата, а последните две са ъгли. За цилиндричната система с координати (R, φ, h), това са радиусът на основата на цилиндъра, ъгъл и височина.

За да са валидни общите изводи, относно движението (*т.е. то да се осъществавя във всяка точка на Земята по един и същи начин*) е необходимо пространството и времето да имат един и същи свойства навсякъде по Земята. За да осигурим това условие, следва да въведем определени характеристики на тези величини. Пространството трябва да е: **еднородно** т.е. свойствата на пространството са еднакви във всяка негова точка; **изотропно**, като свойствата му във всички посоки са еднакви; и обикновено то е **тримерно**, ако положението на всяка точка в пространството се дефинира еднозначно с 3 независими числа (координати).

Поради наложените изисквания за пространството валидността на законите, с които ще се занимаваме, е ограничена само за такива пространства. Следователно, тези закони не са гарантирано валидни в пространствата, свързани с черните дупки например, в които съществуват силни деформации във време-пространството.

Важността на физичната величина време е осъзната още в древността. Първите опити да се измери времето са направени чрез деня и нощта, сезоните и циклите на планетите. Така са създадени първите календари. Древните гърци намаляват и прецизират интервалите от време като измислят слънчевите (според мястото на сянката) *Фиг.2.3a* и пясъчните (според скоростта на изтичане на пясък през тънко гърло) *Фиг.2.3b* часовници. Първите по-съвременни часовници са тези с махало (*Фиг.2.3c*). При тях се използва периода на люлеене на махало. Най-новите и съвременни часовници се основават на лазерните и на кварцовите генератори. Много дългите времена се отмерват чрез времето на полуразпад на определени радиоактивни изотопи (*типичните времена на полуразпад са стотици години*). Наличието на такива елементи и точната им радиоактивност, помагат на археолозите да датират различни находки (исторически артефакти).

a)

b)

c)

Фигура 2.3. *Часовници:* ***a)*** *слънчев - http://www.imotdnes.com_/userfiles/2(210).jpg;* ***b)*** *пясъчен - https://s-media-cache-ako.pinimg.com/236x/9b/33/7d/9b337d144f39 d980a6 c0 0a510e5f1952.jpg;* ***c)*** *с махало https://en.wikipedia.org/wiki/ Pendulum_clock .*

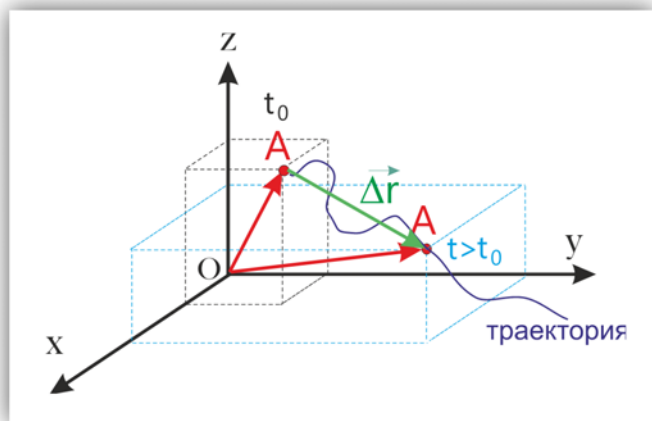
Формулите и законите, които ще разглеждаме в настоящата тема, са валидни при следните предпоставки за времето: то е **еднопосочно** – времето тече само от минали към бъдещи събития, което обуславя причинно-следствените връзки; **равномерно** - ако едно явление се случи днес, утре или в кой да е произволен момент, то протича по идентичен начин всеки път т.е. има еднаква продължителност; **изотропно** – във всички посоки във пространството даден процеп протича по един и същи начин.

2.2. Радиус-вектор, скорост, ускорение

Векторът, свързващ началото на координатната система с точката на интерес, се нарича **радиус-вектор** (*Фиг.2.4 – векторите* $\overrightarrow{OA}$). Тъй като началото на всеки така построен вектор съвпада с началото на координатната система, то координатите на края му (т.A в случая) определят напълно и еднозначно този вектор.

Ако точката A се движи, нейните координати ще се променят с времето, което води до промяна в нейния радиус-вектор. Следователно промяната на положението на точката с времето можем да проследим с помощта на изследване на промяната в радиус-вектора ú.

Ако точка A беше молив, то при движението си тя би оставяла следа, наричана **траектория** на точката A (*Фиг.2.4, начупената линия*). Дори и да няма реална следа, можем мислено да съединим местата, на които се намира точката A във всеки следващ момент от време. Така, по-строга дефиниция за траектория е мислената крива, която тялото описва с времето при движението си. Векторът, който свързва две точки от траекторията на точката се нарича **преместване,** $\overrightarrow{\Delta r}$ (*Фиг.2.4*), като това е най-късото разстояние между тези точки. **Изминатият път** е реалното разстояние, което е пропътувала точката A, следвайки траекторията си.



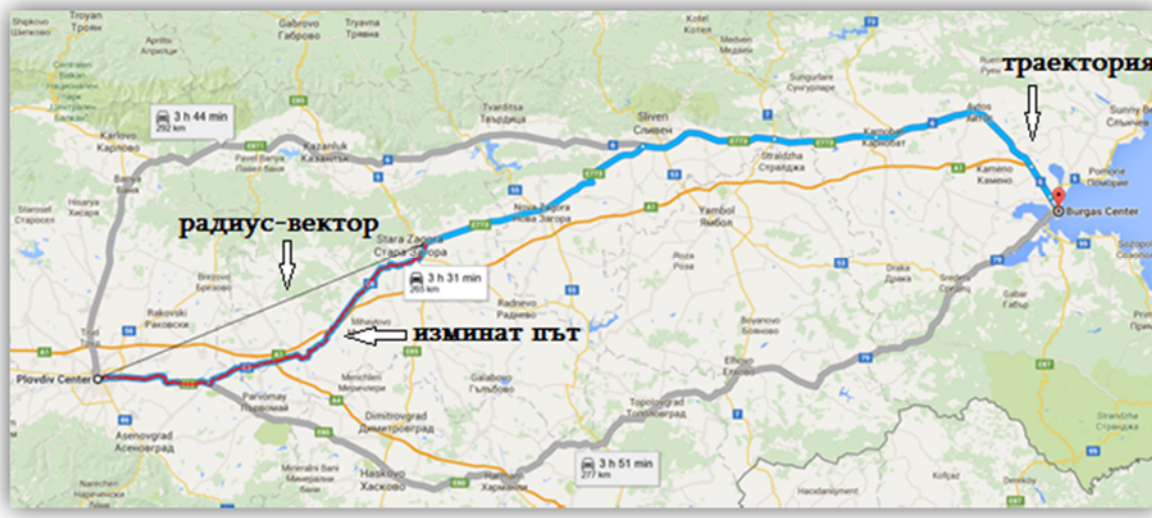
Фигура 2.4 *Радиус-вектор на точка A ($\overrightarrow{OA}$), в началния момент от време (t_0) и в по-късен момент от време (t); траекторията е начупената линия, а $\overrightarrow{\Delta r}$ е преместването на т. A.*

За да направим разликата между траектория, път и преместване по-ясна е добре да дадем един пример. Искаме да пътуваме с кола от Пловдив до Бургас. Тъй като не знаем пътя, планираме пътуване в интернет. Задавайки начало и край на пътуването, специализиран софтуер изчислява реалните пътища, по които можем да се придвижим. Ние не сме пътували все още, но вече имаме мислената крива, по която ще се движим. Това е нашата траектория (*Фиг.2.5*). След като сме готови, потегляме и някъде около Стара Загора някой ни се обажда по телефона, питайки къде сме. Ние отговаряме, че се намираме до Стара Загора, при което нашият събеседник прави заключението, че се намираме на около 78 km от Пловдив. Човекът, с когото говорим, не знае кой точно път сме избрали, но той прави заключението си свързвайки мислено с права линия Пловдив и Стара Загора. Това е всъщност нашето преместване (*Фиг.2.5* – векторът). Реално, ние не сме се движили по права линия, а сме следвали част от траекторията. Това разстояние, която реално сме пропътували е изминатият път.

Ако намерим формулата, която ни позволява да определим къде се намира точката във всеки един момент от време казваме, че сме определили нейния **закон за движение.**

За да се определи законът за движение, освен радиус-вектора (*или пътя, или преместването*) на точката е важно да се дефинират и другите физични величини, които характеризират движението. Такива са скоростта и ускорението.

От опит знаем, че когато скоростта е по-голяма се придвижваме по-бързо. Влиянието на ускорението пък изпитваме, когато автомобилът рязко сменя скоростта си. При внезапно спиране тялото ни се понася напред, а при бързо увеличение на скоростта имаме чувството, че залепваме за облегалката на седалката. Това е интуитивната ни представа за тези величини, а нашата задача тук е да дадем по-строга дефиниция на понятията и да въведем подходящи математическите формули, които ще ни позволяват да определяме скоростта и ускорението.



Фигура 2.5. *Траекторията е червената + лилавата линии, изминатият път е червената линия, а преместването е зелената линия.*

Скоростта, υ, показва бързината на движението. Тя се дефинира най-често чрез изминатият път, *S*, за единица време, *t* :

$$v = \frac{s}{t} \tag{2.1}$$

Мерната единица в система SI е [**m/s**]. Тази скорост може да бъде само положителна или нулева.

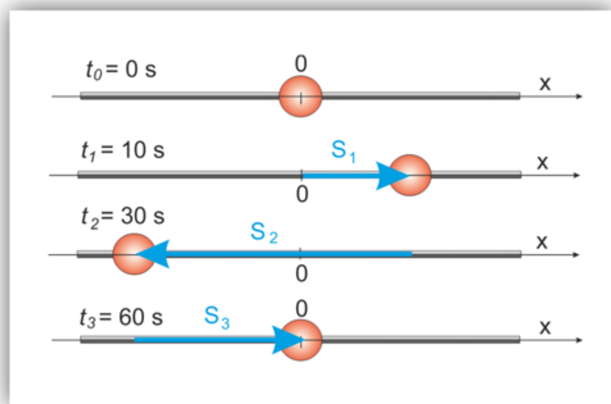
Ако използваме преместването на точката, а не изминатият път, то формулата за скоростта добива вида:

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \tag{2.2}$$

Така определената скорост може да бъде положителна, отрицателна или нула.

Забележете, че за означаването на векторните величини скорост и преместване се използва стрелка над буквеното означение на величината. Друг използван символ в означенията е гръцката буква Δ (делта). С нея означаваме разлики, например ако началният момент от време е t_0, а крайният е t_{end}, то $\Delta t = t_{end} - t_0$.

Макар двете формули за скоростта да изглеждат много подобни, то между тях има съществена разлика. За да онагледим тази разлика, нека разгледаме движението на топче, промушено с метална пръчка, както е показано на *Фиг.2.6.* Движението се осъществява по ос x. В момент $t_0 = 0\,s$ топчето започва движение надясно (в положителната посока на оста x), като до момент $t_1 = 10\,s$ то се е придвижило на разстояние $S_1 = 20\,cm$. За следващия интервал от време до $t_2 = 30\,s$ топчето се е придвижило наляво (в отрицателната посока на оста x) на разстоянието $S_2 = 50\,cm$. В интервала до $t_3 = 60\,s$ топчето се придвижва отново надясно на разстояние $S_3 = 30\,cm$, при което се връща в началното си положение. Скоростта на движение, пресметната чрез общия път (1 метър) и общото време (60 секунди) е:



Фигура 2.6. *Движение на топче по ос x.*

$$v = \frac{S}{t} = \frac{0{,}20+0{,}50+0{,}30}{60} = \frac{1}{60} \approx 0{,}017\ m/s \tag{2.3}$$

От друга страна скоростта, изчислена по преместването ще зависи от сумарния радиус-вектор т.е. от векторната сума на всички последователни премествания:

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r_1}+\vec{r_2}+\vec{r_3}}{t} \tag{2.4}$$

Като вземем предвид посоката на всяко преместване за скоростта получаваме:

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{r_1 - r_2 + r_3}{t} = \frac{0{,}20-0{,}50+0{,}30}{60} = 0\ \ m/s \tag{2.5}$$

От тази задача ясно се вижда, че при едно и също движение, скоростта може да се окаже с различна стойност, в зависимост от начина на пресмятане. На практика, такава разлика съществува когато разглежданите интервали от време са толкова големи, че позволяват тялото да смени посоката си на движение. В разглеждания случай получената и в двата случая скорост е средна за целия интервал от време, като във физиката за такива случаи се въвежда термина **средна скорост** и:

$$v_{av} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{v_{av}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \tag{2.6}$$

Индексът към скоростта "*av*" идва от английската дума за среден – *average*.

С помощта на средна скорост можем да преценим грубо колко време ни е нужно за да стигнем от дома до работа, например. Тази стойност обаче не ни дава възможност да опишем движението в детайли т.е. тя не ни дава информация дали движението през цялото време е било с еднаква или с различна скорост, колко често е била сменяна посоката или скоростта и т.н.

Тази липсваща информация може да се попълни, ако изследваме скоростта в много кратки интервали от време т.е. ако имаме данни за **моментната скорост** на движение. За пресмятането ú, трябва големината на интервала от време да е наистина „момент" т.е. да е почти равен на 0. Той обаче не може да е равен на 0, защото както се вижда от горните формули, скоростта няма да има смисъл (*ние не можем да делим на 0*). Все пак можем да намаляваме все повече и повече интервала Δt, докато той стане много, много малък. Тогава казваме, че сме достигнали граничната стойност (*Limes*) и че интервалът клони към 0 ($\Delta t \to 0$), макар в действителност той никога да не става точно равен на 0. С помощта на математическия език, изразите за двата вида моментни скорости придобиват вида:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \text{и} \quad \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} \tag{2.7}$$

В рамките на тези малки интервали от време скоростта, пресметната по пътя и по преместването, ще има на практика една и съща стойност. Времевите интервали са толкова малки, че тялото не може да прави резки промени в посоката си на движение. Въпреки това, векторната скорост дава по-детайлна информация, тъй като тя указва не само бързината на придвижване, но и посоката на движение. При изрази, съдържащи много малки интервали, символът „Δ" се заменя с буквата „d" и вече говорим за **диференциали.** Изразите за скоростите от (2.7) могат да се запишат като:

$$v = \frac{dS}{dt} \quad \text{и} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{\mathrm{d}t} \tag{2.8}$$

Казваме, че скоростта е **първа производна на пътя** (или радиус-вектора) **по времето**. Интересно е да се отбележи, че след като физиците достигат до тези изрази, математиците намират елегантни начини да намерят точно решение, дори и при много сложни движения. *Примерът всъщност е много показателен за връзката на физиката с математиката.*

В зависимост от поведението на скоростта, различаваме равномерно, ускорително и закъснително движения. **Равномерно** е движението с постоянна скорост, **ускорително** е движение, при което скоростта нараства, а при **закъснително** движение скоростта намалява.

Количествено, бързината на изменение на скоростта се дефинира чрез величината **ускорение**, като различаваме средно и моментно ускорение съответно:

$$\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \text{и} \qquad \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{2.9}$$

Мерната единица за ускорение в система SI е [**m/s²**].

При равномерно движение и покой, ускорението е равно на 0. Особен случай е движението с постоянно ускорение (a = *const*). При увеличаване на скоростта с постоянно ускорение говорим за **равноускорително движение**, а при намаляването ѝ за **равнозакъснително движение.**

2.3. Постъпателно движение – свободно падане, балистично движение

Според вида на траекторията си, телата могат да се движат постъпателно или въртеливо. **Постъпателно** е движението напред, назад, нагоре или надолу, като описаната траектория може да е права линия или крива. В този случай, всички части на тялото се движат по една и съща траектория, движейки се успоредно едно на друго. При движение по кръгова траектория или част от такава, телата се движат **въртеливо**. При такова движение траекториите на частите на тялото се различават.

Тук ще се запознаем с физичните величини, описващи постъпателно движение. В първата тема бе указано, че във физиката си служим с абстракции. За опростяване на изводите, при разглеждане на постъпателно движение се въвежда една такава, наречена материална точка. Тъй като всички точки от тялото се движат по успоредни траектории, е достатъчно да разгледаме само една точка от тялото. То ще бъде заменено от **материална точка**, която има маса, равна на общата маса на тялото, но няма размер и форма. Следствие от дефиницията е, че материалната точка може да осъществява само постъпателни движения, но не може да се върти.

Като пример за постъпателно движение, ще разгледаме **равнопроменливото движение** (с постоянно ускорение). За такова движение са валидни следните закони:

$$\vec{a} = const \quad \begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \vec{v}(t_0).t + \dfrac{\vec{a}.t^2}{2} & (2.10\ a) \\ \vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \vec{a}.t & (2.10\ b) \\ 2\vec{a}[\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)] = [\vec{v}(t)]^2 - [\vec{v}(t_0)]^2 & (2.10\ c) \\ \overrightarrow{v_{av}} = \dfrac{\vec{v}(t_0) + \vec{v}(t)}{2} & (2.10\ d) \end{cases}$$

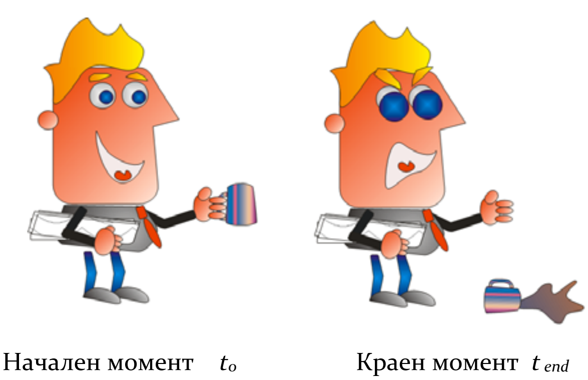
където $\vec{r}(t)$ е радиус-векторът на материалната точка в момент от време t, който ни интересува; $\vec{r}(t_0)$ е началният радиус-вектор на точката в момента t_0; $\vec{v}(t_0)$ е началната скорост в момента t_0; $\vec{v}(t)$ е скоростта в момента t; $\vec{a}$ е постоянното ускорение; $\overrightarrow{v_{av}}$ е средна скорост за интервала от t_0 до t.

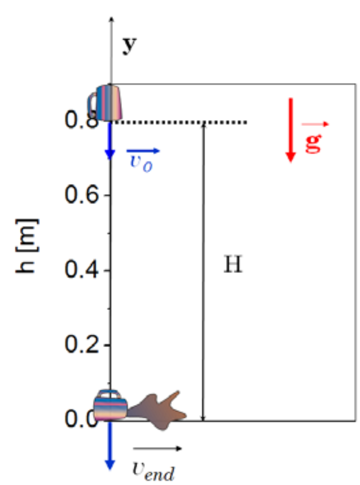
За по-нагледно представяне на начина за прилагане на горните формули ще разгледаме две конкретни задачи: свободно падане и балистично движение.

Свободно падане е случай на едномерно движение с постоянно ускорение. Такова движение има изпуснат предмет, падащ на пода например. Ускорението, с което предметът пада е постоянното земно ускорение, като $\vec{a} = \vec{g} = 9{,}81\ m/s^2$, с което телата се привличат от Земята. При изпускането, ние не прилагаме усилие върху предмета, поради което началната му скорост е 0.

Задача

Изчислете времето, за което изпусната от ръката на човек чаша, от височина H = 0,8 метра ще падне на земята и колко ще е нейната скорост при допира ú с нея. Съпротивлението на въздуха да се пренебрегне!





Фигура 2.7. *Реална ситуация и чертеж към задачата за падането на чашата.*

Дадено: H = 0.8 m, $\upsilon(t_0)=0$
Търсят се: $\upsilon(t_{end})$, Δt
Решение: На *Фигура 7.2.* е показана реалната ситуация и подходящия за решаване на тази задача чертеж. Движението е само по едно направление и нека приемем, "у" оста да съвпада с него. Движението е с постоянно ускорение (земното ускорение) и тогава можем да използваме формула (*2.10а,с*) за намиране на времето и скоростта в края на движението, съответно. Добре е да добавим индекс, указващ посока на движение, като двете формули добиват вида:

$$\overrightarrow{r_y}(t) = \overrightarrow{r_y}(t_0) + \overrightarrow{v_y}(t_0).t + \frac{\overrightarrow{a_y}.t^2}{2} \tag{2.11}$$

$$2\overrightarrow{a_y}\left[\vec{r_y}(t) - \overrightarrow{r_y}(t_0)\right] = \left[\overrightarrow{v_y}(t)\right]^2 - \left[\overrightarrow{v_y}(t_0)\right]^2 \tag{2.12}$$

От общия вид на формулите получаваме крайния като съобразим знаците на всички участващи в тях векторни величини с приетата за положителна посока на координатната ос, у. В конкретния случай всички вектори, насочени нагоре, ще са положителни и всички насочени надолу – отрицателни. Тогава началният радиус-вектор, $\overrightarrow{r_y}(t_0)$, който свързва началото на координатната ос 0.0 с местоположението на чашата е $\vec{r}(t_0) = +H$. Началото и краят на крайния радиус-вектор съвпадат и следователно $\overrightarrow{r_y}(t)$=0. Началната скорост е $\overrightarrow{v_y}(t_0) = 0$, тъй като разглеждаме свободно падане. Ускорението е насочено надолу, като $\overrightarrow{a_y} = -g = -9{,}81\ m/s^2$.
При отчитане на стойностите и посоките на всички величини горните формули се трансформират до:

$$0 = H + 0.t - \frac{g.t^2}{2} \tag{2.13}$$

$$-2g(0 - H) = \left[\overrightarrow{v_y}(t)\right]^2 - 0^2 \tag{2.14}$$

От първия израз получаваме времето, като:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2.0{,}8}{9{,}81}} \approx 0{,}40\ s \tag{2.15}$$

С помощта на втория, можем да изчислим скоростта:

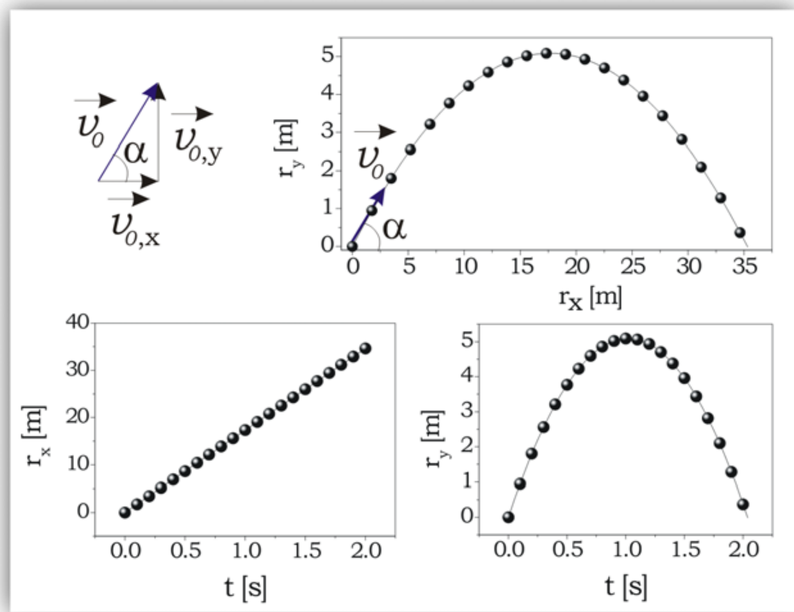
$$\left|\overrightarrow{v_y}(t)\right| = \sqrt{2gH} \approx 3{,}96\ m/s \tag{2.16}$$

Всъщност, с помощта на формула (*2.10 с*) можем да получим само модула на скоростта, като нейната посока следва да се извлече от физични съображения (*скоростта е на втора степен в израза*). Скоростта, с нейния знак може директно да бъде получена при прилагане на формула (*2.10 b*), като:

$$\overrightarrow{v_y}(t) = \overrightarrow{v_y}(t_0) + \overrightarrow{a_y}.t \tag{2.17}$$

$$\overrightarrow{v_y}(t) = 0 - g.t = -9{,}81.0{,}40 \approx 3.92\ m/s \tag{2.18}$$

Пример за двумерно движение с постоянно ускорение е т. нар. **балистично движение** (*Фиг.2.8*)**.** Такова е движението на изстреляния куршум, на ритната или хвърлена към друг човек топка и др. То се осъществява с преместване на движещото се тяло както във вертикална (*достига максимална височина и след това пада надолу*), така и в хоризонтална посока (*тялото се придвижва напред*).



Фигура 2.8. *Графика на балистично движение (горе, дясно), показваща реалната траектория на движение в координатна система (x,y). При решаване на задачи се използват две фиктивни движения, за всяка ос, със скорости равни на прокцията на скоростта по всяка от тях (горе, ляво). Долу са показани времевите зависимости на радиус-вектора за движението по оста x (ляво) и по оста y (дясно). Изчисленията са направени за начална скорост 20 m/s и ъгъл 30°.*

Решаването на задачи, свързани с балистично движение, се осъществява чрез представяне на общото движение чрез две фиктивни движения – едното по оста x, а другото по оста y. Фиктивните скорости за всяко от движенията се получават, като се намерят проекциите на вектора на скоростта по съответните оси. Ако скоростта е насочена под ъгъл α спрямо хоризонта, то двете компоненти на скоростта са (*Фиг.2.8*):

$$\overrightarrow{v_x}(t_0) = \vec{v}(t_0).\cos\alpha \tag{2.19 a}$$

$$\overrightarrow{v_y}(t_0) = \vec{v}(t_0).\sin\alpha \tag{2.19 b}$$

Обърнете внимание, че:

$$|v(t_0)| = \sqrt{\overrightarrow{v_x}(t_0)^2 + \overrightarrow{v_y}(t_0)^2} \qquad (2.20\ a)$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{|\overrightarrow{v_y}(t_0)|}{|\overrightarrow{v_x}(t_0)|} \qquad (2.20\ a)$$

За всяко фиктивно движение прилагаме общите формули за движение (2.10 a - d), като поставяме съответните индекси. При пренебрегване на съпротивлението на въздуха:

a) За фиктивното движение по y, с постоянно ускорение получаваме:

$$\overrightarrow{a_y} = const \quad \begin{cases} \overrightarrow{r_y}(t) = \overrightarrow{r_y}(t_0) + \overrightarrow{v_y}(t_0).\,t + \dfrac{\overrightarrow{a_y}.\,t^2}{2} & (2.21\ a) \\ \overrightarrow{v_y}(t) = \overrightarrow{v_y}(t_0) + \overrightarrow{a_y}.\,t & (2.21\ b) \\ 2\overrightarrow{a_y}\left[\overrightarrow{r_y}(t) - \overrightarrow{r_y}(t_0)\right] = \left[\overrightarrow{v_y}(t)\right]^2 - \left[\overrightarrow{v_y}(t_0)\right]^2 & (2.21\ c) \\ \overrightarrow{v_{av,y}} = \dfrac{\overrightarrow{v_y}(t_0) + \overrightarrow{v_y}(t)}{2} & (2.21\ d) \end{cases}$$

b) за фиктивното движение по оста x с постоянно ускорение общият вид на уравненията е:

$$\overrightarrow{a_x} = const \quad \begin{cases} \overrightarrow{r_x}(t) = \overrightarrow{r_x}(t_0) + \overrightarrow{v_x}(t_0).\,t + \dfrac{\overrightarrow{a_x}.\,t^2}{2} & (2.22\ a) \\ \overrightarrow{v_x}(t) = \overrightarrow{v_x}(t_0) + \overrightarrow{a_x}.\,t & (2.22\ b) \\ 2\overrightarrow{a_x}[\overrightarrow{r_x}(t) - \overrightarrow{r_x}(t_0)] = [\overrightarrow{v_x}(t)]^2 - [\overrightarrow{v_x}(t_0)]^2 & (2.22\ c) \\ \overrightarrow{v_{av,x}} = \dfrac{\overrightarrow{v_x}(t_0) + \overrightarrow{v_x}(t)}{2} & (2.22\ d) \end{cases}$$

При балистично движението ускорението по оста x е 0 и формулите (2.22 a-d) се преобразуват до:

$$\overrightarrow{a_x} = const \quad \begin{cases} \overrightarrow{r_x}(t) = \overrightarrow{r_x}(t_0) + \overrightarrow{v_x}(t_0).\,t & (2.23\ a) \\ \overrightarrow{v_x}(t) = \overrightarrow{v_x}(t_0) & (2.23\ b) \\ 0 = [\overrightarrow{v_x}(t)]^2 - [\overrightarrow{v_x}(t_0)]^2 & (2.23\ c) \\ \overrightarrow{v_{av,x}} = \dfrac{\overrightarrow{v_x}(t_0) + \overrightarrow{v_x}(t)}{2} & (2.23\ d) \end{cases}$$

Връзката между двете фиктивни движения е времето. Съставяйки двойки от координатите на радиус-векторите за двете фиктивни движения в един и същ момент от време, можем да покажем реалната позиция на точката в пространството с нейната пълна скорост.

3. Динамика на материална точка

Динамиката е вторият дял от механиката, който ще разгледаме. Докато кинематиката описва начина на движение (траектория, скорост, ускорение), динамиката се занимава с причините за възникване на дадено движение. Нашите съвременни представи за това, какво кара телата да се движат са формулирани в 3 основни принципа, известни като принципи на Нютон.

3.1. Сили – основни представи, мерна единица, видове

Интуитивната ни представа за сила е свързана с акта на дърпане или тласкане при придвижването на някакъв предмет. Примери за такова действие е майката, бутаща количката с бебето си; дърпането на въже, минаващо през макара при повдигането на товар и мн. др. От тези примери се налага изводът, че за да предизвикаме движение, трябва да упражним усилие. С термините на физиката казваме, че **действаме със сила**.

Малко по-трудно за интуитивно възприемане е действието на сили, които не предизвикват преместване. Например опитът на един човек само с мускулна сила да премести каменен блок тежащ 300 кг. ще остане неуспешен. Въпреки това, човекът ще упражни усилие в стремежа си да отмести камъка и следователно той ще действа със сила. Умората на човека ни подсказва, че човекът наистина е приложил сила върху камъка.

Съществува и друг тип случаи на прилагане на сила, който заслужава внимание. Ковачите ударяйки с чук върху загретия метал изработват подкови, мечове и произведения на изкуството. Ударът с чук показва, че имаме прилагане на сила. Резултатът от прилагането на силата тук обаче не е придвижване, а деформация. Следователно, действието на силите може да се изрази не само в движение, но и в деформация.

Като обобщение **сила** ще наричаме физичната величина, характеризираща действието на едно тяло (или няколко тела) върху друго тяло (или система от тела), при което се изменя характера на тяхното движение, размерите или формата им.

Усилието, което предизвиква движение и/или деформация трябва да се приложи върху конкретното визирано тялото. Следователно силите имат **приложна точка**. Силата трябва да е така насочена, че придвижването да стане в желана посока. Следователно, силата трябва да бъде в същата посока. В зависимост от масата на тялото, което трябва да се премести, силата ще е по-голяма или по-малка. Тези задължителни условия за силите ги дефинират като векторни величини (имат големина и посока). Обикновено силите се означават със символа $\vec{F}$ и имат мерна единица в система SI - Нютон [**N**].

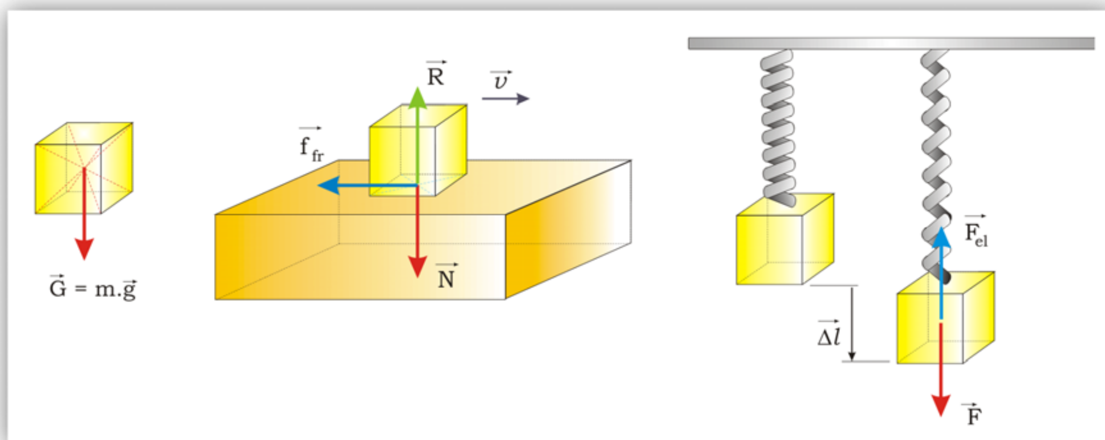
Характерно свойство на силите е, че те могат да се събират (**принцип на суперпозицията**). Нашето ежедневие ни убеждава в това. Например когато искаме да преместим тежките си мебели, които не можем да го помръднем сами, на помощ викаме добри приятели или съседи. Едновременното повдигане (или бутане) на мебелите от няколко човека, прави възможно желаното действие. Разбира се, задължително условие за успех е предварителното дефиниране на мястото на всеки, посоката на движение и правилната преценка на тежестта на предмета. Това гарантира коректна приложна точка, точна обща сила и правилна посока. В противен случай т.е. ако участниците дърпат в различни посоки, предметът може и изобщо да не помръдне.

От гледна точка на физиката, при действие на няколко сили, преместването на тялото ще се определи от **резултантната сила.** Тя е векторната сума на всички действащи върху тялото сили:

$$\overrightarrow{F_{res}} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \cdots + \overrightarrow{F_n} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i}\ , \tag{3.1}$$

където са сумирани n на брой сили.

В зависимост от начина на действие различаваме два вида сили. Ако искаме да преместим чрез бутане предмет, следва да се допрем до него т.е. да осъществим контакт с тялото. В други случаи, например силата предизвикваща падането на предметите върху земята, действа без да контактува с тях. Следователно можем да разделим силите на **контактни** и **безконтактни**. Примери за безконтактни сили са електромагнитните и гравитационните, докато контактни са например силата на натиск, еластичната сила, сила на реакция на опората. Като примери за сили ще разгледаме сила на тежестта, $\vec{G}$, на натиск, $\vec{N}$, на реакция на опората, $\vec{R}$, сила на триене $\overrightarrow{f_{fr}}$ и на еластичност, $\overrightarrow{F_{el}}$.



Фигура 3.1. *Видове сили.*

Преди повече от 400 години италианският учен Галилео Галилей установил, че всички тела падат върху Земята с еднакво ускорение, наречено **земно ускорение** ($|\vec{g}| = 9{,}81\ m/s^2$). Силата, свързана с наличието на маса на телата се нарича **тегло** или **сила на тежестта**, $\vec{G}$ (*Фиг.3.1*). Приложната точка на силата на тежестта е центърът на маси на тялото (*ще се запознаем с този термин по-късно*). Така всички тела, имащи маса, m и намиращи се в близост до Земята са свързани със сила на тежестта равна на:

$$\vec{G} = \vec{g}.m = 9{,}81.m\ [N] \tag{3.2}$$

Всъщност тази сила е следствие от действието на безконтактната гравитационна сила.

При поставяне на тяло с маса, m, върху повърхността на друго тяло (например върху земята) то ще упражни сила върху повърхността ú (*Фиг.3.1*). Приложната точка (*по-скоро повърхност*) е в мястото на допир между тялото и повърхността. Посоката на силата е надолу (към центъра на Земята). Тази сила се нарича **сила на натиск,** $\vec{N}$. Големината ú е равна на теглото на тялото (силата му на тежестта), но обърнете внимание, че приложната точка е различна.

Веднъж поставено, тялото упражнява сила на натиск, но в резултат на прилагането ú, тялото върху което е поставено първото, ще реагира с ответна сила. Тя се нарича **сила на реакция на опората**, $\vec{R}$ (*Фиг.3.1*). Големината на тази сила е равна на силата на натиск, но е обратна на посока на $\vec{N}$. Приложната точка е в мястото на допир на първото тяло с второто.

При допир на две или повече тела и при придвижването на тяло по повърхността на друго тяло възниква **сила на триене**, $\overrightarrow{f_{fr}}$. Тя е причината телата постепенно да намаляват скоростта си и да спират. Съществуват 3 вида сили на триене: при покой, при хлъзгане и при търкаляне.

Големината на силата на триене при покой се изразява чрез:

$$\left|\overrightarrow{f_{fr}^{\text{п.}}}\right| = k_{fr}^{\text{п.}}.\left|\vec{R}\right| , \tag{3.3}$$

където $k_{fr}^{\text{п.}}$ се нарича коефициент на триене при покой, а $\vec{R}$ е силата на реакция на опората. Триенето при покой не зависи от площта на триещите се повърхности, но се влияе от вида и състоянието на триещите се повърхности (*Таблица 3.1*). Триенето при покой е най-голямата от трите вида сили на триене. Макар да изглежда не особено очевидно, все пак факт е, че за начално задвижване на тежък предмет е нужно голямо усилие, докато за поддържане на движението усилието намалява.

Силата на триене при хлъзгане е винаги насочена обратно на посоката на движение на тялото (*Фиг.3.1*). Нейната големина е:

$$\left|\overrightarrow{f_{fr}^{\text{хл.}}}\right| = k_{fr}^{\text{хл.}}.\left|\vec{R}\right|, \tag{3.4}$$

където $k_{fr}^{\text{хл.}}$ е коефициент на кинетично триене, зависещ също от вида и състоянието на триещите се повърхности, а $\vec{R}$ е отново силата на реакция на опората. Някои стойности за $k_{fr}^{\text{хл.}}$, сравнени с тези за $k_{fr}^{\text{п.}}$ са дадени в *Таблица 3.2.*

Силата на триене при търкаляне има същата формула, както е най-малка по стойност. Тя се изразява чрез:

$$\left|\overrightarrow{f_{fr}^{\text{т.}}}\right| = k_{fr}^{\text{т.}}.\left|\vec{R}\right|, \tag{3.5}$$

където $k_{fr}^{т.}$ е коефициент на триене при търкаляне, а $\vec{R}$ е силата на реакция на опората.

Таблица 3.1. *Статични коефициенти на триене за някои видове взаимодействащи си повърхности* (*http://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d_778.html*)

Взаимодействащи си повърхности	Статичен коефициент на триене, $k_{fr}^{п.}$	
	Чисти и сухи повърхности	**Повърхности с лубрикант или смазочно масло**
Алуминий - Алуминий	1,05 – 1,35	0,3
Месинг - Стомана	0,35	0,19
Изтеглено желязо - Дъб	0,49	0,075
Автомобилна гума - Асфалт	0,72	
Графит - Графит	0,1	0,1
Графит - Стомана	0,1	0,1
Диамант - Диамант	0,1	0,05 – 0,1
Стъкло - Стъкло	0,4 - 1,0	0,09-0,6
Стъкло – Метал	0,5 – 0,7	0,2 – 0,3
Лед - Лед	0,02 – 0,09	
Кожа - Метал	0,4 – 0,6	0,2
Тефлон – Тефлон *Polytetrafluoroethylene (PTFE)*	0,04	0,04
Човешка кожа - метал	0,8 – 1,0	
Парафин – Сняг	0,14 (мокър сняг) 0,04 (сух сняг)	

Триенето може да има както отрицателен, така и положителен ефект. Износването на триещите се частите в редица конструктивни елементи показва отрицателното въздействие на тези сили. Тяхното положително въздействие се изразява например в по-голямата стабилност при движение по суха и леко грапава настилка (с голяма сила на триене), отколкото по заледен път (малка сила на триене).

Много тела в природата са видимо еластични т.е. могат да бъдат удължени или скъсени при прилагане на сила. На практика, всички тела притежават еластичност, като степента на удължаване или скъсяване зависи от свойствата им. Силата, свързана с това свойство, се нарича **сила на еластичност**, $\overrightarrow{F_{el}}$ и се дефинира чрез коефициента на еластичност на материалите, k_{el} (*стойността му се определя изцяло от свойствата на телата*) големината на получената деформация, $\overrightarrow{\Delta l}$. Тази връзка се нарича **закон на Хук** и има най-прост вид при едномерно опъване (или свиване) на тънка жица или пружина:

$$\overrightarrow{F_{el}} = -k_{el}.\overrightarrow{\Delta l} \tag{3.6}$$

Знакът минус изразява факта, че еластичната сила и полученото удължение са в противоположни посоки. Действието на този вид сила може най-лесно да се представи чрез пружина. На свободния край на вертикално закрепена пружина е поставена тежест (*Фиг.3.1*). Първоначално опъваме пружината (напр. с ръка), след което я освобождаваме. Тя се стреми да възвърне първоначалното си положение, като причината е именно действието на еластичната сила.

Таблица 3.2. Сравнителна таблица на стойностите на *статичните коефициенти на триене,* $k_{fr}^{\text{п.}}$*, и съответните им кинетични коефициенти на триене,* $k_{fr}^{\text{хл.}}$*, за някои видове взаимодействащи си повърхности* (*http://www.kshitij-iitjee.com/Forces-of-friction*)

Триещи се повърхности	Коефициенти на триене	
	$k_{fr}^{\text{п.}}$	$k_{fr}^{\text{хл.}}$
Стомана –стомана	0,74	0,57
Алуминий върху стомана	0,61	0,47
Мед върху стомана	0,53	0,36
Гума върху бетон	1,00	0,80
Дърво върху дърво	0,25 – 0,5	0,20
Стъкло върху стъкло	0,94	0,40
Дърво, покрито с восък върху мокър сняг	0,14	0,10
Дърво, покрито с восък върху сух сняг	-	0,04
Метал върху метал (лубрикиран)	0,15	0,06
Лед върху лед	0,10	0,03
Тефлон върху тефлон	0,04	0,04
Триене в ставите на човек	0,01	0,003

Както бе споменато по-горе, силата на тежестта е следствие от наличието на безконтактната **гравитационна сила**. Нютон наблюдавал падащите върху Земята тела. Той знаел, че те падат с постоянно ускорение и искал да установи каква сила създава точно това ускорение. Сигурно мнозина от вас са чували историята за паднала върху главата му ябълка. Не е ясно дали тази история е наистина вярна, но се предполага, че той е разсъждавал така: щом търсената сила кара телата да падат от стола (около 60 сантиметра), от върха на дървото (около 2 метра) или от висока сграда (около 30 метра), то тази сила вероятно действа и на много по-големи разстояния. Например трябва да действа и ако тяло се намира на Луната. Така ученият стигнал до заключението, че гравитационната сила е пропорционална на масите на взаимодействащите си тела, m_1 и m_2 и е обратнопропорционална на квадрата на разстоянието между тях, r_{12}:

$$F \propto m_1.m_2/r_{12}^2 \tag{3.7}$$

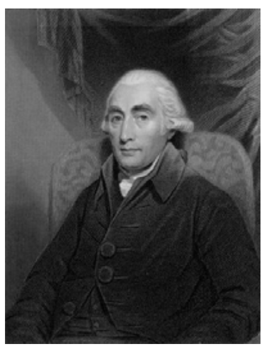
Символът „ $\propto$ “ се използва за означаване на пропорционалност.

За да се установи точната пропорционалност трябва да се намери константата на пропорционалност. В случая тя се нарича **гравитационна константа**, K и тогава:

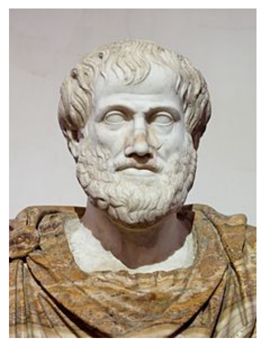
$$|F| = K.m_1.m_2/r_{12}^2 \tag{3.8}$$

Получената формула изразява **закона за всеобщото привличане на телата**. Посоката на действие на силата е по правата, свързваща двете тела.

При прилагане на този закон, възниква въпросът как да се определи коректно разстоянието между двете тела, имайки предвид, че те имат размери. В този случай отново се използва абстракцията **материална точка**. Реалните тела се заместват с материални точки, имащи маса равна на тази на реалното тяло и тяхното място в пространството съвпада с **центъра на тежестта** на тялото (*ще бъде разгледан по-късно*).



a)



b)

c)

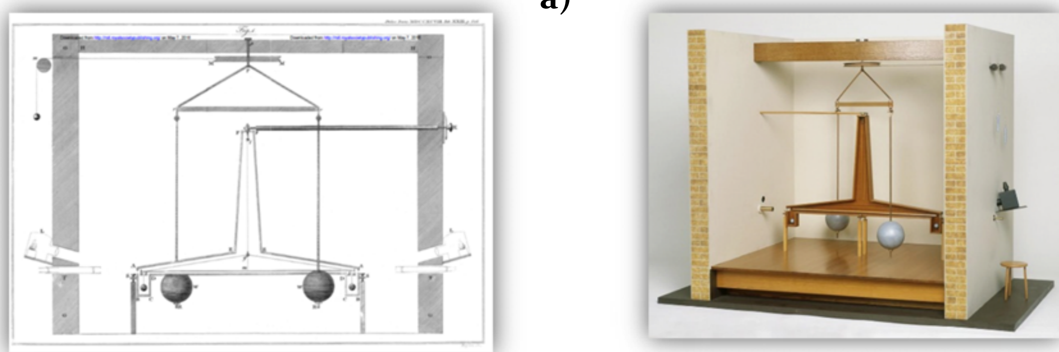
d)

Фигура 3.2. *Портрети на* **a)** *Хенри Кавендиш (http://en.r8lst.com/Ambitiously%20unbe lievable%20 pictures%20of%20Henry%20Cavendish;* ***b)*** *Аристотел (https://en.wikipedia.org/wiki/Aristotle);* ***c)*** *Йохан Кеплер (http://www.takeschoolhome.com/Channels/?attachment_id=362);* ***d)*** *Тихо Брахе (http://matemo livares.blogia.com/2016/febrero.php) .*

Числената стойност на константата K в закона за всеобщото привличане е била определена благодарение на изследванията на плътността на Земята, направени от Кавендиш (*Henry Cavendish, 1731-1810, Англия*) - *Фиг.3.2а.* Резултатите от своето изследване ученият публикува в статия на Кралското общество на Лондон (Cavendish H., *Experiments to determine the density of the Earth*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. 1798, 88, 469-526).

Идеята за експерименталната си постановка (*Фиг. 3.3*) Кавендиш заимства от други двама учени, но съзнавайки малката стойност на очаквания ефект и множеството фактори, които могат да внесат грешки, решава да използва не малка установка, а цяла затворена за цялото време на експеримента стая.

a) **b)**

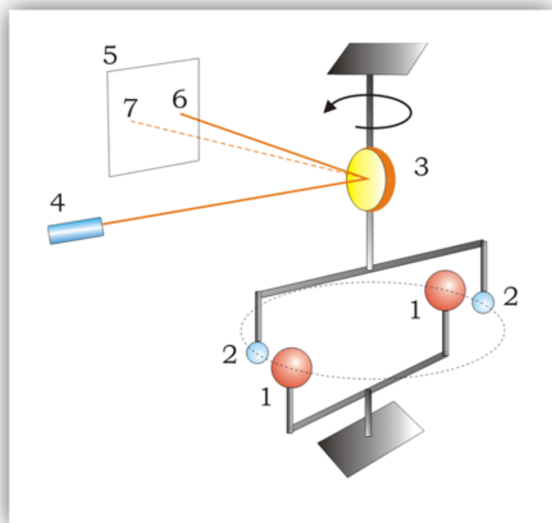


Фигура 3.3. а) *Схема на установката на Хенри Кавендиш, публикувана от автора (Cavendish H., Experiments to determine the density of the Earth, Phil. Trans. R. Soc. Lond. 1798* ***88****, 469-526); b) макет на същата установката.*

Основна част от установката били две двойки оловни топчета, различаващи се по своята маса. Малките топчета били свързани с помощта на тънки нишки и дървена пръчка, всички поставени в дървена кутия. Тя била закрепена стабилно за пода с четири винта. Горната част на окачването можело да се центрира с помощта на пръчка, излизаща извън стаята. Тежките топчета били окачени на медни пръчки, свързани посредством дървена пръчка и метални жици. Окачването им завършвало с централен пин, закотвен в тавана на стаята така, че топчетата да могат да се завъртат спрямо централната ос на установката. Завъртането на практика ставало с помощта на въже и макара, свързани близо до пина. За да отчита евентуалното привличане на различните по маса топчета, ученият създал скали от слонова кост (до всяко от топчетата), осветени от лампи. Наблюдението ставало през къси телескопи.

Системата с тежките топчета била поставяна в определено положение спрямо леките и е привеждана към осцилиране. Това движение се запазва за определено дълго време (повече от час), като разстоянието, на което биха застанали топчетата поради гравитационното привличане е максималното доближаване между топчетата по време на осцилациите.

По-съвременна версия на установка за определяне на гравитационната константа е показана схематично на *Фиг. 3.4* и се състои от: система от две еднакви тежки метални топчета (1), закрепени неподвижно за основа; симетрично разположени малки еднакви топчета (2), поставени на система от две взаимно перпендикулярни метални пръчки. В средата на горната пръчка е монтирано огледалце (3). То отразява светлината, идваща от източник (4), като отразеният лъч попада върху екран (5). При големи начални разстояния между топчетата (1) и (2) позицията на светлинния белег се наблюдавана в точка (6) на екрана. При постепенното доближаване на двете системи от топчета се стига до положение, при което след освобождаване на топчетата се наблюдава самоволно допълнително приближаване на двете системи от топчета. При това светлинният белег се премества в положение (7) върху екрана. Измерването на ъгъла на завъртане позволява определянето на *K*.



Фигура 3.4. *Схема на съвременна опитната постановка за определяне на гравитационната константа:*
(1) система от две еднакви тежки топчета, закрепени неподвижно;
(2) подвижна система от симетрично закрепени еднакви малки топчета;
(3) огледалце;
(4) източник на светлина;
(5) екран за отразения светлинен лъч;
(6) светлинен белег при голямо разстояние между топчетата (1) и (2);
(7) светлинен белег при доближени топчета.

Получената чрез дискутираните установки стойност е $K \approx 6{,}67x10^{-11}\ [Nm^2/kg^2]$. Определената константа имала изключително важно значение, тъй като тя дала възможност за първи път да бъде оценена масата на Земята. Получена била стойност от $m(Earth) = 5{,}98x10^{24}\ [kg]$.

Както беше споменато по-горе силата на тежестта е следствие от действието на гравитационната сила. Тогава силата от закона за всеобщо привличане и тази на тежестта трябва да са равни, ако тялото се намира в близост до Земята т.е.:

$$m_2.g = K.m_1.m_2/r(Earth)^2 \qquad (3.9)$$

Преобразуването на израза дава възможност за намиране на стойността на земното ускорение:

$$g = K.m_1/r(Earth)^2 \qquad (3.10)$$

където m_1 е масата на Земята. Полученият израз показва, че земното ускорение зависи от радиуса и масата на Земята, но не зависи от масата на падащото тялото.

Въпросът, който остава отворен, е как се осъществява действието на безконтактните сили. Нютон предположил, че гравитационната сила предизвиква образуването на **гравитационно поле** около всяко тяло. Всяко друго тяло, попаднало в такова поле изпитва въздействието на съответната гравитационна сила. Всъщност докато второто тяло попада в полето на първото, първото тяло попада в полето на второто. Ако разгледаме много тела в близка околност, то общото гравитационно поле, действащо върху дадено тяло, ще представлява резултантното, съставено от всички околни тела. Това резултантно поле се характеризира с **напрежение** (дефинирано като силата на единица дължина: F/m) и зависи от броя и взаимното разположение на околните тела. Полето се променя при всяко преместване на кое да е от телата, които го създават, но не зависи от тялото, което се разглежда.

3.2. Принципи на динамиката (на Нютон)

Пръв Аристотел (Ἀριστοτέλης*, 384 BC - 322 BC, Гърция*) (*Фиг.3.2b)* се опитва да намери връзката между движението и причините, които го пораждат. Според неговите възгледи, за да накараме тяло да се движи по хоризонтална повърхност, трябва постоянно да прилагаме сила. Той доказал, че колкото по-голяма е приложената сила, толкова по-бързо се движи тялото.

След него Галилей изказва хипотезата, че движението с постоянна скорост е точно толкова естествено, колкото е и състоянието на покой. Тогава ако искаме едно тяло да се движи равномерно по хоризонтална повърхност е достатъчно да приложим сила, равна на тази на триенето между повърхността и тялото. Ако няма триене тялото би се движило равномерно и праволинейно безкрайно дълго време.

Тези идеи възприел по-късно Нютон, който обобщава представите си в три основни принципа – **принципи на динамиката** (или **принципи на Нютон**).

Първият принцип на Нютон гласи, че всяко тяло съхранява състоянието си на покой или равномерно праволинейно движение, докато външни сили не го изведат от него.

Стремежът на телата да съхранят състоянието си на равномерно праволинейно движение или покой, наричаме **инертност на телата**. По тази причина много често този принцип се дефинира и като **закон за инерцията**. Отправни системи, в които този принцип е валиден се наричат **инерциални отправни системи**.

Инертността на телата се определя от тяхната **маса** т.е. от количеството вещество, което се съдържа в тях. Колкото по-голяма е масата на едно тяло, толкова по-трудно е да се промени неговото начално състояние и тялото да бъде спряно или ускорено. Масата обикновено се отбелязва с буква m. Нейната мерна единица в система SI е [**kg**]. Тя има само големина, но не и посока и следователно е скаларна физична величина. Масите могат да се сумират (*ако човек носи 5 [kg] картофи и 1 [kg] зеле, то той носи 6 [kg] общо*). Масата на тялото остава постоянна, ако движението му е със скорост много по-малка от скоростта на светлината.

Важно е да се прави разлика между маса и тегло. Масата, както я дефинирахме е свойство на тялото, което характеризира инертността му. Теглото е сила, като стойността му е равна на масата на тялото умножена по ускорението $\vec{G} = \vec{g}.m$ *Тогава, ако сме на Земята или Луната, масата на тялото ще е еднаква. Теглата обаче ще са различни, защото земното ускорение е 9,8 [m/s²], докато лунното ускорение е около 1,8 [m/s²].*

Вторият принцип на Нютон дава връзката между масата на тялото, приложената сила и полученото ускорение. Съвременната трактовка на този принцип гласи, че ускорението на тялото, $\vec{a}$, е правопропорционално на резултантната приложената сила, $\overrightarrow{F_{res}}$ и обратно-пропорционално на масата на тялото, m. Тялото се ускорява в направление, съвпадащо с посоката на резултантната сила:

$$\vec{a} \propto \overrightarrow{F_{res}}/m \tag{3.11}$$

Получената пропорционалност може да бъде заменена с равенство, при предположение, че коефициентът на пропорционалност е 1, като:

$$\vec{F} = m.\vec{a} \tag{3.12}$$

Вторият принцип позволява дефинирането на силата по нов начин - като действие, което е способно да ускорява телата.

Всъщност Нютон изразява количествено движението с величината **импулс, $\vec{p}$**. Това е векторна величина, равна на произведението на масата на тялото, m, и неговата скорост, $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m.\vec{v} \tag{3.13}$$

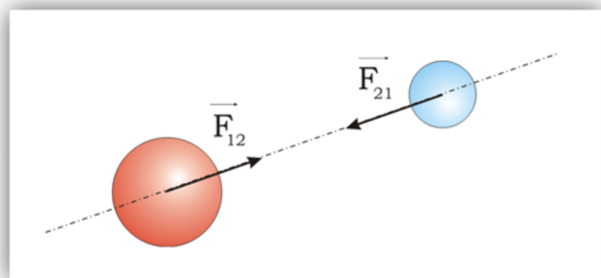
Именно чрез тази величина ученият формулира втория принцип, според който силата представлява изменението на импулса с времето:

$$\vec{F} = \frac{dp}{dt} \tag{3.14}$$

Тази формулировка е далеч по-коректна, защото описва и движението на тела, които променят масата си по време на движението.

Третият принцип на Нютон е известен като принципа на действието и противодействието. Докато първите два принципа описват влиянието на сили върху едно тяло, то този дефинира начина, по който си взаимодействат телата. Според него, ако едно тяло действа на друго със сила $\overrightarrow{F_{12}}$, то второто тяло ще действа върху първото с равна по големина и противоположна по посока сила $\overrightarrow{F_{21}}$ (*Фиг.3.5*):

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}} \tag{3.15}$$



Фигура 3.5. *Взаимодействащи си тела чрез техните сили.*

Третият принцип отговаря на въпроса откъде се появяват силите. Наблюденията показват, че силата, приложена към кое да е тяло, възниква в резултат на въздействие с друго тяло.

Нека дадем някои примери за приложението на третия принцип на Нютон. Когато чук удря гвоздей това предизвиква забиването на гвоздея в стената, но при това си действие чукът спира. Следователно трябва да приемем, че не само чукът действа върху гвоздея, но и обратното е вярно т.е. гвоздеят въздейства на чука.

Друг нагледен пример за действие-противодействие е носенето дълго време на тежка торба с неудобни дръжки. След като я пуснем и погледнем дланта си ще видим, че торбата е оставила следи. Тогава ние прилагаме сила, за да задържим торбата в ръцете си, но от друга страна торбата действа върху ръката ни като я деформира.

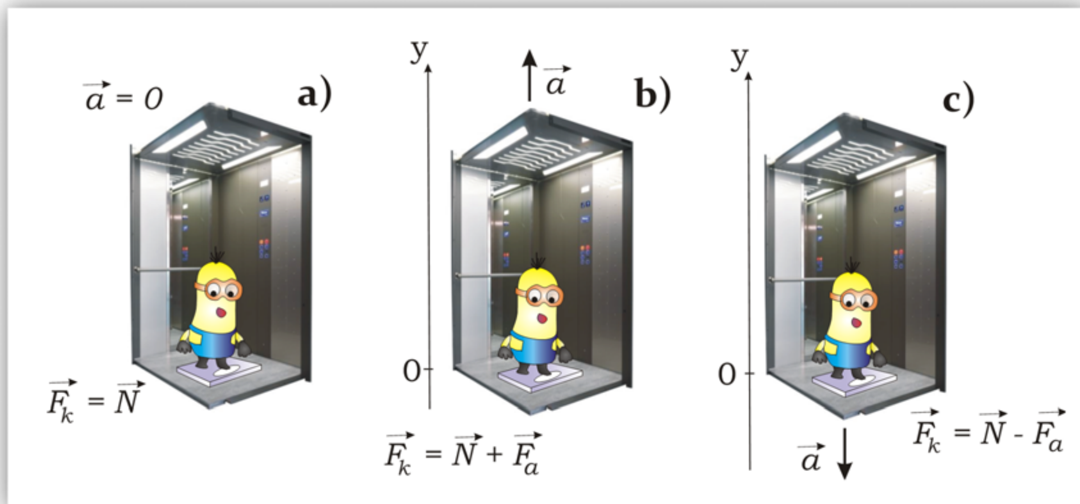
Сигурно сте забелязали също, че при стрелба с пушка, тя удря рамото на стрелеца. Това явление се нарича откат. То изразява също третия принцип на Нютон, като куршумът изхвърча напред, докато пушката противодейства премествайки се назад.

Интересен пример е също движението на ракетите. Изгорелите газове се изхвърлят с определена скорост от ракетата, като благодарение на това ракетата се придвижва напред със същата по големина сила, с която се изхвърлят изгорелите газове, но в противоположна посока.

Основният акцент в разбирането на този принцип е съществената разлика между силата на действие и тази на противодействие. Първата сила действа върху второто тяло, а второто тяло отговаря със сила, насочена към първото т.е. **силите са с различни приложни точки**. Така силата, с която дадено тяло действа на друго не променя по никакъв начин движението на източника на силата. Тя променя само тялото към което е насочена.

3.3. Безтегловност

Ако телата по някаква причина се окажат без тегло те не биха притежавали сила, с която да действат на друго тяло. В частност те не биха се привличали от Земята. Такова състояние наричаме **безтегловност**. Забележете, че тялото не губи своята маса, а само губи силата си на тежестта (теглото).



Фигура 3.6. *Човек върху кантарче, намиращ се в асансьор:* **a)** *стоящ неподвижно;* **b)** *движещ се нагоре;* **c)** *движещ се надолу.*

Нека си представим асансьор със стоящ в него върху кантарче човек (*Фиг.3.6*). Кантарчето представлява механична система, реагираща на силата на натиск. При неподвижен асансьор, силата която действа на кантарчето е теглото на човека, като:

$$\vec{N} = -\vec{G} = m.\vec{g} \tag{3.16}$$

Когато асансьорът тръгне нагоре, резултантната сила, действаща върху кантарчето ще е сума от силата на тежестта и силата, свързана с ускорението на асансьора. От втория принцип на Нютон (*приемаме за положителна посока на y-оста нагоре*):

$$\vec{F} = m.\vec{a} \tag{3.17}$$

и тогава резултантната сила, действаща на кантарчето ще е:

$$\overrightarrow{F_{res}} = \vec{F} + \vec{N} \tag{3.18}$$

$$\overrightarrow{F_{res}} = m.\vec{a} + m.\vec{g} \tag{3.19}$$

$$F_{res} = m(a + g) \tag{3.20}$$

Когато асансьорът тръгне надолу, резултантната сила, действаща върху кантарчето ще е отново сума от силата на тежестта и силата, свързана с ускорението на асансьора, но тук направлението на силата, свързана с ускорението на асансьора е насочена в противоположна на първия случай посока и резултантната сила, действаща на кантарчето ще е:

$$F_{res} = m(g - a) \tag{3.21}$$

Нека сега си представим, че ускорението a е равно по големина на земното ускорението т.е. $|\vec{a}| = |\vec{g}|$. Като следствие резултантната сила, действаща върху кантарчето ще стане равна на 0:

$$F_{res} = m(g - g) = 0 \tag{3.22}$$

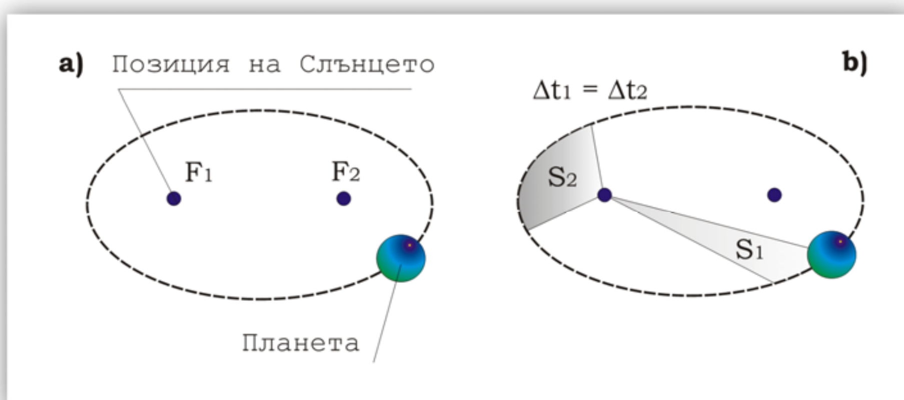
На практика това е случай на свободно падане. Щом сумарната сила е 0, то кантарчето ще показва 0 [N] т.е. човекът вече не тежи … или той е в безтегловност.

В междузвездното пространство също се постига безтегловност, но тя е резултат от липсата на близкостоящи планети. Следователно липсва гравитационно взаимодействие.

3.4. Закони на Кеплер

Пряко доказателство за верността на принципите на Нютон намираме при изследване на планетите с техните орбити около Слънцето и взаимоотношенията им. Макар самите зависимости да за били получени преди създаването на принципите на Нютон сега вече знаем, че те могат да бъдат директно изведени от тях, като взимаме предвид гравитационните взаимодействия.

Йохан Кеплер (*Johannes Kepler, 1571 - 1630 г., Германия*) (*Фиг.3.2c*), основавайки се на задълбочените изследвания на Тихо Брахе (*Tyge Ottesen Brahe, 1546-1601, Дания*) (*Фиг.3.2d*) прави изключително важните открития за начина на движение на планетите около Слънцето, известни понастоящем като **законите на Кеплер**.



Фигура 3.7. а) *Елиптична орбита на планетите от Слънчевата ни система. Слънцето се намира в някой от фокусите на елипсата (F_1 или F_2);* **b)** *Построение за втори закон на Кеплер, като площите $S_1 = S_2$, ако са получени за един и същи интервал от време т.е. ($\Delta t_1 = \Delta t_2$).*

Първият закон на Кеплер гласи, че траекторията на движение на всяка планета от Слънчевата система се осъществява по елиптична орбита, в един от фокусите на която се намира Слънцето (*Фиг.3.7a*).

Според **втория закон на Кеплер** всяка планета се движи с постоянна площна скорост т.е. ако прекараме въображаема линия, свързваща планетата със Слънцето, то тази линия описва еднакви по площ сектори за еднакви интервали от време (*Фиг.3.7b*).

Докато първите два закона се отнасят за отделни планети, **третият закон на Кеплер** дава връзката между кои да са две планети от слънчевата система, като отношението на квадратите на периодите, T, на обикаляне около Слънцето за всеки две планети, са равни на отношението на радиусите им до Слънцето, *r*, на трета степен:

$$\left(\frac{T_i}{T_j}\right)^2 = \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^3 \qquad (3.23)$$

където T_i и T_j са периодите (*времената за пълно завъртане на планетите около Слънцето*) т.е. на Меркурий, Венера, Земята, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран или Нептун, а r_i и r_j са съответните им **средни разстояния до Слънцето** (тъй като траекториите на планетите са елипси, то във формулата се налага да се използва средна стойност).

4. Кинематика и динамика на въртеливо движение

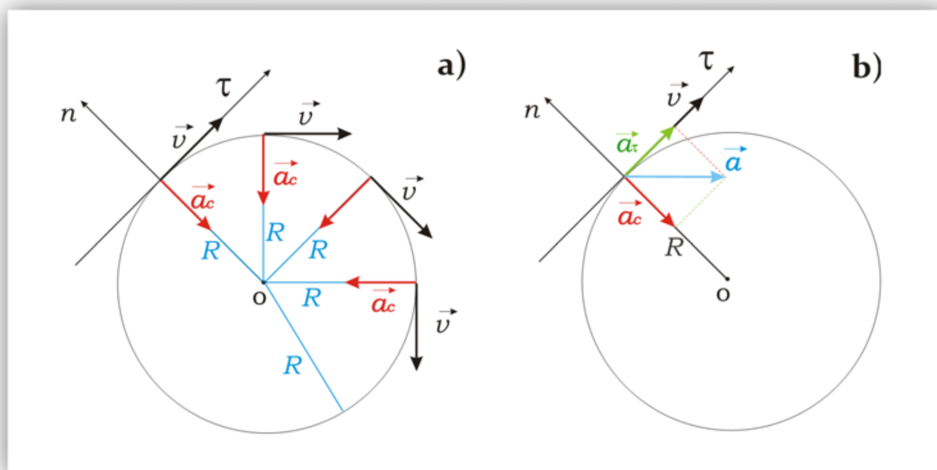
Разглеждането на реално съществуващите сложни движения може да бъде сведено до описване първо на постъпателното движение на центъра на тежестта на системата, като бъде допълнено от въртеливото движение на точките на тялото спрямо ос, минава през центъра на тежестта. Този подход показва и необходимостта от разглежданията, които ще направим тук.

4.1. Движение на материална точка по кръгова траектория

Нека си припомним общата дефиниция за ускорението, получено чрез векторната скорост:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{4.1}$$

Следвайки тази дефиниция, при движение по кръгова траектория с постоянна линейна скорост, υ, възниква интересна ситуация. Въпреки, че големината на скоростта е постоянна с времето, нейната посоката се мени (*Фиг.4.1а*) т.е. векторът на скоростта се променя. Като следствие от векторната природа на скоростта, при такова движение възниква ускорение.



Фигура 4.1. *Тангенциално и нормално ускорения при въртеливо движение.*

При постъпателно движение, векторите на скоростта и ускорението са по едно и също направление, но при въртеливо движение възникналото в резултат на промяна на посоката на скоростта ускорението е перпендикулярно на вектора на скоростта (*Фиг.4.1а*). Линейната скорост е по допирателната към траекторията, а ускорението е насочено към центъра на окръжността и се нарича **центростремително**. Големината на това ускорение се дава с израза:

$$|a_c| = \frac{v^2}{R} \tag{4.2}$$

където v е линейната скорост, а R е радиусът на траекторията.

При движение по кръгова траектория, но с променлива линейна скорост, освен центростремителното ускорение възниква и още едно. Това ускорение е както в случая на постъпателно движение, по направление на линейната скорост (*Фиг.4.1b*).

При описание на движение по кръгова траектория (или част от такава) много често се използва координатна система, имаща за начало самото тяло. По допирателната към кръговата траектория се построява едната координатна ос, наречена **тангенциална,** τ, а втората ос е насочена от тялото навън и минава през центъра на кръговата орбита. Тя се нарича **нормална, *n***. Взаимното разположение на двете оси е под 90°. Тази координатна система е неподвижно закрепена към тялото като всъщност се „върти“ заедно с него.

Предизвиканото от промяната на големината на линейната скорост ускорение се нарича **тангенциално** и се изразява като:

$$a_\tau = \frac{|dv|}{dt} \tag{4.3}$$

В общ случай на движение по траектория с радиус на кривината, *R*, общото ускорение ще се получи като сума от центростремителното (по нормалата) и тангенциалното ускорения, като големината му е:

$$|a| = \sqrt{a_c^2 + a_\tau^2} \tag{4.4}$$

Ъгълът, който ще сключва то спрямо нормалата може да се изведе от зависимостта:

$$tg\,\alpha = \frac{a_\tau}{a_c} \tag{4.5}$$

4.2. Основни дефиниции при въртеливо движение на реални тела

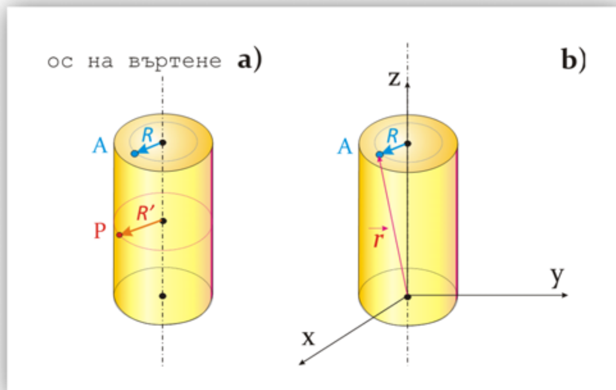
Въртеливото движение на реални тела, имащи много сложна форма, разпределение на масата, размери и специфика на оста на въртене представляват огромно предизвикателство за коректно и детайлно описание. По тази причина тук ще се спрем на един от най-простите примери, наречен **чисто въртене на идеално твърдо тяло около постоянна ос**.

Нека първо дадем дефиниции на споменатите термини. Според разбирането ни за сила, това е причината, която ще завърти тялото. От друга страна, силата може да предизвика деформация. Ако това се случи по време на въртенето, то траекториите на частите на това тяло ще бъдат изключително сложни. По тази причина, за опростяване на разглежданията ни, ще въведем термина **идеално твърдо тяло**, като тяло което не се деформира при въртеливо движение т.е. не променя големината и формата си. При малки скорости на въртене, това приближение е всъщност напълно правдиво.

Въртеливо движение, при което всички точки на въртящото се тяло описват идеални окръжности ще наричаме **чисто въртеливо движение** (*Фиг.4.2a*). От фигурата се вижда, че точка А описва траектория с форма на окръжност с радиус $\vec{R}$, докато точка P също се придвижва по окръжност, но с радиус $\vec{R'}$.

Мислената линия, оставаща неподвижна по време на въртенето се нарича **ос на въртене** (*Фиг.4.2a*). Центровете на кръговите траектории, по които се осъществява въртенето на точките от идеално твърдото тяло, лежат върху тази ос на въртене.

Обърнете внимание, че радиусът на въртене и радиус-векторът на една и съща точка са две различни понятия. Радиусът на въртене, $\vec{R}$, се отчита между оста на въртене и разглежданата точка (*Фиг.4.2b*). Той лежи в равнина, перпендикулярна на оста на въртене. Радиус-векторът съединява началото на координатната система с точката, както е показано на *Фиг.4.2b* за точка A в координатната система XYZ**.**



Фигура 4.2. *Чисто въртеливо движение на идеално твърдо тяло.*

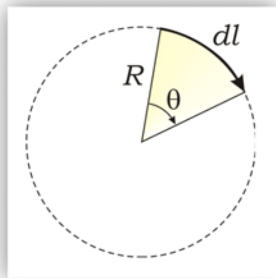
4.3. Кинематика на въртеливо движение: ъглово преместване, ъглова скорост, ъглово ускорение

При движение по кръгова траектория (окръжност) движението се осъществява с постоянен радиус на въртене, *R*. Можем да се възползваме от този факт и да представим движението в случая чрез нови кинематичните величини.

Първата величина, аналог на преместването при постъпателно движение, е **ъгловото преместване** (*Фиг.4.3*). Тя се дефинира като:

$$dl = R.d\theta, \qquad (4.6)$$

където $d\theta$ е ъгълът на завъртане в радиани [rad], а R е радиусът на въртене.



Фигура 4.3. *Ъгловото преместване, dl, зависи от радиуса на траекторията, R и ъгъла на завъртане, θ.*

Бързината на движение по кръговата траектория се описва с величината **ъглова скорост, ω**. Подобно на постъпателното движение може да се въведат средна и моментна ъглова скорост. **Средната ъглова скорост** се дефинира като промяната на ъгъла на завъртане , *θ,* с времето, *t*:

$$\omega_{av} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{4.7}$$

и в система SI се измерва в радиан за секунда [**rad/s**].

Моментна ъгловата скорост се въвежда чрез израза:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \tag{4.8}$$

Определянето на посоката на ъгловата скорост става по правилото на свитите пръсти на дясната ръка (*виж по-долу*).

Тъй като описанието на въртеливото движение може да стане както чрез линейната скорост, υ така и чрез ъгловата такава, ω, е добре да намерим връзката между тези две величини. Нека следваме дефиницията за линейна скорост и изразим преместването от *формула* (*4.6*):

$$v = \frac{dl}{dt} = \frac{d}{dt}(R.d\theta) = R\frac{d\theta}{dt} = R.\omega \tag{4.9a}$$

или във векторна форма

$$\vec{v} = \omega \times \vec{R} \tag{4.9b}$$

При векторно произведение, каквото представлява *формула* (*4.9b*) резултатът е също вектор. Неговата посока се определя от **правилото на изпънатата дясна ръка**. Палецът трябва да сочи посоката на първия вектор в произведението, опънатите пръсти се насочват по направление на втория вектор. Тяхното векторно произведение е в посока от дланта навън, перпендикулярно на нея.

При въртеливо движение величината, описваща промяната на скоростта с времето се нарича **ъглово ускорение**, α, което може да бъде **средно** (a) или **моментно** (b)**:**

$$\alpha_{av} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{4.10a}$$

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}\ , \tag{4.10b}$$

Мерната единица за ъглово ускорение е [**rad/s²**].

При описание на периодично повтарящи се движения, каквито много често са тези по кръгова траектория, се въвеждат и някои допълнителни величини. Например величината **честота**, ν (или f) показва броя на оборотите (*завъртанията*) на тялото за единица време. Тя е свързана с ъгловата скорост чрез израза:

$$\omega = 2\pi.\nu \tag{4.11}$$

Мерната единица за честота е Херц [**Hz**] и е равна на обратни секунди [s^{-1}].

Времето, необходимо на тялото да се придвижи веднъж по цялата траектория се нарича период, *T*, като:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{4.12}$$

Мерната единица за период е [**s**].

Големината на въведеното по-рано центростремително ускорение може да се намери не само с помощта на линейната скорост, но и благодарение на ъгловата скорост. Комбинирайки *формули* (*4.2*) и (*4.9a*) получаваме:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(R.\omega)^2}{R} = R.\omega^2 \tag{4.13}$$

Големината на тангенциалното ускорение може да изрази чрез ъгловото ускорение като:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R\frac{d\omega}{dt} = R.\alpha \tag{4.14a}$$

като във векторна форма зависимостта има вида:

$$\overrightarrow{a_\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R\frac{d\omega}{dt} = \vec{R} \times \alpha \tag{4.14b}$$

4.4.Закон за движение при постоянно ъглово ускорение

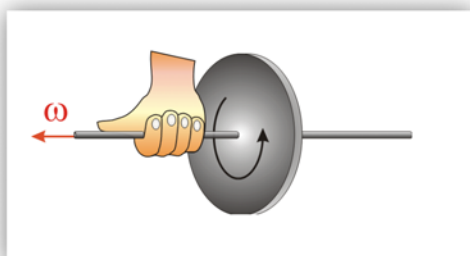
Движението с постоянно ъглово ускорение е частен случай на движение по окръжност. Зависимостите между величините при въртеливо движение спрямо ос са много подобни на тези, които изведохме при постъпателното движение:

$$\alpha = const \quad \begin{cases} \theta(t) = \theta(t_0) + \omega(t_0).t + \dfrac{\alpha.t^2}{2} & (4.15\ a) \\ \omega(t) = \omega(t_0) + \alpha.t & (4.15\ b) \\ 2\alpha[\theta(t) - \theta(t_0)] = [\omega(t)]^2 - [\omega(t_0)]^2 & (4.15\ c) \\ \omega_{av} = \dfrac{\omega(t_0) + \omega(t)}{2} & (4.15\ d) \end{cases}$$

$\theta(t)$ - е ъгълът на завъртане в края на въртенето; $\theta(t_0)$ е началната стойност на ъгъла на завъртане; $\omega(t)$ - е крайната ъглова скорост, а $\omega(t_0)$ е началната ъглова скорост; α е постоянното ъглово ускорение.

Въпреки явното сходство на формулите при постъпателно движение (*формули 2.10а-d*) и въртеливо движение (*формули 4.15-d*), между тях има важна разлика. При постъпателно движение величините, участващи във формулите са векторни. За разлика от тях, величините във втория случай се наричат **псевдовектори**. За да обърнем внимание на тази разликата, във всички формули по-горе отсъстват символите за вектор.

Възниква въпросът как да различим вектор от псевдовектор. Практическото правило е да си представим движението и отражението му в огледало. При постъпателно движение със скорост υ огледалният образ ще бъде движение успоредно на реалното движението т.е. и образът, и оригиналът ще се движат в една и съща посока. Такова е поведението на истинските вектори.



Фигура 4.4. *Правило на дясната ръка за определяне на посоката на ъгловата скорост.*

Ако обаче имаме тяло, което се върти по часовниковата стрелка и срещу него поставим огледало, то образът в огледалото се върти в противоположна посока. Такова поведение имат псевдовекторите. Поведението на величините ъглова скорост и ъглово ускорение е именно такова, затова те са псевдовектори.

Посоката на ъгловата скорост се определя от **правилото на свитите пръсти дясната ръка** (*Фиг.4.4*). Според това правило ако поставим дясната си ръка успоредно на оста на въртене, така че свивайки пръсти да последваме посоката на въртене, то палецът ни сочи направлението на ъгловата скорост. Това правило можем да запомним и мислейки за завиващ се в стена винт. При завъртане на винта, ъгловата скорост сочи посоката на постъпателно движение на винта т.е. ако го завиваме тя е в посока към стената, а ако го развиваме е от стената към нас.

За посоката на ъгловото ускорението трябва да направим някои разсъждения, защото тя зависи както от посоката на ъгловата скорост, така и от това дали с времето тя намалява или се увеличава. При неподвижна ос на въртене ъгловата скорост може да е свързана с въртене или по или против часовниковата стрелка и може да се променя по големина. Ако въртенето е обратно на часовниковата стрелка, както е показано на *Фиг.4.4.*

и големината на |ω| нараства с времето, то ъгловото ускорението има посока, както тази на ъгловата скорост. Ако обаче |ω| намалява с времето, то ъгловото ускорение е в противоположна посока.

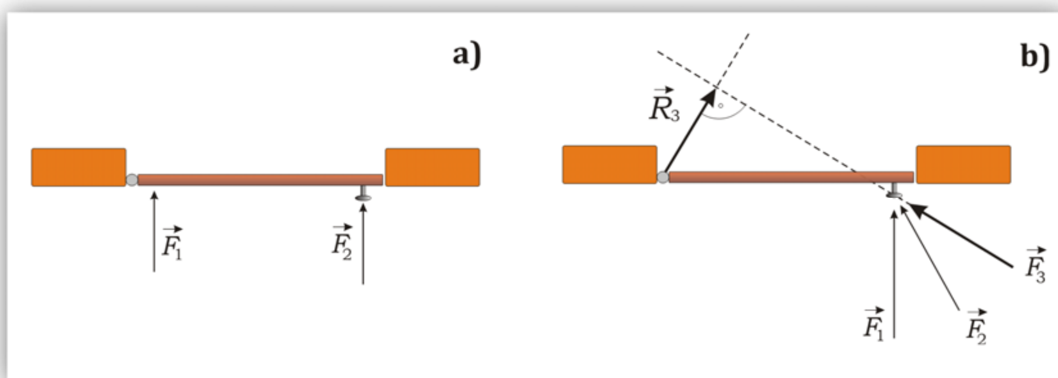
Ако пък въртенето е по часовниковата стрелка при |ω| нарастващо с времето, ъгловото ускорението е насочено надолу, като и ъгловата скорост. Ако обаче |ω| намалява с времето, то ъгловото ускорение има противоположна на скоростта посока т.е. сочи нагоре.

4.5. Динамика на въртеливо движение

Динамиката е свързана със силите, които предизвикват движението. При разглеждане на постъпателното движение въведохме различни видове сили, които продължават да действат и при въртеливо движение. В допълнение следва да обсъдим още веднъж полученото по-рано центростремително ускорение (*формула 4.2*). Това ускорение е резултат от нов тип сила, която се появява само при въртеливо движение и се нарича **центростремителна.** Посоката ú съвпада с тази на центростремителното ускорение, а големината ú според втория принцип на Нютон е:

$$F_c = m.a_c = \frac{m.v^2}{R} \tag{4.16}$$

След въвеждането на новите кинематични величини е добре да намерим подходящи динамични такива. Нека си представим затворена врата, която наблюдаваме отгоре (*Фиг. 4.5*). Вижда се, че дръжката за отваряне на вратата е от едната страна, а пантите от другата. Питали ли сте се някога защо?



Фигура 4.5. *Приложна точка на сила при въртеливо движение (a) и въвеждане на величината рамо на сила (b).*

Ако сте се опитвали да отворите открехна врата, натискайки близо до дръжката и близо до пантите, със сигурност сте установили, че е далеч по-лесно да отворите врата, ако правите това от най-отдалечения от пантите край (*Фиг.4.5a*). Именно това е и причината дръжките да са от този край!

Друг важен аспект за „лесното” отваряне на врата е и начина на прилагане на силата. Ако в една и съща точка (*Фиг.4.5b*) опитваме да бутнем под различни ъгли, ще установим, че ни се налага да приложим различно усилие. Най-малко усилие ни е нужно, ако бутаме перпендикулярно на вратата (*Фиг. 4.5b, сила F_1*).

Нашият житейски опит тогава показва, че завъртането зависи от големината и посоката на приложената сила и от отдалечеността ú спрямо оста на въртане. Сега следва да намерим начин с помощта на математична формула да изразим тази зависимост в термини на подходящите физически величини.

За описване влиянието на отстоянието на силата от оста на въртене се въвежда величината **рамо на силата,** $\vec{\boldsymbol{R}}$ (*Фиг. 4.5b, за силата F_3*). Това е векторът с начало оста на въртене и край върху направлението на силата. Графически това разстояние се намира, като спуснем перпендикуляр, минаващ през оста на въртене към линията, даваща направлението на силата (дадена с пунктирана линия за силата F_3).

С помощта на рамото на силата, $\vec{R}$, можем да въведем физичната величина, отразяваща влиянието на силата, $\vec{F}$ и начина ú на прилагане, наречена **момент на сила,** $\boldsymbol{\tau}$:

$$\vec{\tau} = \vec{R} \times \vec{F} \tag{4.16}$$

Мерната единица за момент на сила е [**N.m**]. Моментът на сила е величината, аналог на силата при постъпателно движение.

Съгласно втория принцип на Нютон, силата е пропорционална на ускорението и следователно при въртеливо движение следва моментът на силата да е пропорционален на ъгловото ускорение. Това твърдение можем да докажем, като започнем разглежданията си от втория принцип на Нютон за постъпателно движение и използваме връзката между линейно и ъглово ускорения:

$$F = m.a = m.(R.\alpha) \tag{4.17}$$

Във формулата за дефиницията на момент на сила заместваме израза за силата:

$$\tau = R.F = R[m.(R.\alpha)] = m.R^2.\alpha \tag{4.18}$$

Получихме връзката между момента на силата и ъгловото ускорение. Коефициентът на правопропорционост е (***m.R²***). При постъпателно движение ($F = m.a$) коефициентът на пропорционалност е масата, която се явява израз на инертността на телата. При въртеливо движение коефициентът на пропорционалност трябва да играе същата роля, откъдето идва и името на тази величина **инерчен момент,** ***I***:

$$I = m.R^2 \tag{4.19}$$

Мерната единица за инерчен момент е [**kg.m²**].

С помощта на новите величини, описващи въртеливо движение, вторият принцип на Нютон придобива вида:

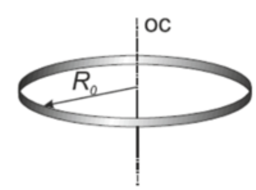
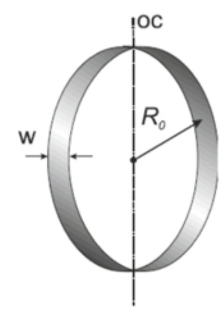
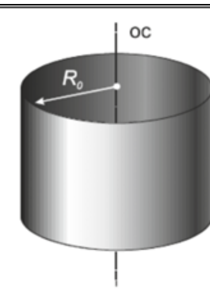
$$\tau = I.\alpha \tag{4.20}$$

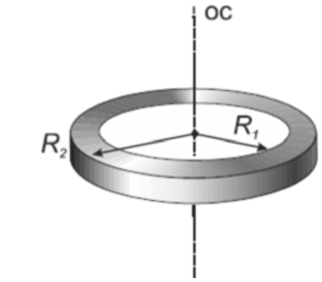
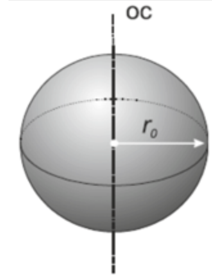
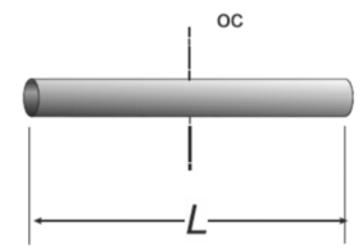
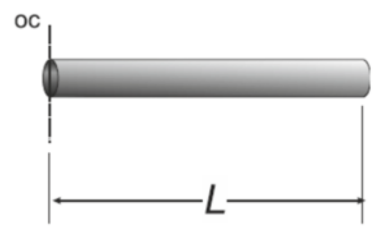
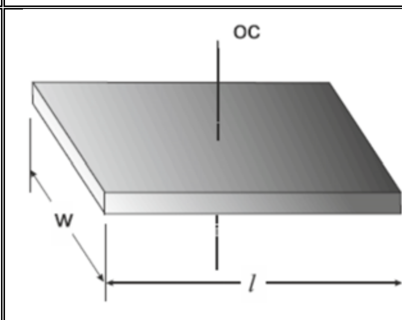
Полученият вид на инерчния момент е валиден за тяло с маса m при въртене по кръгова траектория с радиус R. Тази формула обаче не отчита размерите на тялото и възможното нехомогенно разпределение на масата. Ако разглеждаме въртене на система от тела, които запазват разстоянията помежду си непроменени, инерчният момент може да се представи като сума от инерчните моменти на всяко от телата. Тогава формулата за момента на силата придобива вида:

$$\tau = \alpha \sum_{i=1}^{n} m_i . {R_i}^2 \tag{4.21}$$

където m_i е масата на i-тото тяло; R_i е рамото на силата за същото тяло. Сумирането е по всички, n, на брой тела.

Таблица 4.1. *Стойности на инерчния момент и инерчния радиус за някои често срещани въртеливи движения с ос на въртене, минаваща през центъра на тежестта на въртящото се тяло.*

Вид на тялото: тънък пръстен с радиус, R_0 *Ос*: през центъра *Инерчен момент:* $\frac{1}{2} M.{R_0}^2$ *Инерчен радиус:* R_0	
Вид на тялото: тънък пръстен с радиус, R_0 и ширина, w *Ос*: по диаметъра *Инерчен момент:* $\frac{1}{2} M.{R_0}^2 + \mathrm{M}.w^2$ *Инерчен радиус:* $\sqrt{\frac{{R_0}^2}{2} + \frac{w^2}{12}}$	
Вид на тялото: плътен, твърд цилиндър с радиус R_0 *Ос*: през центъра *Инерчен момент:* $\frac{1}{2} M.{R_0}^2$ *Инерчен радиус:* $\frac{R_0}{\sqrt{2}}$	

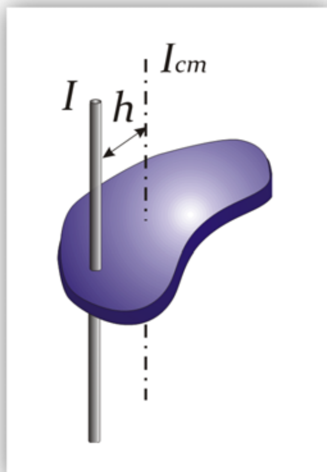
Вид на тялото: кух цилиндър с вътрешен диаметър R_1 и външен R_2 *Ос*: през центъра *Инерчен момент:* $\frac{1}{2}M({R_1}^2+{R_2}^2)$ *Инерчен радиус:* $\sqrt{\frac{{R_1}^2+{R_2}^2}{2}}$	
Вид на тялото: Твърда сфера с радиус r_0 *Ос*: през центъра *Инерчен момент:* $\frac{2}{5}M.{r_0}^2$ *Инерчен радиус:* $\sqrt{\frac{2r_0}{5}}$	
Вид на тялото: тънка пръчка с дължина L *Ос*: през центъра *Инерчен момент:* $\frac{1}{12}M.L^2$ *Инерчен радиус:* $\frac{L}{\sqrt{12}}$	
Вид на тялото: Тънка пръчка с дължина L *Ос*: През края *Инерчен момент:* $\frac{1}{3}M.L^2$ *Инерчен радиус:* $\frac{L}{\sqrt{3}}$	
Вид на тялото: Тънка правоъгълна пластинка с дължина l и ширина w *Ос*: През центъра *Инерчен момент:* $\frac{1}{12}M(l^2+w^2)$ *Инерчен радиус:* $\sqrt{\frac{l^2+w^2}{12}}$	

При завъртане на нехомогенно тяло масата се изменя постепенно и за да работим с достатъчна точност следва да заменим сумирането в горния израз с интегриране (*нов вид запис на сумирането*). Инерчният момент в този случай ще бъде:

$$I = \int R^2 dm \tag{4.22}$$

Използваният нов символ се нарича **интеграл**. Идва от разтеглената нагоре и надолу латинска буква „S".

Инерчният момент има различен явен вид в зависимост от формата и разпределението на масата на въртящото се тяло, както и от положението на оста на въртене. Някои стойности за често срещани случаи са дадени в *Таблица 4.1*.



Фигура 4.6. *Построение за пресмятане на инерчен момент при въртене спрямо успоредна на главната.*

В случай на въртене спрямо ос, която не минава през центъра на тежестта на тялото, за изчисляване на инерчния момент се използва **теоремата на Щайнер.** Оста на въртене в този случай е успоредна на **главната ос на въртене** (ос минаваща през центъра на масите – дадена с осова линия на *Фиг.4.6*). Общият инерчен момент е сума от инерчния момент, който бихме имали ако пренесен оста на въртене в центъра на масите, I_{cm}, и произведението на общата маса, M, по отстоянието на истинската ос на въртене от центъра на масите, h (*Фиг.4.6*):

$$I = I_{cm} + M.h^2 \tag{4.23}$$

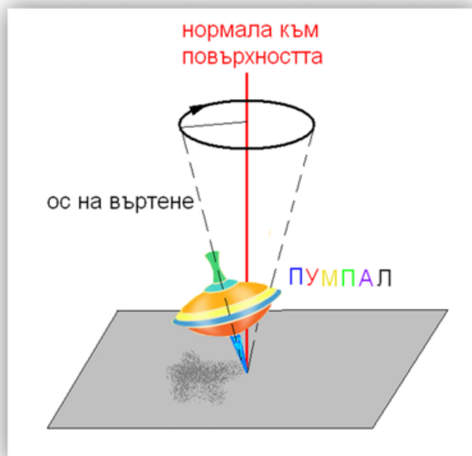
Величината, използвана от Нютон за количествено описание на движението е импулс. При постъпателно движение импулсът дефинирахме като произведението на масата и скоростта на движещото се тяло ($p = m.v$), а силата като промяната на импулса с времето ($F = dp/dt$). По аналог можем да намерим подобна величина при въртеливо движение. Вторият принцип на Нютон за въртеливо движение има вида даден с *формула* (*4.20*) ($\tau = I.\alpha$), който може да се преобразува с помощта на зависимостта от *формула* (*4.10b*)*:*

$$\tau = I.\frac{d\omega}{dt} = I.\frac{d(I\omega)}{dt} \tag{4.24}$$

Тогава величината (***I.ω***) е точно аналог на импулса. Тя се нарича **момент на импулса**, ***L***:

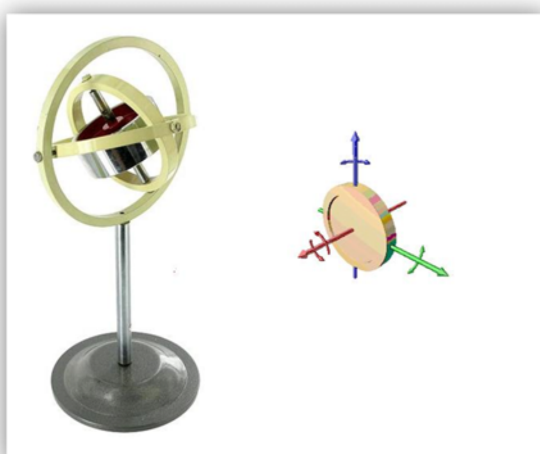
$$L = I.\omega \tag{4.25}$$

Движението по кръгова траектория с постоянна ос на въртене, както бе указано в началото на тема, е един много частен случай. На практика, ние много често се срещаме с въртене на тела спрямо свободна ос (променяща се с времето). Примери за такъв тип въртеливо движение са детската играчка пумпал (*Фиг.4.7*) и жироскопите (*Фиг.4.8*). Пумпалът има една свободна ос на въртене, като с времето тя се накланя постепенно спрямо вертикалата. Този феномен е наречен **прецесия**. Ако мислено си представим каква геометрична фигура описва оста на въртене, то това е конус с връх при върха на пумпала.



Фигура 4.7. *Движение на пумпал.*

Жироскопите (*Фиг.4.8*) са по-сложни устройства, имащи възможността да осъществяват въртеливо движение спрямо 3 свободни оси. Интересно следствие от спазването закона за запазване на момента на импулса (*ще бъде разгледан в следваща тема*) те могат да запазват общото направление на въртене постоянно, независимо от положението си в пространството. Този феномен е довел до прилагането им в летателните апарати за определяне посока на хоризонта и възстановяване на ориентацията на самолета в пространството. Независимо дали самолетът се накланя или не, оста на жироскопа винаги остава постоянна спрямо земята. Тя се използва за репер и спрямо нея да се изчисляват маневрите на летателните апарати.



Фигура 4.8. *Снимка на жироскоп с показани трите свободни оси на въртене.*

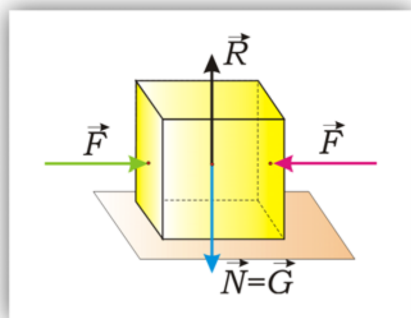
5. Статика

5.1. Равновесие и условия за равновесие

Ако едно тяло е в покой, казваме че то се намира в състояние на **равновесие**. Дялът от физиката, който се занимава с изучаването на равновесното състояние на телата се нарича **статика**.

Изследванията за равновесие са от много съществено практическо значение при проектирането на сградите, мостовете, машините и мн. др. За да са стабилни, те трябва да остават в равновесие независимо от условията на експлоатация. Ако условията за равновесие не са изпълнени сградите ще падат, мостовете ще се срутват, колите могат да започнат да се преобръщат.

Телата, които са предмет на нашите разглеждания се намират на Земята и следователно на всички тях им действа задължително поне една сила – силата на тежестта (гравитационната). Следователно състоянието на покой на телата се осъществява не защото те не изпитват действието на сили, а защото тези сили взаимно се уравновесяват. Разглеждането на тяло в покой тогава, трябва да започне с дефинирането на всички сили, които му действат. Следва да бъдем внимателни при това и да направим разлика между действащите сили и онези възникващи според третия принцип на Нютон. Разликата е в приложната точка - тук търсим само силите, които действат на тялото.



Фигура 5.1. *Действие на сили върху тяло, поставено върху основа.*

За да остане тялото в равновесие действащите върху него сили, независимо от посоката им на действие трябва да се уравновесят. Пример за действие на много сили в различни направления е даден на *Фигура 5.1.* От фигурата става ясно, че силите $\vec{F}$ се уравновесяват една с друга в хоризонтално направление, а силата на реакция на опората, $\vec{R}$, със силата на натиск, $\vec{N}$ се уравновесяват във вертикално направление.

Следователно едно от задължителните условия за равновесие е силите, които действат на това тяло да се уравновесяват. Но дали това е напълно достатъчно? На *Фиг. 5.2.* са показани два случая на прилагане на еднакви по големина сили с противоположни посоки към тяло окачено на нишка. В първия случай тялото ще остане в покой. Във втория случай обаче, тялото ще се завърти. Тук силите са отново равни по големина, но са приложени при ръбовете на кубчето. Различното положение на приложната точка на двете сили резултира в завъртане.

С помощта на тези разсъждения стигаме до допълнителното условие при равновесие, че действащите сили трябва да бъдат приложени в **центъра на тежестта** на тялото. Това правило гарантира нулеви моменти на силите (наричани още въртящи моменти).

Във физиката съществуват два термина – център на тежестта и център на масите. Ако земното привличане е еднакво за всички части на тялото, то центърът на тежестта съвпада с центъра на масите. Те биха се различавали само ако тялото е много голямо и за различни негови части земното ускорение има различна стойност.

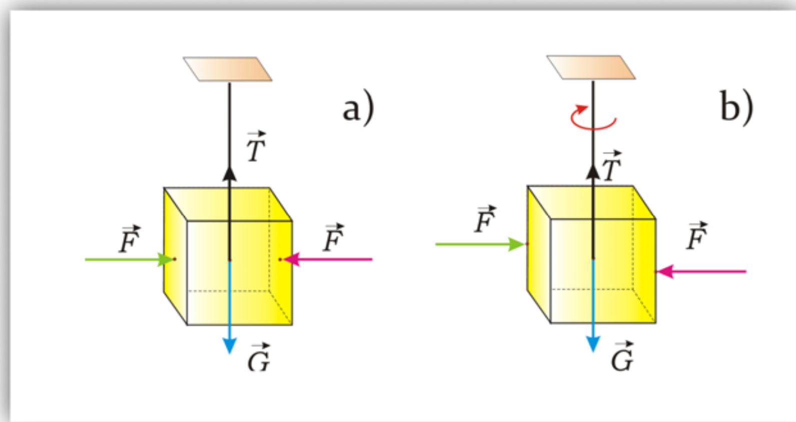
Сега вече можем да обобщим **условията за равновесие**, при които тялото остава в покой:

1) Векторната сума на всички външни сили, действащи на тялото трябва да е 0:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = 0 \tag{5.1}$$

Правилото трябва да е изпълнено за всичките три направления на пространството (x, y и z осите):

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}(x)} = 0 \qquad \sum \overrightarrow{F_{ext}(y)} = 0 \qquad \sum \overrightarrow{F_{ext}(z)} = 0 \tag{5.2}$$



Фигура 5.2. *Прилагане на сили, като силите на опън на нишката и на тежестта се уравновесяват във вертикално направление, а силите F са еднакви по големина и противоположни по направление а) приложени една срещу друга – тялото остава в равновесие; б) приложени при двата срещуположни ръба на тялото – предизвикват въртящ момент.*

2) Векторната сума на всички външни моменти на сили (въртящи моменти) трябва да е 0:

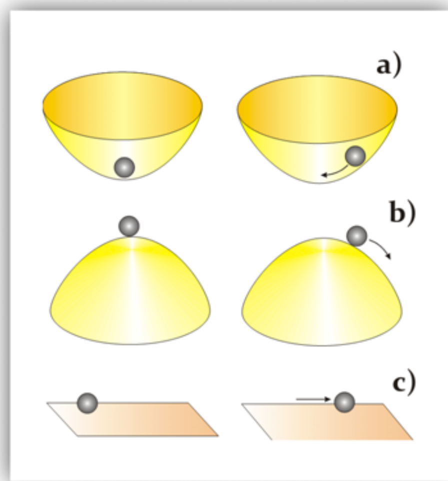
$$\sum \overrightarrow{\tau_{ext}} = 0 \tag{5.3}$$

Правилото остава валидно по всички трите направления на пространството (x,y,z осите):

3) $$\sum \overrightarrow{\tau_{ext}(x)} = 0 \qquad \sum \overrightarrow{\tau_{ext}(y)} = 0 \qquad \sum \overrightarrow{\tau_{ext}(z)} = 0 \tag{5.4}$$

Забележка: тук говорим само за външните сили и моменти, защото ако системата остава цяла, компенсирането на всички вътрешни сили и моменти е гарантирано.

Съществуват три типа равновесие: устойчиво, неустойчиво и безлично. **Устойчиво** е равновесието при което, малко отклонение на тялото предизвиква възникването на сили, които ще възстановят равновесието. Например топче, поставено на дъното на вдлъбната купа (*Фиг.5.3а*). Такова състояние се характеризира с минимум на потенциалната енергия на системата (*виж следващата тема*). В устойчиво равновесие са телата, чийто център на тежестта лежи възможно най-близко до земята.



Фигура 5.3. **a)** *стабилно равновесие*; **b)** *нестабилно равновесие*; **c)** *безлично равновесие.*

В **неустойчиво равновесие** се намират телата, при които минимално отклонение от началното състояние ще доведе до изваждането на системата от равновесие. Това е състоянието с максимална потенциална енергия. Пример за такова равновесие е закрепяното на топче на върха на изпъкнала повърхност (*Фиг.5.3b*). Прилагането дори и на съвсем малка сила ще накара топчето да се търкулне по повърхността надолу.

Безразлично равновесие се наблюдава, когато потенциалната енергия на системата е еднаква във всички части на повърхността, върху която е поставено тялото. Малко отклонение от това състояние няма да доведе до промяна на тази величина и на практика то води до установяване на ново равновесно положение, без да предизвиква продължително движение. Топка, поставена на равна повърхност (*Фиг.5.3c*) е пример за такова равновесие. Когато бутнем леко топката тя ще се задвижи, но почти веднага ще спре в ново равновесно състояние.

5.2. Еластични свойства и разрушаване на телата

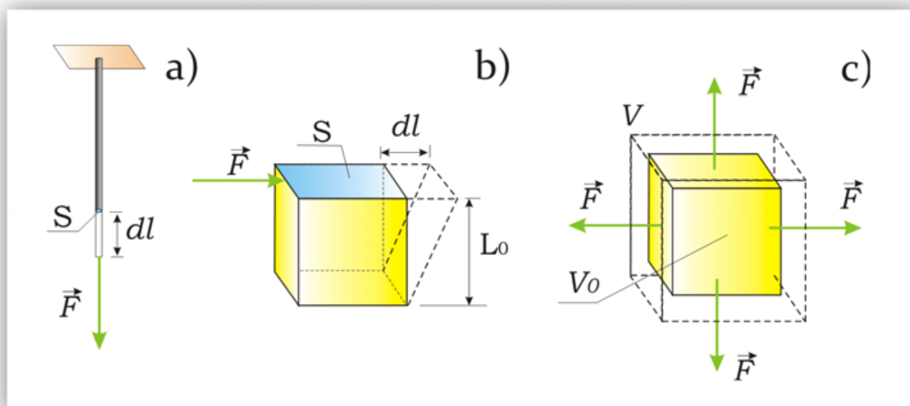
Дори и в равновесие, тялото изпитва действието на силите. Резултатът от това действие може да е промяна във формата и размерите, наречен **деформация.** Макар деформацията понякога да е незабележима с просто око, тялото винаги претърпява такава.

В зависимост от големината на приложената сила тялото може да промени формата си така, че след прекратяването на действието ú да възстанови напълно началната си форма и размери. Тогава казваме, че сме наблюдавали **еластична деформация**. Ако след прекратяване на действието на силата тялото остава в деформирано състояние, то се наблюдава случай на **пластична деформация**.

Всички тела притежават до определена стойност на приложената към тях сила еластичност. Тя се дължи на вътрешния строеж на веществата и по-конкретно на възможността за удължаване на химичните връзки. Въпреки, че това е ефект на молекулно ниво, той има своите макроскопични прояви. На *Фиг.5.4а* е показана схематично установката за изследване на едномерна деформация на телата. Подобни деформации се описват с помощта на закон на Хук, като приложената сила и полученото удължение са право пропорционални ($F = k_{el}.dl$). Тъй като получената деформация зависи от началната дължина на изследваното тяло, L_0, е добре да работим не с удължението, а с **относителното удължение** (dl/L_0). Силата се разпределя по цялата площ на сечението, S и следователно е добре да работим с величина, която отчита това. Това е **налягането** ($p = F/S$). С помощта на величините относително удължение и налягане законът на Хук придобива нов вид:

$$\frac{F}{S} = E\frac{dl}{L_0} \tag{5.5}$$

където E е новият коефициент на пропорционалност, наречен **модул на Юнг**. Този модул се търси за материали, които имат пренебрежима деформация в направление, перпендикулярно на приложената сила. Приложената силата може да бъде на натиск или опън.



Фигура 5.4. *Построения за получаване на еластичните модули:* ***а)*** *модул на Юнг;* ***b)*** *модул на хлъзгане;* ***c)*** *модул на обемна свиваемост.*

Интересен случай на деформация е, когато едната част на тялото е неподвижна и към другия край приложим сила (*или ако приложим двоица сили*), както е показано на *Фиг. 5.4b.* Формулата, описваща еластичните свойства в този случай е:

$$\frac{F}{S} = G\frac{dl}{L_0} \tag{5.6}$$

където G е **модул на хлъзгане**. Той е по-малък от този на Юнг. Стойностите му са около 1/2 до 1/3 от Е.

На пръв поглед формулата прилича на тази за определяне на модула на Юнг. Разликата се състои в начина на определяне на участващите величини. Началната дължина се измерва в направление, перпендикулярно на силите, площта се мери за стена, успоредна на направлението на силите, а удължението е в посоката на силите (*Фиг.5.4b*). Тяло, подложено на такова натоварване не се намира в покой, доколкото то е подложено на въртящ момент.

Ако подложим едно тяло на действието на сили от всички страни, ще получим тримерна деформация (*Фиг.5.4c*). Ако силите са на натиск, то тялото ще намали обема си според зависимостта:

$$\Delta p = B\frac{\Delta V}{V_0} \tag{5.7}$$

където B се нарича **модул на обемна свиваемост**. V_0 е началният обем на тялото, а ΔV е изменението на обема.

При прилагане на сила, тялото реагира в зависимост от големината на тази сила Ако сила е малка, то променя формата си възратимо (при премахване на силата тялото се възстановява напълно). При по-големи сили тялото възстановява началната си форма и размери само частично след прекратяване на действието на силите. Ако силите превишат определян стойност, те могат да доведат до разрушаване на тялото.

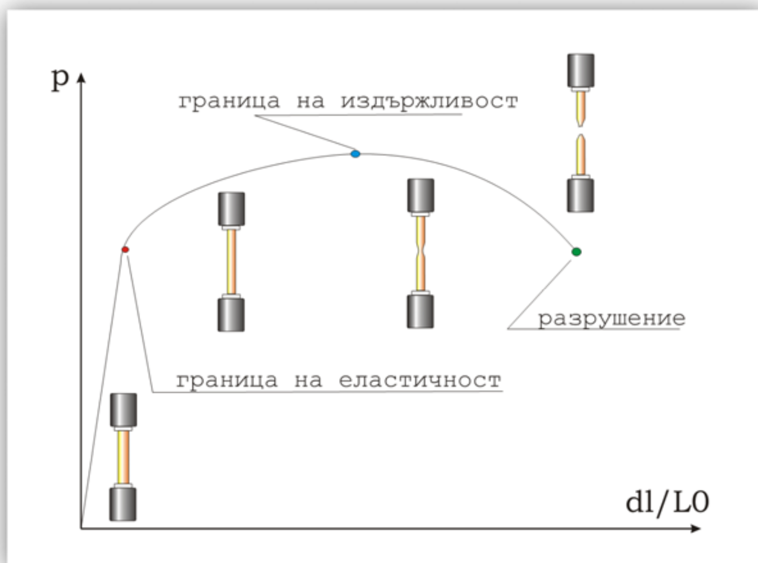
От практическа гледна точка, за правилния избор на материали при изработването на различни изделия е нужно да се знае колко е издържлив или еластичен даден материал. Например никога не бихме използвали дъвка за направата на корабни въжета или стъкло за конструкция на жилищна сграда. От друга страна за направа на електрически предпазители са необходими материали, които издържат само до определена стойност на електрически ток.

По тези причини, задължителна част от създаването на нови материали или при прозиводството на стандартни такива е изпитването им при прилагане на увеличаваща се сила (напрежение). Резултатите от такива измервания се вписват в паспорта на тези материали.

Характерна особеност за материалите е, че те могат да притежават различаващи се свойства в различните направления. Такива материали се наричат **анизотропни**. Съществуват също и материали, имащи силно различаващи се свойства по отношение на типовете деформация. Например, грешно е да се твърди, че ако един материал е устойчив на натиск, той ще е устойчив и на опън. Бетонът е пример за материал, който е много устойчив на натиск. Устойчивостта му на опън обаче е около 10 пъти по-малка. Именно това налага употребата в строителството на стомано-бетон. В конструкциите се търсят добрите качества на бетона на натиск, но се избягва натоварването му на опън. Опънните напрежения се поемат от стоманата.

На *Фиг. 5.5.* е дадена примерна графика на зависимостта на получената относителна деформация спрямо приложеното напрежение. В нея можем да отличим няколко различаващи се по характер области:

1) При малки напрежения получената деформацията е линейно пропорционална на напрежението. В тази област е валиден законът на Хук. След прекратяване на приложеното напрежение тялото ще се възстанови изцяло. На графиката това е началният линеен участък от напрежение 0 до границата на еластичност;
2) При прилагане на по-голямо напрежение (над граница на еластичност) линейната пропорицоналност с получената деформация се губи. Зависимостта напрежение-деформация става строго нелинейна. Това е областта с пластични деформации, като тялото възстановява само частично началната си големина и форма след прекратяване действието на напрежението. Този интервал завършва с **граница на издържливост**;
3) При продължаващо увеличение на напрежението достигаме състояние на материала, което води до значителни деформации. В материала се образува шийка която компенсира подаденото напрежение, след което материалът се разрушава.



Фигура 5.5. *Примерна зависимост напрежение относително удължение (по подобие на http://www.totalmateria.com/page.aspx?ID=CheckArticle&site=kts&NM=285)*

6. Работа, мощност, енергия. Закони за запазване

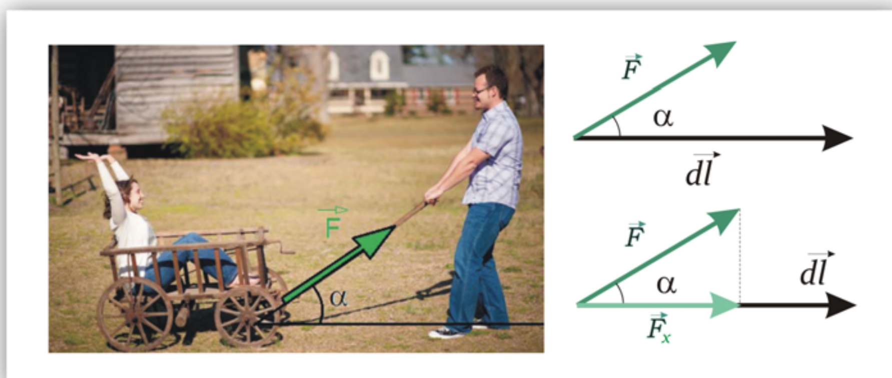
В нашите разглеждания дотук изучихме движението от гледна точка на кинематиката, динамиката и статиката. Същото движение/деформация обаче може да се разгледа и с помощта на друг тип физични величини. Те също характеризират количествено и качествено движението. Става дума за работа, мощност, импулс и енергия.

Изброените физични величини са много важни, тъй като при определени условия се съхраняват т.е. техните стойности се запазват постоянни, което ни позволява да предскажем резултата от дадено действие, дори и то да е много сложно за описание от гледна точка на кинематиката (*твърде сложна траектория, повлияна от много допълнителни фактори*) или на динамиката (*множество сили, чийто явен вид е понякога невъзможно да се определи*).

Още Нютон е считал, че количествено движението може да се опише чрез величините маса и скорост, като този подход се прилага и до днес.

6.1. Работа и мощност

Във всекидневието често използваме думата работа. Ходим на работа, за да получаваме пари. Казваме, че харесваме или мразим работата си. Работата ни носи удовлетворение или умора. Дали и във физиката терминът работа има същия смисъл?



Фигура 6.1. *Човек дърпащ количка със сила $\vec{F}$ под ъгъл α спрямо хоризонта, който премества количката на разстояние $\overrightarrow{dl}$.*

Строгата дефиниция за **работа**, ***dA***, в механиката е произведението на преместването, $\overrightarrow{dl}$ и силата, $\vec{F}$, която го е предизвикала. Вижда се, че двете величини са вектори, а в същото време работата може да има само големина т.е. тя е скаларна величина. Следователно, произведението трябва да е **скаларно**. Окончателно, казаното дотук може да се изрази чрез следната формула:

$$dA = \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl} \tag{6.1}$$

Мерната единица за работа е Джаул [J], изразена чрез основните единици в система SI е [N.m]= [kg.m^2/s^2]. Ако ъгълът между приложената сила и преместването е известен, α, (*Фиг.6.1*) то работата може да се изчисли като:

$$dA = \left|\vec{F}\right| . \left|\overrightarrow{dl}\right| . \cos\alpha \tag{6.2}$$

От *Фиг.6.1* се вижда, че изразът (*F.cosα*) дава проекцията на силата $\vec{F}$ върху направлението на $\overrightarrow{dl}$ (означена с $\overrightarrow{F_x}$).

Интересен резултат възниква при ъгъл между силата и преместването равен на 90°. Функцията косинус има стойност 0 за този ъгъл и следователно работата ще е равна на 0:

$$dA = \left|\vec{F}\right| . \left|\overrightarrow{dl}\right| . \cos 90° = 0 \ \ [J] \tag{6.3}$$

Работата във физиката може да бъде и отрицателна. Ако ъгълът α е по-голям от 90°, стойността на функцията косинус става отрицателно число и работата има отрицателна стойност. Пример за отрицателна работа е спускането с количка по стръмен склон. Тогава се налага да дърпаме количката назад, за да регулираме движението.

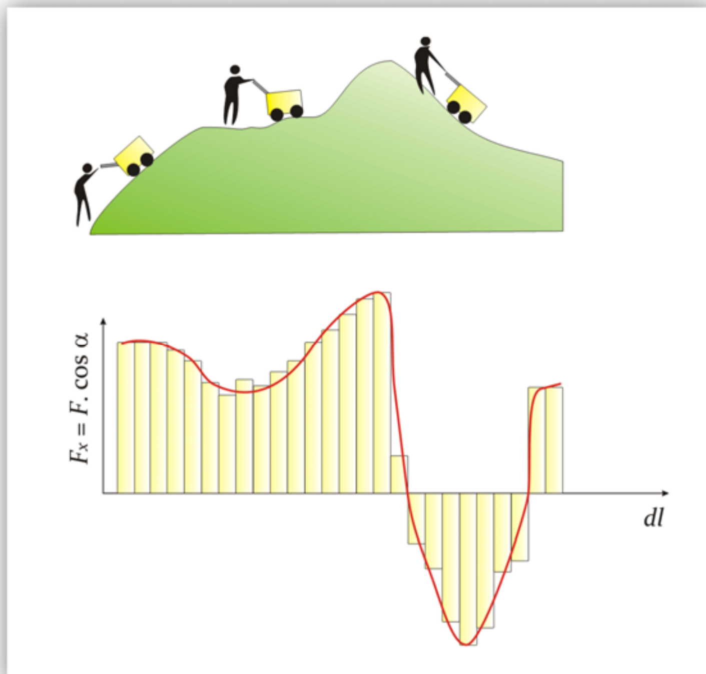
Дискутираните по-горе резултати показват, че съществува разлика между термина работа във физиката и нашите ежедневни представи за нея. Нека дадем нагледен пример за тази разлика. Ако носим пазарска чанта в ръцете си ни е нужна сила, която да противопоставим на силата на тежестта, като така задържаме чантата в ръцете си. Посоката на нашата сила е насочена нагоре. След това тръгваме по улицата към дома си например т.е. преместването ни е в хоризонтално направление и е перпендикулярно на силата. Тогава ъгълът α е 90° и F_x=0 и макар реално да усещаме умора, според дефинията за работа във физиката не сме извършили такава.

Формула (*6.1*) е приложима при единична постоянна сила, която предизвиква линейно преместване. В ежедневния ни живот обаче такива ситуации са рядкост. Представете си, че трябва да бутаме тежка количка по наклонен терен (*Фиг.6.2*)– първо се изкачваме, след това се движим по равен участък, а накрая трябва да се спуснем надолу. При бутането на количката нагоре, ще се наложи да приложим голяма сила, тъй като силата на тежестта се противопоставя на движението ни. При равния участък трябва да бутаме, за да преодолеем главно силите на триене и да се движим с определена скорост. В участъка надолу може да се наложи дори да дърпаме количката назад, за да не я изпуснем. Тогава по време на цялото движение ние ще упражняваме различна сила.

За да изчислим цялата извършена работа, можем да разделим общото преместване на интервали, в рамките на които преместването и силата могат да бъдат представени чрез единични вектори. В дадения пример, това могат да са 3 интервала: за движението нагоре, хоризонтално и надолу. Общата извършена работа ще бъде сумата от работата, извършена във всеки участък. Формулата за работата в този случай придобива вида:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} \cdot \vec{dl_i} = \sum_{i=1}^{n} |\vec{F_i}| . |\vec{dl_i}| . \cos \alpha_i \qquad (6.4)$$

като сумирането е по всички n на брой участъци.



Фигура 6.2. *Човек придвижващ товар в количка и графично определяне на работата, извършена при това.*

В случай, че теренът се променя непрекъснато и се налага прилагането на различна сила в рамките на много малки премествания, броят необходими интервали ще стане огромен. Самото преместване като стойност ще бъде изключително малко. За да изразим това на математически език използваме интегриране:

$$A = \int F.\cos\alpha \,.\, dl \qquad (6.5)$$

Получаването на работата чрез сумиране може да се извърши и графически (*Фиг.6.3*). По х-оста се нанася преместването за всеки интервал. По у-оста се нанася стойността на ($F.cos\alpha$). Работа за всеки интервал е площта на правоъгълника с дължина преместването и височина стойността на проекцията на силата. Общата работа е равна на площта на всички правоъгълници (оцветена в жълто). Сумирането може да стане и аналитично, ако е известна функцията, описваща промяната на ($F.cos\ \alpha$) с dl. На *фиг.6.3.* това е плавната линия минаваща през краищата на правоъгълниците.

В много случаи ние се интересуваме не само от работата, но и от бързината, с която тя може да бъде извършена. Представете си, че искаме да си построим къща. При преговорите със строителните фирми важен фактор е не само дали фирмата е способна да извърши работата, но и колко време и е нужно. Величината, която описва бързината на извършване на работата се нарича **мощност, *P***:

$$P = \frac{A}{t} \tag{6.6}$$

Мерната единица за мощност е Ват [**W**], което изразено чрез основните мерни единици в системата SI е [$kg.m^2/s^3$]. В някои случаи се използва и мерната единица **конска сила**, равна на около 740 [W].

Работата, извършена при въртеливо движение е:

$$A = \int \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl} = \int \vec{F} \cdot \left(\vec{R}.d\theta\right) = \int \tau \cdot d\theta \tag{6.7}$$

Мощността оттук може да се изрази като:

$$P = \frac{dA}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau \cdot \omega \tag{6.8}$$

6.2. Кинетична и потенциална енергия

Енергията не е веществена физична величина (*не можем да я пипнем или видим*). Това е величина плод на човешкото въображение, но въпреки това е едно от най-важните понятия в науката.

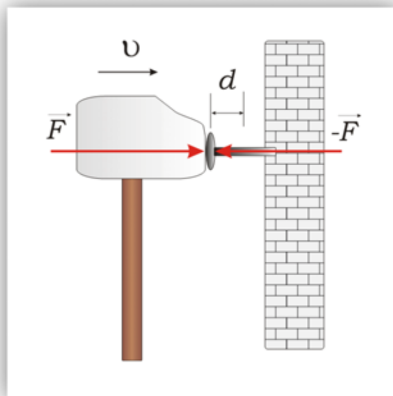
Съществуват различни видове енергии (химична, топлинна, кинетична, потенциална). Всички те имат една и съща мерна единица, еднаква с тази за работа – Джаул [**J**]. За нашите цели тук ще дефинираме **енергията**, като способността на телата да извършат работа. Тази дефиниция е напълно коректна само за т.нар. механична енергия, но за нашите цели тя е напълно достатъчна.

Както сме се убеждавали многократно, движещите се тела са способни да извършват работа. Например чук, който удря по гвоздей. Тъй като енергията е способността на телата да извършват работа, чукът следва да притежава енергия и то свързана с движението му. Такава енергия се нарича **кинетична енергия** (*На гръцки думата за движение е „kinetikos“).* За да дадем количествено определение на кинетичната енергия ще ни помогне следната задача:

Задача

Чук с маса *m* забива пирон в дървена дъска. Началната скорост на чука е υ, а разстоянието, на което се премества пирона (след единичен удар) е *d* (*Фиг.6.3*). Преместването е в направление успоредно на приложената сила. Да се намери кинетичната енергия, която получава гвоздея!

Решение: Поради движението си напред, чукът удря по гвоздея, като му действа със сила F. По време на въздействието скоростта му от υ намалява до 0. Това намаляване става съгласно третия принцип на Нютон, според който на силата на чука отговаря равна по големина и противоположна по посока сила. Като постулираме ускорението на чука да е постоянно, от законите на динамиката можем да извлечем зависимостта на скоростта от ускорението и преместването (*формула 2.10c*) $2\vec{a}\left[\vec{r}(t) - \overrightarrow{r(t_0)}\right] = [\vec{v}(t)]^2 - [\overrightarrow{v(t_0)}]^2$, като след заместване с дадените по условие стойности получаваме:



Фигура 6.3 *Чук забиващ гвоздей.*

$$2\,.\,a\,.\,d = 0 - v^2$$

изразяваме ускорението:

$$a = \frac{-v^2}{2d}$$

Полученото ускорение ще използваме в израза за втория принцип на Нютон ($F = m.a$):

$$F = -\frac{m.v^2}{2d}$$

Извършената работа е силата по преместването (това е разстоянието d) и тогава:

$$A = F.dl = -\frac{m.v^2}{2d}.d = -\frac{m.v^2}{2}$$

Това е извършената от чука работа. След като чука спира след извършване на работа казваме, че той е изгубил енергия, равна на извършената работа. Енергията, която е „изгубена“ от чука, всъщност е „спечелена“ от гвоздея. Получената от гвоздея енергия е равна на работата с обратен знак.

От решената задача получихме, че максималната работа, която може да извърши тяло с маса m и скорост υ е($m.v^2/2$), ако тялото спре. Толкова е и изгубената от чука енергия. Тя е била предадена на гвоздея. Полученият израз се нарича **кинетична енергия на постъпателно движение**:

$$E_k = A = \frac{m.v^2}{2} \tag{6.9}$$

Ако системата е по-сложна, то кинетичната енергия на системата от частици е равна на сумата от кинетичните енергии на всяка от частиците.

Нека се върнем отново на решената по-горе задача. Ако сега си представим, че по някаква причина скоростта на чука не стане 0, а намалява до υ_{end}, то следвайки горните разсъждения стигаме до извода:

$$A = -F.dl = -\left(\frac{m.v^2}{2} - \frac{m.v_{end}{}^2}{2}\right) = \frac{m.v_{end}{}^2}{2} - \frac{m.v^2}{2} \tag{6.10}$$

Ако означим кинетичната енергия в началото като $E_{k.0} = m.v^2/2$, а остатъчната енергия в края с $E_{k,end} = m.v_{end}{}^2/2$ горният израз добива вида:

$$A = E_{k,end} - E_{k,0} = \Delta E_k \tag{6.11}$$

или извършената работа е равна на промяната на кинетичната енергия на тялото. Като следствие от разглежданията ни можем да кажем, че ако кинетичната енергия на едно тяло се е увеличила, то над него е била извършена работа, а ако тя е намаляла то е извършило работа.

Забележете, *че полученият израз за A е общата работа на всички сили, което означава, че при изчисляването трябва да се вземе резултантната на всички сили.*

Формула (*6.11*) е известна като **теорема за връзката между кинетичната енергия и работата**. Макар в нашия пример да използвахме едномерно движение, теоремата е валидна и за по-сложно тримерно движение.

По аналог можем да изведем и кинетичната енергия при въртеливо движение. Еквивалентът на масата е инерчният момент ($I = m.R^2$), а еквивалент на скоростта е ъгловата скорост, ω. Тогава явният вид на кинетичната енергия при въртеливо движение е:

$$E_k = \frac{I.\omega^2}{2} \tag{6.12}$$

Интересен факт е, че дори телата да не се движат те би следвало да притежават енергия. Това можем да демонстрираме, когато пуснем тежък предмет от голяма височина върху друг, намиращ се върху земята. Тогава долният предмет ще бъде деформиран или разрушен. Това по същество означава, че тежкият предмет макар да е бил в покой, притежава способността да извършва работа т.е. той има енергия. Тази енергия се оказва, че зависи от формата и положението на тялото в пространството и се нарича **потенциална енергия**.

Един от най-илюстративните примери за потенциална енергия е **гравитационната потенциална енергия**. Нека разгледаме задачата, в която тяло се издига на височина h над повърхността на земята. Извършената работа за преодоляване на силата на тежестта на това тяло е:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{dl} = (m.g).h \quad (6.13)$$

По дефиниция извършената работа е равна на енергията, следователно гравитационната потенциална енергия има вида:

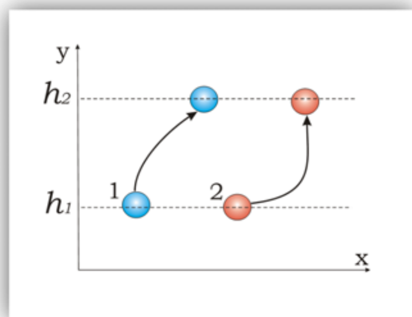
$$A = U = (m.g).h \quad (6.14)$$

Ако сега разгледаме тяло, което се издига от височина h_1 до височина h_2, както е показано на *Фиг.6.3*. По аналог с горните разсъждения:

$$A = (m.g).h_1 - (m.g).h_2 = m.g(h_1 - h_2) \quad (6.15)$$

Ако означим потенциалната енергия в края с U_2, а в началото с U_1, то работата може да се представи като:

$$A = (m.g).h_1 - (m.g).h_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U \quad (6.16)$$



Фигура 6.4. *Топчета повдигнати от височина h_1 до височина h_2 по различни траектории.*

В този случай извършената работа е равна на промяната на потенциалната енергия с минус знак. *Формула* (*6.16*) е известна като **теорема за връзката между работата и потенциалната енергия**.

Особеност на гравитационната потенциална енергия е, че зависи само от началното и крайното положение на тялото. Траекторията, по която дадено тяло е достигнало до дадена височина не е от значение. Всички тела имащи еднакви маси и намиращи се на една и съща височина имат една и съща гравитационна потенциална енергия (*Фиг.6.4 това са двете топчета*).

Промяната на потенциалната енергия не зависи от абсолютните стойности на височините, а само от тяхната относителна промяна т.е. ако с Δh означим разликата във височините на началото и крайното положение на тялото, то ΔU ще е еднаква, ако преместим тялото от морското ниво (0) до височина 10 метра ($\Delta h = h - 0 = 10\,m$) и ако преместването е между начална височина 20 метра и 30 метра ($\Delta h = h_2 - h_1 = 30 - 20 = 10\,m$).

Потенциалната енергия, за разлика от кинетичната, няма единна формула. В зависимост от причината за запасяване на потенциална енергия имаме различен явен вид. Например друг вид потенциална енерия е тази, запасена в свита или разтегната пружина, наречена **еластична потенциална енергия**, чийто явен вид е:

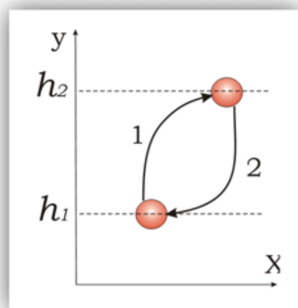
$$U_{el} = \frac{k_{el}.dl^2}{2} \quad (6.17)$$

Тя зависи от коефициента на еластичност на пружината, k_{el}, определен от свойствата на пружината (материал, диаметър на жицата, диаметър на навивката, брой на навивките и др.) и отместването на пружината от равновесното ú състояние, dl, независимо дали опъваме или свиваме пружината.

Енергията има способността да се преобразува. Например химичната енергия, с която ни снабдява храната, се превръща в енергия на нашето движение. Падащ камък отначало има само потенциална енергия, която постепенно в хода на падането се преобразува в кинетична с увеличаването на скоростта.

6.3. Консервативни сили

Сили, чиято работа зависи само от началното и крайното положение на телата се наричат **консервативни**. Както бе показано по-горе, такива са гравитационните сили и силата на еластичност на пружина.



Фигура 6.5. *Движение по затворен контур.*

Особеност, която следва от горната дефиниция е, че работата извършена от консервативна сила по затворен контур е равна на 0. Това твърдение се записва по следния начин:

$$A = \oint \vec{F}.\vec{dl} = 0 \qquad (6.18)$$

Нека си представим, че тяло е било издигнато от положение h_1 в положение h_2 по траектория „1“ (*Фиг.6.5*). Работата по издигането му е равна на промяната в потенциалната му енергия с отрицателен знак:

$$A_{12} = -\Delta U_{12} = U_1 - U_2 = m.g(h_1 - h_2) \qquad (6.19)$$

Същото тяло след това е било придвижено обратно от положение h_2 в положение h_1 по траектория „2“, различна от „1“. Извършената при това работа е:

$$A_{21} = -\Delta U_{21} = U_2 - U_1 = m.g(h_2 - h_1) \qquad (6.20)$$

Както се вижда от фигурата, движението на топката започва и завършва в една и съща пространствена точка т.е. тя е затворен контур. Общата работа за целия контур е сума от двете:

$$A = A_{12} + A_{21} = -\Delta U_{12} - -\Delta U_{21} = U_1 - U_2 + U_2 - U_1 = 0 \qquad (6.21)$$

с което доказахме изказаното твърдение.

Силите, които не отговарят на горното условие се наричат **неконсервативни**. Такава е например силата на триене. Нека си представим, че кола се движи по път, който ту се спуска надолу, ту се изкачва нагоре. Силата на триене е насочена винаги в посока обратна на движението, което означава, че независимо от това дали колата се намира на една и съща височина с някой предишен момент, работата извършена от силите на триене не се нулира. За неконсервативните сили понятието потенциална енергия няма смисъл тя е характеристика само на консервативните сили.

6.4. Закон за запазване на енергията при постъпателно и въртеливо движение

Нека разгледаме система, в която действат консервативни и неконсервативни сили. В такава система извършената от неконсервативните сили работа, *A'*, ще е за сметка на натрупаната в системата кинетична, E_k и потенциална *U* енергии:

$$A' = \Delta E_k + \Delta U \tag{6.22}$$

Ако в тази система има само консервативни сили, то $A' = 0$ и горният израз се преобразува до:

$$\Delta E_k + \Delta U = 0 \tag{6.23}$$

Нека имаме две състояния на системата 1 и 2, като в състояние 1 имаме енергии $E_к'$ и U', а в състояние 2 имаме енергии $E_к''$ и U''. Горното уравнение добива вида:

$$(E_k{}'' - E_k{}') + (U'' - U') = 0 \tag{6.24}$$

Преобразуваме израза до:

$$E_k{}' + U' = E_k{}'' + U'' = const \tag{6.25}$$

Последният израз ясно показва, че общата енергия на системата в състояние 1 е равна на енергията в състояние 2. Следователно макар да се наблюдава преобразуване на енергия, то за механична система, в която действат само консервативни сили енергията се запазва, което представлява **законът за запазване на механичната енергия**.

Ако в системата освен постъпателно имаме и въртеливо движение законът за запазване на енергията има вида:

$$\frac{m.v^2}{2} + \frac{I.\omega^2}{2} + U = const \tag{6.26}$$

Всъщност законът за запазване на енергията е общовалиден. Трудност в доказването му дълго време представлявали неконсервативните сили. Понастоящем силите на триене се свързват с топлинна енергия. Въведени са също електрична, химична и други енергии. Така сумата на всички налични в системата енергии се запазва.

6.5 Импулс

Преди да пристъпим към дискусия, посветена на импулса, е добре да въведем някои понятия, като например **център на масите**. Представете си водни скокове от кула. Нашият скачач изпълнява много сложен скок, при което сгъва тяло, завърта го, след това го изпъва и така влиза във водата. Такова движение има много сложен характер и е трудно да бъде описано, защото всяка част от тялото следва различна траектория.

Оказва се обаче, че една точка от тялото на скачача следва траектория, точно такава, каквато има куршум, изстрелян към небето под ъгъл. Тази точка изглежда така, все едно се движи само постъпателно и не може да се завърта. Именно нея наричаме **център на масите.** Благодарение на съществуването на такава точка, сложното на вид движение на скачача, може да се раздели на постъпателно движение на центъра на масите и допълнителни въртеливи движения по окръжности на всички останали части на тялото, като център на тези окръжности е именно центъра на масите.

Математическият израз за намиране центъра на масите на система от n части е:

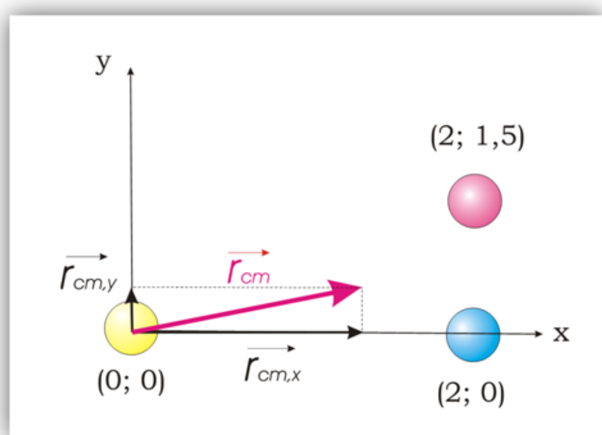
$$\overrightarrow{r_{cm}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \, . \, \vec{r_i} \tag{6.27}$$

където M е общата маса ($M = \sum_{i=1}^{n} m_i$,) а $\vec{r_i}$ са радиус-векторите на всяка от частите.

Намирането на центровете на масите за кубче или кълбо интуитивно знаем. Например за кубче това е пресечната точка на телесните диагонали, за кълбо пък е центърът на кълбото. За изясняване на методиката за намираме център на тежестта в общ случай ще ни помогне следната задача:

Задача

Три частици с еднакви маси, m, са разположени във върховете на тригълник с катети 2,0 [m] и 1,5 [m] (*Фиг.6.6*). Да се намери центъра на тежестта (центъра на масите) на системата от трите тела.



Фигура 6.6. *Система от три твърдо свързани тела.*

Решение: Използваме определението за център на масите:

$$\overrightarrow{r_{cm}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \, . \, \vec{r_i}$$

като за x- и y- компонентите работим поотделно.

Компонентата по x-оста е:

$$\overrightarrow{r_{cm,x}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \, . \, \overrightarrow{r_{i,x}}$$

$$\overrightarrow{r_{cm,x}} = \frac{1}{(m_1 + m_2 + m_3)}(m_1.\overrightarrow{r_{1,x}} + m_2.\overrightarrow{r_{2,x}} + m_3.\overrightarrow{r_{3,x}})$$

$$\overrightarrow{r_{cm,x}} = \frac{1}{3m}(m.0 + m.2 + m.2) = \frac{4}{3} \approx 1{,}33\ [m]$$

Компонентата по y-оста е:

$$\overrightarrow{r_{cm,y}} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i\,.\overrightarrow{r_{i,y}}$$

$$\overrightarrow{r_{cm,y}} = \frac{1}{(m_1 + m_2 + m_3)}(m_1.\overrightarrow{r_{1,y}} + m_2.\overrightarrow{r_{2,y}} + m_3.\overrightarrow{r_{3,y}})$$

$$\overrightarrow{r_{cm,y}} = \frac{1}{3m}(m.0 + m.0 + m.1{,}5) = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5\ [m]$$

Построяването на получения радиус-вектор на центъра на масите е даден на *Фиг.6.6*. Аналитично общата големина на радиус-вектора на центъра на масите може да се намери като:

$$|\overrightarrow{r_{cm}}| = \sqrt{\left(\overrightarrow{r_{cm,x}}\right)^2 + \left(\overrightarrow{r_{cm,y}}\right)^2}$$

$$|\overrightarrow{r_{cm}}| = \sqrt{1{,}33^2 + 0{,}5^2} \approx 1{,}42\ [m]$$

Ъгълът, който сключва този вектор с x-оста е:

$$\alpha = arctg\frac{\overrightarrow{r_{cm,y}}}{\overrightarrow{r_{cm,x}}} = 20{,}60°$$

Както вече споменахме, **импулсът, $\vec{p}$**, е величина въведена от Нютон за изразяване на количеството движение. Тя по дефиниция е произведението на масата, m, по скоростта на тялото, $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m.\vec{v} \tag{6.28}$$

Импулсът е векторна величина, имаща посоката на скоростта. Мерната единица е [**kg.m/s**]. Ако разглеждаме система от такива общият импулс на системата е:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{p_i} = \sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{v_i} \tag{6.29}$$

По дефиниция за центъра на масите е валидно равенството $M.\overrightarrow{r_{cm}} = \sum_{i=1}^{n} m_i\,.\overrightarrow{r_i}$. Нека диференцираме двете страни, като считаме масата на системата за постоянна:

$$\mathrm{M}.\frac{d\overrightarrow{r_{cm}}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \frac{d\overrightarrow{r_i}}{dt} \tag{6.30}$$

Оттук се получава, че:

$$\vec{P} = \mathrm{M}.\overrightarrow{v_{cm}} = \sum_{i=1}^{n} m_i \,.\, \overrightarrow{v_i} \tag{6.31}$$

Стигаме до извода, че сумарният импулс на системата е равен на общата маса на системата, умножена по скоростта на центъра на масите. Такова разглеждане опростява решаването на сложната задача за много частици. Вместо да разглеждаме всяка от тях, ние имаме право да разглеждаме само как се движи една единствена (центъра на масите).

По третия принцип на Нютон всички сили, вътрешни за разглежданата система две по две ще се уравновесяват. Така окончателно движението на центъра на масите ще зависи от външните, останали некомпенсирани сили. Така явния вид на втория принцип на Нютон за система от тела добива вида:

$$\overrightarrow{F_{ext}} = M.\overrightarrow{a_{cm}} \tag{6.32}$$

Следствие от направените разглеждания е, че центърът на масите остава в покой, ако на системата не и действат външни сили.

6.6. Закон за запазване на импулса и момента на импулса

Нека диференцираме двете страни на полученото по-горе уравнение $\vec{P} = M.\overrightarrow{v_{cm}}$:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M.\frac{d\overrightarrow{v_{cm}}}{dt} \tag{6.33}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M.\overrightarrow{a_{cm}} \tag{6.34}$$

или изменението на общия импулс на системата е равен на общата маса на системата, умножена по ускорението на центъра на масите.

Съгласно *формула (6.32)* $\overrightarrow{F_{ext}} = M.\overrightarrow{a_{cm}}$ и тогава:

$$\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt} \tag{6.35}$$

Ако системата е **затворена** (не действат външни сили т.е. $\overrightarrow{F_{ext}} = 0$), то:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \tag{6.36}$$

което е изпълнено при условие, че $\vec{P} = const$. С други думи общият импулс на затворена система не се променя, което твърдение се нарича **закон за запазване на импулса в затворена система.**

По аналог може да се получи и законът за запазване на момента на импулса, която величина съответства на импулса при въртеливо движение. **Законът за запазване на момента на импулса** гласи, че в система, в която липсват външни въртящи моменти моментът на импулса се запазва т.е. $L = I.\omega = const$.

6.7. Еластичен и пластичен удар, реактивно движение

Ударите между телата се делят на еластични и пластични. **Еластични** са ударите, при които след стълкновението двете тела възстановяват началната си форма и обем без остатъчни деформации. В този случай са валидни законът за запазване на енергия и законът за запазване на импулса, тъй като нямаме енергия, изхабена за деформиране на телата тя само ще се преразпредели.

При **пластичните удари** част от началната енергия ще се загуби, превръщайки се в енергия на деформацията. В този случай е валиден законът за запазване на импулса, но в баланса на енергиите трябва да се отчетат загубите от деформации.

Случай на движение, който показва по-общия характер на втория принцип на Нютон, изказан чрез импулса е **реактивното движение**. Такова е движението на космическите ракети например. При запускането резервоарът е пълен с гориво. При излитане то бива запалено. Струята изгорелите газове излита навън с дадена скорост в направление към Земята. Съгласно третия принцип на Нютон ракетата ще излети противно на струята. Особеното в случая е, че с времето горивото намалява и следователно през цялото време на полет ракетата постепенно губи от масата си. С помощта на израза $\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ и с отчитане на промените в масата стигаме до израза:

$$\overrightarrow{F_{ext}} = M.\frac{d\vec{v}}{dt} + \overrightarrow{v_r}\frac{dM}{dt} \qquad (6.37)$$

където M е началната маса на ракетата; $\overrightarrow{v_r} = \vec{u} - \vec{v}$ е относителната скорост, като u е скоростта, с която častта от горивото във вид на изгорели газове излиза от ракетата.

7. Хидростатика, аеростатика, хидродинамика

Основните агрегатни състояния на веществата са три: твърдо, течно и газообразно. В последните десетилетия се оформи твърдението, че плазмата трябва да се счита за четвърто агрегатно състояние на материята (*това е състояние при много високи температури, когато средата се йонизира*), но то не е предмет на нашите разглеждания.

Твърдите тела се характеризират с постоянна форма и обем. Тези два параметъра трудно се поддават на промяна. **Течностите** са вещества, които има обем, но не и форма. Междумолекулните сили са достатъчно големи и държат молекулите на течността близо една до друга, което обуславя наличието на обем. Течностите обаче приемат формата на съда, в който ги поставим. Интересна особеност е, че течностите имат **свободна повърхност** (*представете си границата между кафето и въздуха*), трудно се поддават на деформация и се характеризират с процеса течене. **Теченето** е процес, при който при прилагане на сила, течността се премества по направление на тази сила. **Газовете** приличат на течностите по способността си да текат, но се отличават от тях, защото не притежават нито обем, нито форма. Те запълват винаги цялото предоставено им пространство. Дялът от физиката, който се занимава с течности в покой се нарича **хидростатика**, а този за газове - **аеростатика**. Предмет на науката **хидродинамика** пък е описанието на движението на **флуидите** (общото название на течности и газове).

7.1. Хидростатика и аеростатика

В живота много често казваме, че желязото е по-тежко от пластмасата например. Но какво имаме предвид? Това твърдение в общ случай не е вярно, защото ако сравним метална игла с пластмасова щайга ще докажем точно обратното. Тогава негласно имаме нещо малко по-различно предвид и това е, че ако вземем две еднакви по големина кубчета от двата материала, железното ще тежи повече от пластмасовото.

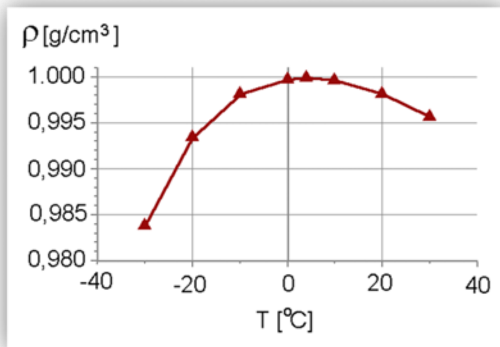
Във физиката за да се каже недвусмислено какво се визира е въведена величината **плътност, ρ**. Математически тя се дефинира като:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{7.1}$$

където m е масата на тялото, а V е неговият обем. *Обърнете внимание, че тук с буквата V бележим обем. Не го бъркайте със скорост!* Плътността е скаларна величина, имаща мерната единица [**kg/m³**].

В практиката понякога се работи с **относителна плътност**. Това е безразмерна величина, която се получава като отношение на истинската плътност към тази на водата при 4°C. Сигурно се питате защо пък точно при 4 градуса. Отговорът е, че плътността на водата има максимум при тази температура (*Фиг.7.1*) и $\rho_{H_2O}(T = 0°C) = 1000\ [kg/m^3]$.

Например плътността на желязото е $\rho_{Fe} = 7800\ [kg/m^3]$, тогава относителната му плътност е $\rho_{relative}(Fe) = \frac{\rho_{Fe}}{\rho_{H_2O}} = 7{,}8$.

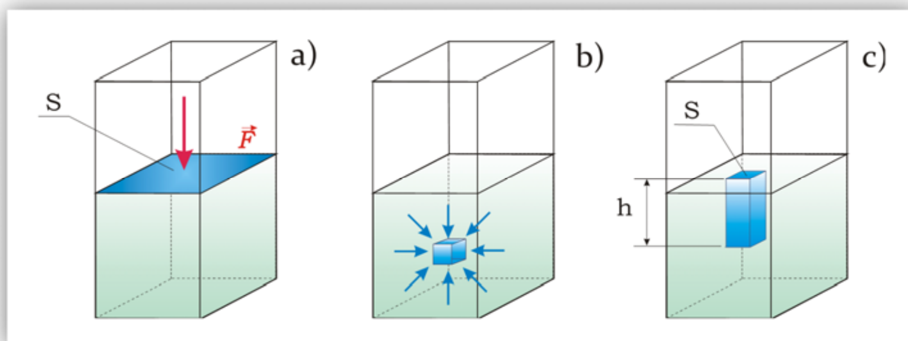


Фигура 7.1. *Температура зависимост на водата.*

Важна величина свързвана с описване поведението на течностите е **налягането, $\vec{p}$**. Това е силата, $\vec{F}$, действаща на единица площ от повърхността, *S*, в направление перпендикулярно на посоката на силата (*Фиг. 7.2а*):

$$\vec{p} = \frac{\vec{F}}{S} \qquad (7.2)$$

Мерната единица за налягане е Паскал [**Pa**]. В основните единици на система SI е [N/m²] = [kg/m.s²].



Фигура 7.2. а) *Сила, приложена перпендикулярно на свободната повърхност;* **b**) *обем вода, отделен мислено от останалата вода;* **c**) *стълб течност от повърхността до дълбочина h.*

.

Опитно е установено, че течностите и газовете създават налягане във всички пространствени направления. (*В този факт, вероятно и сами сте се убедили, когато сте се потопили във вода).* Нека си представим, че мислено можем да отделим едно малко кубче от течността (*Фиг.7.2b*). Течността е в равновесие и следователно всички действащи върху кубчето сили се уравновесяват. В такъв случай налягането върху едната стена на куба трябва да се уравновесява от налягането на срещуположната стена като две по две срещуположните стени, оставайки неподвижни, ще дадат общото равновесие на кубчето. Ако имаше въртящи моменти, течността би се задвижила но тя е неподвижна тогава и въртящите моменти са 0.

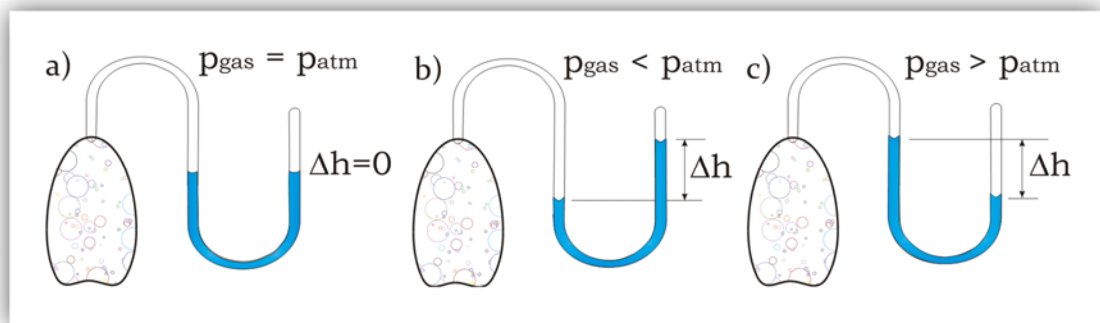
Друга особеност на течностите и газовете, както вече споменахме, е тяхната способност да текат. Като следствие от това явление силите създаващи напрежение са винаги в направление перпендикулярно на повърхността. Ако има сили, действащи успоредно на повърхността, те предизвикват течене продължаващо до уравновесяването им.

Сега ще се опитаме да оценим количествено колко е налягането върху площ на течност, разположена на дълбочина h под повърхността (*Фиг.7.2c*). Силата, която ще действа на тази дълбочина е силата на тежестта, създавана от обема течност над нея $\vec{G} = m.\vec{g}$. Като вземем предвид, че обемът може да се изрази чрез площта, S и дълбочината h (V=$S.h$) и дефиницията за плътност ($\rho = m/V$), то налягнето, упражнявано от силата на тежестта, може да се представи като:

$$\vec{p} = \frac{\vec{G}}{S} = \frac{m.g}{S} = \frac{\rho(S.h),\vec{g}}{S} = m.\vec{g}.h \qquad (7.3)$$

както се вижда налягането е право пропорционално на плътността на течността и на дълбочината. *Формула* (*7.3*) дава налягането създавано от самата течност, но в нея не е отчетено влиянието на свободната повърхност и по-точно на налягането на въздуха при тази повърхност, $\overrightarrow{p_0}$. Пълното налягане ще бъде:

$$\vec{p} = \overrightarrow{p_0} + \rho.\vec{g}.h \qquad (7.4)$$



Фигура 7.3. *Воден манометър за измерване на налягане:* **a**) *налягането вътре в съда е равно на атмосферното;* **b**) *налягането в бутилката е по-високо от атмосферното;* **c**) *налягането е по-ниско от атмосферното*.

Налягането се измерва с уреди, наречени **манометри** и **барометри**. Водните манометри (*Фиг.7.3*) са едни от най-простите уреди за измерване на налягане. Те се състоят от U-образна тръба, запълнена с течност до определено ниво. Едната част на тази тръбата свързваме със съда с газ, чието налягане искаме да измерим, а другата оставяме свободна. Ако налягането вътре в съда е равно на въздушното налягане (атмосферното), течността в манометъра ще има еднаква височина в двете колена (*Фиг.7.3a*). Ако налягането на газа е по-високо от атмосферното, нивото на течността ще спадне от страната на газа (*Фиг.7.3b*) и ако газът има по-ниско налягане, то нивото на течността към газа ще се вдигне нагоре

(*Фиг.7.3c*). От разликата във височините може да се изчисли разликата между атмосферното и налягането на газа, $\Delta p = \rho.g.\Delta h$, където ρ е плътността на течността в манометъра. В помощта на такъв манометър не може да се получи абсолютната стойност на налягането. За тази цел се използват барометри.

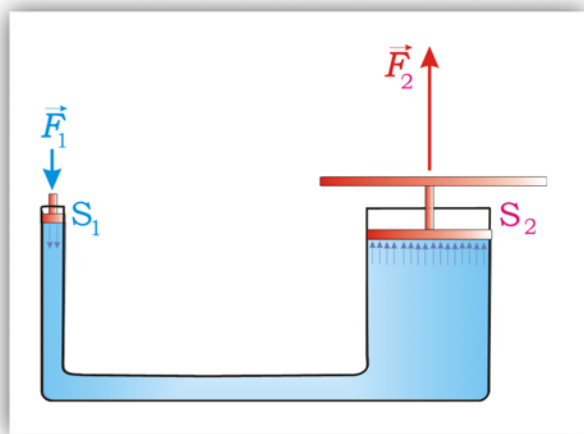
Един от основните закони на хидростатиката, който намира много приложения в съвременността, е **законът на Паскал.** Блес Паскал (*Blaise Pascal, 1623-1662, Франция*) намерил, че налягането приложено към течност (или газ) намираща се в ограничен обем, се предава към всички точки на обема без изменение.

Демонстрирането на закона може да се направи много просто, ако напълним найлонова торбичка с вода. Когато пробием дупки на различни места в торбичката ще видим, че струята течност е еднаква навсякъде. Ако налягането в обема не беше еднакво, би трябвало от всяка дупка да излиза различно количество вода т.е. да се образува различна по сила струя.

Този закон е в основата на принципа на работа на хидравличната автомобилна помпа и хидравличния подемен кран (*Фиг.7.4*). Според него наляганията от двете страни на обема течност трябва да са еднакви т.е.:

$$p_1 = p_2 \tag{7.5}$$

изразявайки всяко от тези налягания със съответната силата и площта равенството добива вида:



Фигура 7.4. *Хидравличен подемен кран.*

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \tag{7.6}$$

като силата F_2 ще е равна на:

$$F_2 = F_1\frac{S_2}{S_1} \tag{7.7}$$

Тогава, ако например площта на лявата тръба S_1 е 1 [m^2], а на дясната S_2 е 100 [m^2], то прилагането на сила F_1 1 [N] ще доведе до ответна сила F_2 от 100 [N] т.е. крайната, подемна сила ще бъде 100 пъти по-голяма от приложената! Именно тази сила е способна да изтласка нагоре тялото, намиращо се върху платформата отдясно.

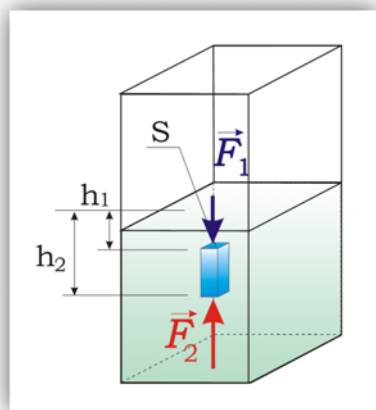
Сигурно сте забелязали, че когато е под вода, можете да повдигнете предмет по-лесно. Сякаш тялото е загубило част от теглото си. От опит знаем, че корабите, макар и много по-тежки от водата, плават на повърхността ú без да потъват. Как да обясним тези феномени?

Със сигурност, независимо дали са в течност или не, на телата им действа сила на тежестта. За да изглеждат по-леки трябва тогава да им действа друга сила, насочена в противоположна посока. Именно такава сила се появява по третия принцип на Нютон – тялото действа на водата, а тя ще му противодейства. За да изчислим стойността на силата нека разгледаме мислено отделен цилиндър от вода, намиращ се на дълбочина h_1 за горната му основа и h_2 за долната му основа (*Фиг. 7.5*). Силата, която действа на дълбочина h_1 е:

$$\overrightarrow{F_1} = \rho.\vec{g}.(h_1.S) \tag{7.8}$$

докато силата на дълбочина h_2 е:

$$\overrightarrow{F_2} = \rho.\vec{g}.(h_2.S) \tag{7.9}$$



Фигура 7.5. *Построение за извеждане на подемна сила.*

Това е силата, която упражнява обема вода върху околната част. На същото място от страна на околната вода ще действа равна по големина и противоположна по посока сила, $-\overrightarrow{F_2}$. Нека сега намерим резултантната на двете сили, действащи от страна на околната вода върху разглеждания обем:

$$\Delta\vec{F} = \overrightarrow{F_2} - \overrightarrow{F_1} = \rho.g.(h_2 - h_1) = \rho.g.\Delta h.S \tag{7.10}$$

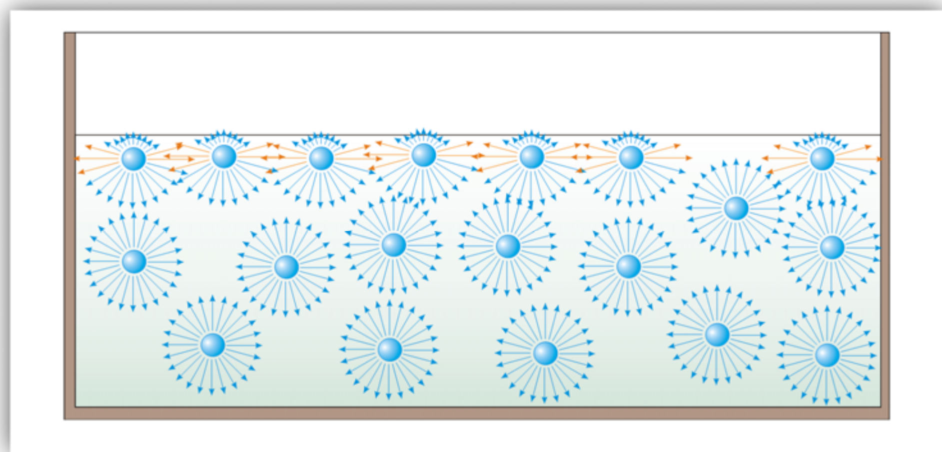
Когато говорихме за равновесието на течността стана ясно, че за да остане течността неподвижна трябва силите, приложени от всички стани на обема, да се уравновесяват. Тук обаче ситуацията не е такава и съществува разликата $\Delta\vec{F}$. Това ще предизвика течене, което ще се стреми да изтласка нагоре разглеждания обем. Този процес се свързва с **подемната сила,** $\vec{F}_B$:

$$\overrightarrow{F_B} = \Delta\vec{F} = \rho.g.\Delta h.S = m.g \tag{7.11}$$

Следователно подемната сила е точно равна на теглото на обема течност. Ако заменим разглеждания обем от вода с друго тяло, то изтласкващата сила ще е равна на теглото на течността, имаща обем равен на обема на потопеното в нея тяло.

Пръв до този извод достигнал гениалният Архимед (*Αρχψηδηζ, 287-212 г.пр.н.е., Гърция*), затова изказаното по-горе твърдение носи името **закон на Архимед**. Сигурно сте чували историята за лежащия във ваната Архимед, който след като получил прозрение, започнал да вика „*Еврика*", докато тичал гол по улицата. Всъщност той се опитвал да намери решение на задачата дали новата корона на царя е от злато. Тъй като короната била с неправилна форма, задачата нямала тривиално решение. Законът, който Архимед намерил бил валиден за всякаква форма, така че той успял … да разочарова краля. Короната не била златна. Но пък законът на Архимед е много важен за развитието на физиката.

Като следствие от този закон едно тяло ще плува, ако силата му на тежестта е по-малка от подемната сила. То ще потъне, ако теглото му е по-голямо от подемната сила. Ако перифразираме това твърдение, то тялото ще плува ако неговата плътност е по-малка от тази на течността, в която е потопено и ще потъне в противен случай.



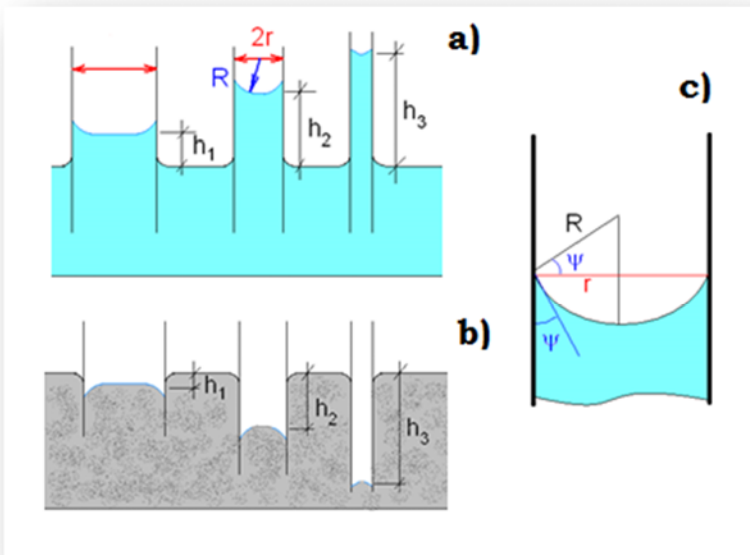
Фигура 7.6. *Течност съставена от молекули с техните сфери на действие. Молекулите от повърхността имат деформирани сферите на действие, като силите на взаимодействие в направление на повърхността стават по-силни и разстоянията между тези молекули се скъсяват.*

Поради наличието на свободна повърхност на границата между течност и друга среда (*въздух например*) възниква **повърхностно напрежение**. Силите, които създават напрежението са в направление надлъжно на повърхността, а напрежението е насочено към обема ú. Съществуването на повърхностно напрежение можем да обясним с междумолекулните взаимодействия в течностите. Нека си мислим, че молекулите на течността са сферички (*Фиг.7.6*) и всяка сферичка е обвита от по-голяма по размер **сфера на действие**, създадена от силите на молекулата. Когато кои да са две молекули са на голямо разстояние една от друга те не си взаимодействат. Когато обаче техните сфери на действие се допрат, двете молекули си взаимодействат, което води до установяването им на точно определено разстояние. Ако молекулата е разположена в обема на течността силите на действие във всички посоки са еднакви. Те биват уравновесявани от взаимодействията със съседните молекули.

При молекулите от повърхността, част от силите на действие от сферата няма как да се компенсират. Некомпенсираните сили ще се насочат към съседните молекули – както от повърхността, така и в посока на обема. Именно това засилва междумолекулните връзки в тази област и се формира **повърхностен слой**, свързан с повърхностното напрежение. Доказано е, че той може съществено да се отличава по свойства и междумолекулни разстояния от тези в обема на течността. (*Може да си представите този слой, като еластична ципа разположена на повърхността*).

Веднъж формиран, повърхностният слой упражнява налягане върху обема на течността, наречено **капилярно**, а явленията произтичащи от него се наричат **капилярни явления.**

Когато поставим течност в съд, допълнително влияние върху състоянието на течността оказва взаимодействието ú със стените. Например, ако сте забелязали течността в тясна тръбичка (**капилярка**) може да има вдлъбната или изпъкнала повърхност (*Фиг.7.7*). Видът на кривината зависи от това дали силите между еднаквите молекулите на течността (процес наречен **кохезия**), или силите на привличане между стените на съда и тези на течността (**адхезия**) ще са по-силни.



Фигура 7.7. ***a***) *Издигане на мокреща течност в капилярка , като повърхността е вдлъбната*; **b**) *Намаляване на нивото на немокреща течност, повърхността е изпъкнала*; **c**) *Построение за изчисляване на височината на стълба течност в капилярка.*

Повърхността е вдлъбната, когато привличането на молекулите на течността от стените на съда е по-голяма т.е. адхезионните сили са преобладаващи (*пример е вода в стъклена тръбичка*). Такива течности са **мокрещи** (*Фиг.7.7b*). Когато кохезионните сили са по-силни, тогава частиците на течността се привличат една друга (*пример е живак поставен в стъклена тръбичка*), стремейки се да се отдалечат от повърхността на капилярката. Повърхността е изпъкнала, а течността се нарича **немокреща** (*Фиг.7.7b*).

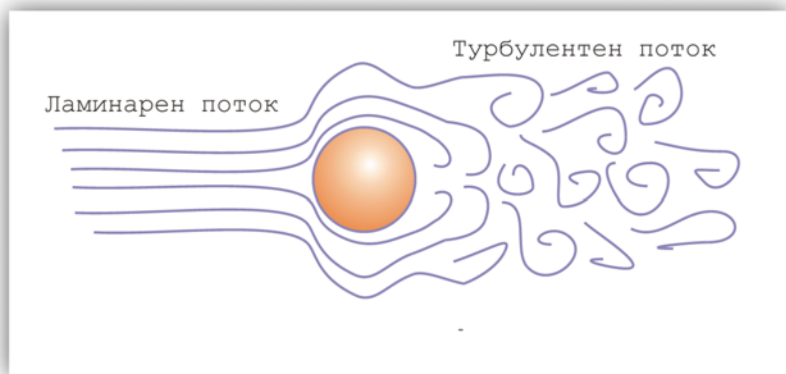
При потапяне на капилярка в съд с течност, тя или ще се издигне по нея, или ще се отдалечи по-дълбоко в обема на течността. Мокрещите течности се издигат (*Фиг.7.7a*), а немокрещите се отдръпват (*Фиг 7.7b*). Височината/дълбочината на стълба, h, зависи от вида на течността, размера на капилярката и повърхностното напрежение, σ, като (*Фиг. 7.7c*):

$$h = \frac{2\sigma.\cos\psi}{r.\rho.g} \qquad (7.12)$$

ρ е плътността на течността; g е земното ускорение; r е радиусът на капилярката; ψ е ъгълът между повърхността на капилярката и вдлъбнатата (изпъкнала) част на течността.

7.2. Хидродинамика

Както вече стана ясно, процесът на течене е характерен за флуидите (течности и газове). Това е начинът, по който те се движат. Различаваме два вида течéния: ламинарно и турбулентно (*Фиг.7.8*). **Ламинарното течение** можем да си представим като успоредни слоеве течност, които се движат. Тогава траекториите на всички частици са почти успоредни една на друга и никъде не се пресичат. **Турбулентното течение** се характеризира с безпорядък на движение на отделните частици, което води до формиране на малки **вихри**. То се проявява, когато скоростта надвиши определена стойност или когато течността срещне препятствие. Образуването на вихри изразходва голяма енергия и в такива течения вътрешното триене на частиците на течността става значително.



Фигура 7.8. *Ламинарен и турбулентен поток.*

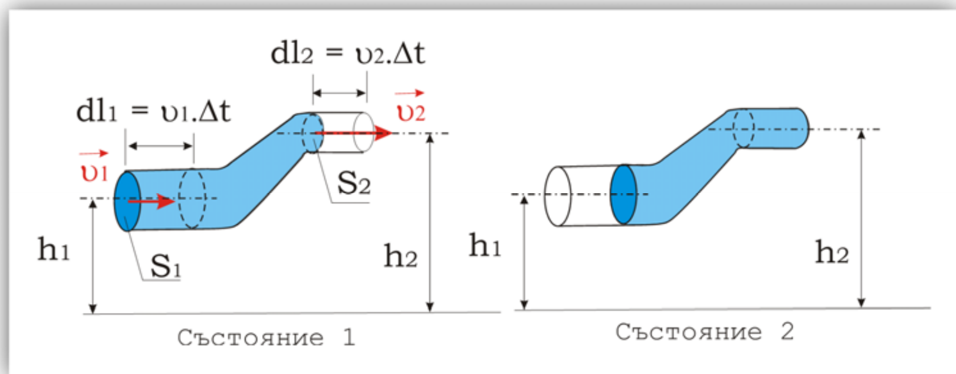
В процеса на течене могат да бъдат разпознати четири основни характеристики:

- Течността може да се разглежда като **свиваема** или **несвиваема**. Макар несвиваеми течности да не съществуват реално можем да използваме това опростяване, когато промяната на обема е достатъчно малка;
- Течностите има **вискозитет**. Това е проява на вътрешното триене на частиците в течността и се проявява във всяка течност. В някои случаи все пак може да се пренебрегне;
- Течението може да бъде **стационарно**. Скоростта на такова течение е константа с

времето, в коя да е фиксирана точка от обема на течността. Течения, които не отговарят на това условие се наричат **нестационарни**;

- Теченията могат да бъдат **вихрови** и **безвихрови**. При безвихровите течения пълният момент на импулса на течността спрямо произволна точка от пространството е 0.

В ламинарно течение, траекторията на движение на една частица се нарича **токова линия**. Посоката на скоростта на частицата във всеки момент е по допирателната към токовата линия. Ако изчертаем траекториите на много от частиците ще опишем т.нар. **токова тръба** (*Фиг. 7.8 – лявата част преди препятствието*)**.** Макар да не можем да нарисуваме траекториите на всички частици, за да онагледим токовата тръба е достатъчно да изобразим само някои от тях. Другите се подразбират, защото траекториите при ламинарно течене не могат да се пресичат и са почти успоредни една на друга.



Фигура 7.9. *Движение на течност по тръба с променливо сечение и височина* от *състояние 1 до съст.2.*

Описанието на движението на течностите или газовете може да стане чрез проследяване на всяка тяхна частица. Това от практична гледна точка е непосилна задача. Затова е по-добре да фиксираме дадена точка (или сечение) от пространството на флуида и да разглеждаме промените на физичните параметри тази точка (или сечение) с времето.

Една подходяща за изследване с този подход физична величина е **разходът на маса**. Това е количеството маса от флуида, която преминава през дадено сечение за единица време:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} \tag{7.13}$$

На *Фиг. 7.9.* е дадена тръба, по която тече течност. Нека намерим разхода на маса за сечения S_1 и S_2 като постулираме, че за време Δt течността ще измине разстояние dl. Като отчетем, че масата на течност с плътност ρ и обем V е $m = \rho.V$, а обемът на течността е произведението на напречното сечение, S и изминатото разстояние, то:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho.S.dl}{\Delta t} = \rho.S.|\vec{v}| \tag{7.14}$$

където $\vec{v}$ е скоростта на течността при сечението S.

Общото количество маса се запазва, тъй като през страничните стени на тръбата то не може да изтече и следователно за едно и също време и през двете сечения ще премине едно и също количество течност т.е. разходите на маса за сечения S_1 и S_2 са равни:

$$\rho_1.S_1.|\vec{v}_1| = \rho_2.S_2.|\vec{v}_2| \tag{7.15}$$

Полученото равенство се нарича **уравнение на непрекъснатост на потока**. За несвиваеми течности плътността на течността остава постоянна ($\rho_1 = \rho_2$) и уравнението за непрекъснатост на потока се опростява до:

$$S_1.|\vec{v}_1| = S_2.|\vec{v}_2| \tag{7.16}$$

Оттук следва заключението, че при по-малко сечение скоростта на несвиваемата течност е по-голяма.

Даниел Бернули (*Daniel Bernoulli, 1700-1782, роден в Холандия живял и работил и Швейцария*) изследвал налягането на налягането на потока течност и установил, че то е по-голямо когато скоростта е по-малка. Тази зависимост се нарича **уравнение на Бернули** в чест на своя откривател. За извода на уравнението на Бернули ще считаме, че работим с ламинарно и стационарно течение на несвиваема течност с пренебрежим вискозитет.

Нека намерим баланса на енергията при пренос на течност по тръба с променлив профил (*Фиг.7.9*). Работа по преместването от състояние 1 в състояние 2 е равна на промяната на енергията на системата (кинетична и потенциална), както вече дискутирахме в предишна тема. Тогава работата ще е сума от тази в сечение 1 и 2:

$$\mathrm{A} = A_1 + A_2 = F_1.dl_1 - F_2.dl_2 = p_1.dV_1 - p_2.dV_2 = p_1.\frac{m}{\rho} - p_2\frac{m}{\rho} = \Delta p.\frac{m}{\rho} \tag{7.17}$$

При изкачване на течността от височина h_1 към височина h_2 ще имаме промяна в потенциалната енергия, като:

$$\Delta U = m.g.\Delta h = m.g.(h_2 - h_1) \tag{7.18}$$

След като течността се движи, то тя притежава и кинетична енергия. Промяната ú зависи от промяната в скоростта при двете сечения:

$$\Delta E_k = \frac{m.\Delta v^2}{2} = \frac{m.v^2{}_2}{2} - \frac{m.v_1{}^2}{2} \tag{7.19}$$

Според закона за запазване на енергията $E_k + U = A$ и тогава:

$$\frac{m.\Delta v^2}{2} + m.g.\Delta h = \Delta p.\frac{m}{\rho} \tag{7.20}$$

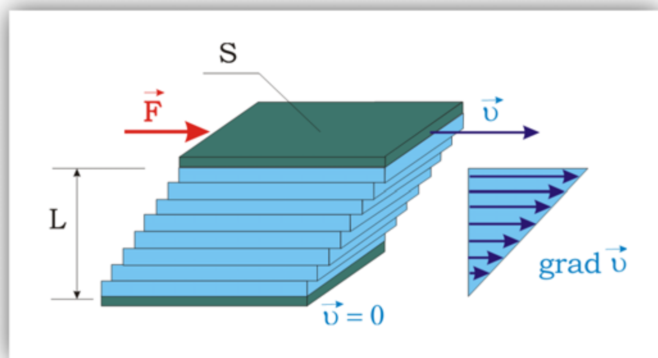
Съкращаваме масата от двете страни на равенството и получаваме:

$$\frac{\rho.\Delta v^2}{2} + \rho.g.\Delta h = \Delta p \tag{7.21}$$

Преобразуваме израза като прехвърляме всички членове, отнасящи се до сечение 1 отляво, а тези за сечение 2 отдясно:

$$\frac{\rho.v_1{}^2}{2} + \rho.g.h_1 + p_1 = \frac{\rho.v_2{}^2}{2} + \rho.g.h_2 + p_2 = const \tag{7.22}$$

Всички членове в това равенство имат смисъл на налягане, като $\frac{\rho.v_1{}^2}{2}$ се нарича **хидродинамично налягане,** $\rho.g.h_1$ е **хидростатично налягане**, а p е **статичното налягане.** Следователно *формула* (*7.22*) показва, че общото налягане на течността в тръбата се запазва. Увеличаването на някое от наляганията тогава трябва да се компенсира с намаляване на друго.



Фигура 7.10. *Течност, поставена между две повърхности, като е задвижена горната. Показан е градиента на скоростта на течността.*

В процеса на **течене** молекулите на флуидите изпитват удари една в друга. Физичната величина, която описва това явление се нарича вискозитет. Тогава **вискозитетът** е свойство, описващо вътрешното триене между молекулите на течността или газа. При течностите това триене можем да си го представим, като възникващо между различните слоеве течност (*при ламинарно течене*), поради съществуващата кохезия. В газовете триене възниква, поради постоянните сблъсъци между молекулите. (*Не бъркайте плътност с вискозитет!)*

Количествена мярка за вискозитета на даден флуид е неговият **коефициент на вискозност,** η.

Нека разгледаме течност, поставена между две повърхности (*Фиг.7.10*). Долната повърхност е неподвижна, а за да предизвикаме процес на течене задвижваме горната със сила $\vec{F}$, предизвикваща скорост $\vec{v}$. Поради локалните взаимодействия между молекулите на течността и тези на пластините, най-горният слой на течността ще се движи със същата скорост, докато най-долният ще остане неподвижен (като долната пластина). В дълбочина скоростта на отделните слоеве ще се мени плавно от тази на най-горния до тази на най-долния слой. Тази постепенна промяна на скоростта в пространството се нарича **градиент на скоростта** ($grad\vec{v} = \frac{d\vec{v}}{d\vec{r}}$).

Приложената сила се оказва правопропорционална на площта на пластинката, S и скоростта, $\vec{v}$, но обратнопропорционална на дебелината на слоя течност, L (*разстоянието между повърхностите*), като:

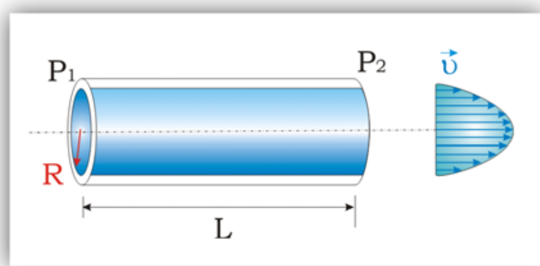
$$\vec{F} \propto \frac{\vec{v}.S}{L} \tag{7.23}$$

Коефициентът на пропорционалност в тази зависимост е именно коефициентът на вискозност на флуида, η. Тогава:

$$\vec{F} = \eta \frac{\vec{v}.S}{L} \tag{7.24}$$

Мерната единица на η в системата SI е [**N.s/m²**].

При движение на флуид в тръба се наблюдава същият ефект на градиент на скоростта, като до стените на съда флуидът се движи с нулева или минимална скорост, докато скоростта в центъра е най-голяма. Френският учен Поазьой (*Jean Léonard Marie Poiseuille, 1799-1869, Франция*), изчислил какъв ще е потокът, J, на течност преминаващ през тръба, при отчитане на този ефект т.е. на вискозитета. Получената от него зависимост е известна като **формула на Поазьой** (*Фиг.7.11*):



Фигура 7.11. *Вискозно движение на течност в тръба с радиус R.*

$$J = \frac{\pi.R^4.(p_1 - p_2)}{8.\eta.L} \tag{7.25}$$

като R е вътрешният радиус на тръбата; p_1 е налягането при втичането на течността; p_2 е налягането при изтичането на течността; η е коефициентът на вискозност; L е дължината на тръбата.

При увеличаване на скоростта на потока по тръбата течението от ламинарно преминава в турбулентно и в обема възникват вихри. Критерий за границата между ламинарно и турбулентно течение е **числото на Рейнолдс, *Re***:

$$Re = \frac{2v_{av}.R.\rho}{\eta} \tag{7.26}$$

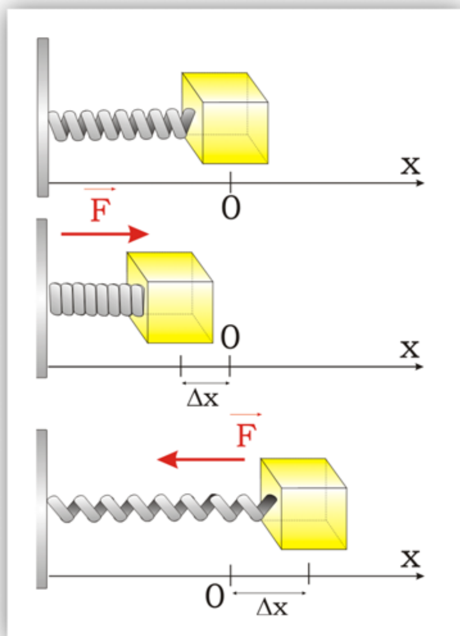
като υ_{av} е средната скорост на движение в тръбата; R е радиусът на тръбата; ρ и η са плътността и коефициентът на вискозност на течността съответно0. При стойност на Re < 2000 се наблюдава ламинарно течение, а при Re > 2000 течението преминава в турбулентно.

8. Трептения

8.1. Трептене на пружина

Много тела са способни да извършват трептения. Можем да дадем пример със зъзнещ от студа човек. Трептения се наричат и движенията, които извършва топче закачено на нишка. Когато срещне неравности по пътя си автомобилът, благодарение на своите амортисьори, започва да трепти нагоре-надолу.

Сега трябва да се опитаме да намерим общите черти на това явление, за да можем да го опишем достатъчно надеждно. От примерите стана ясно, че под **трептене** (осцилация) разбираме повтарящо се движение, чиято траектория започва и завършва в една и съща пространствена точка. То се повтаря многократно, като следва винаги същата траектория. Времето за едно изминаване на пълната траектория се нарича **период на трептене**.



Фигура 8.1. *Движение пружинно махало под действие на свиване и разпъване на пружината.*

Най-често, като пример за трептене се дава пружина, на предната част на която е закачено малко тяло (*Фиг.8.1*), наречено **пружинно махало**. В началото системата е в покой. Пружината е в равновесно състояние, като координата на центъра на тежестта на тялото бъде начало на координатната x-ос (*Фиг.8.1a*). В това състояние системата е в равновесие.

Ако разпънем или свием пружината, центърът на тежестта ще се отмести разстояние $\Delta\vec{x}$ спрямо началното положение 0 (*Фиг. 1,b,c*). Тъй като пружината е изведена от равновесие при освобождаването си, под действие на силата на еластичност, $\overrightarrow{F_{el}}$, тя ще се стреми да се върне в равновесно положение. Междувременно поради връзката между тялото и пружината, еластична сила ще действа и на двете. Явният вид на силата, с която пружината действа на тялото е:

$$\overrightarrow{F_{el}} = -k_{el}.\Delta\vec{x}, \tag{8.1}$$

където κ_{el} е коефициент на еластичност на пружината. Той е зависи само от пружината: от материала, диаметъра, броя на навивките и др.

Защо обаче тялото трепти? Нека за опростяване на разглежданията да пренебрегнем триенето и да поразсъждаваме какво точно ще се случва при разпъването на пружината. На първо място, за разпъването на пружината е извършена работа. Тя се е превърнала в еластична потенциална енергия на пружината. Когато я освободим, тази енергия се превръща постепенно в кинетична енергия на движение на тялото. Така то се движи, докато пружината достигне своето равновесно положение. В това положение цялата енергия на пружината се е предала на тялото. Тялото обаче притежава ускорение, с което се движи и следователно то няма да спре, а ще се стреми да продължи движението си. Така пружината ще започне да се свива. Следователно кинетичната енергия на тялото сега ще се превръща постепенно в еластична потенциална енергия на пружината. Когато цялата му енергия е изчерпана, тялото ще спре. В този момент обаче, в пружината е запасена енергия и тя ще се опита да се върне в равновесно положение, избутвайки тялото в обратната посока. Запасената в пружината енергия се превръща отново в кинетична за движение на тялото. То отново минава през равновесното за пружината състояние и отново има скорост по-голяма от нула. Така тялото ще продължи движението си, достигайки началното разпънато положение на пружината. Съгласно закона за запазване на енергията, в отсъствие на триене, тялото трябва да извършва това движение безброй много пъти, заставяйки системата ще трепти.

Във физиката, за по-лесно и точно дефиниране на трептенето са въведени следните физични величини:

- **Преместване,** $\overrightarrow{\Delta x}$ - това е отместването на тялото в кой да е момент от време спрямо равновесното положение;
- **Амплитуда**, ***A*** - максималното преместване в коя да е посока, измерено спрямо равновесното положение;
- **Период**, ***T*** - времето за единично изминаване на цялата траектория;
- **Честота**, f (или ν)- броят периоди за единица време. Мери се в единица Херц [**Hz**], което изразено чрез основните единици система SI е [s^{-1}], като $f = \frac{1}{T}$

8.2. Хармонични трептения

Хармонично трептене наричаме всяко трептене, при което възвръщащата сила е линейно пропорционална на преместването (пример е силата на еластичност на пружината). Хармонично трептяща система се нарича **хармоничен осцилатор**.

За да опишем движението на хармоничен осцилатор, следва на намерим уравнението за движение. Нека си представим пружина с окачена на нея тежест (*Фиг.8.2*). Върху окачената тежест действат силата на еластичност на пружината и силата на тежестта на самото тяло. Тогава съгласно втория принцип на Нютон:

$$m\vec{a} = -k_{el}\Delta\vec{x} \qquad (8.2)$$

Ускорението можем да представим също като втора производна по преместването Δx т.е. $a = d^2x/dt^2$ и тогава *формула* (*8.2*) придобива вида:

$$m.\frac{d^2(\Delta x)}{dt} + k.\Delta x = 0 \qquad (8.3)$$

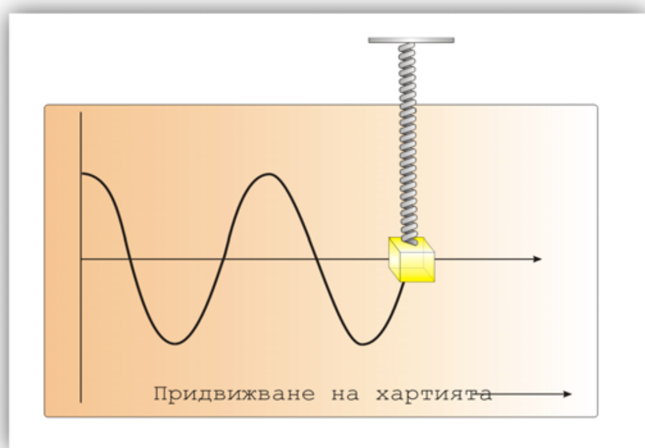
Полученото уравнение е диференциално. Макар то да има точно аналитично решение, ние можем да стигнем до него и по интуитивен път. Ако вземем лист хартия, която можем да въртим с равномерна скорост и снабдим люлеещото се тяло с писец, то тялото ще изпише траектория върху листа, имаща вид на синусоида (косинусоида), както е показано на *Фиг.8.2*. Следователно можем да предположим, че решението на уравнението от *формула* (*8.3*) следва да съдържа **sin** или **cos функции**. В най-общ вид, решението ще бъде сума от двете, като:

$$\Delta x(t) = a.cos(\omega t) + b.sin(\omega t) \qquad (8.4)$$

като ω се нарича **кръгова честота**. Тя е пропорционална на честота, като $\omega = 2\pi\nu$.

Сега можем да проверим дали такъв израз е наистина решение на уравнението. Оказва се, че уравнението е удовлетворено при:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{el}}{m}} \qquad (8.5)$$



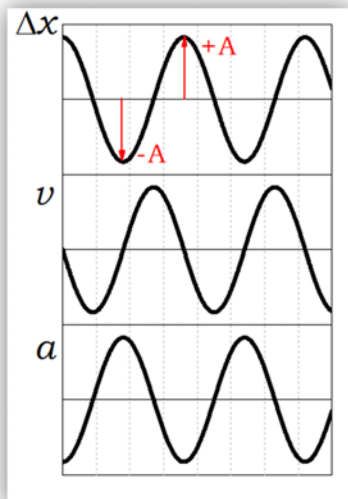
Фигура 8.2. *Опит за установяване на вида на движението с времето на пружинно махало.*

Какъв ще е точният вид на решението и стойностите на коефициентите a и b зависи от началните условия, от които стартира осцилатора. Ако например а $= A$, а $b = 0$, то:

$$\Delta x(t) = A.cos(\omega t) \qquad (8.6)$$

В този случай движението започва от точката на максимална амплитуда, като $\cos 0 = 1$ и тогава $\Delta x(0) = A$. Обикновено движението не започва нито от нулево, нито от максимално положение. За да отчетем този факт, в закона за движение включваме величината **начална фаза, ϕ**. Тя не влияе на вида на кривата, а само показва началното положение, от което е започнало движението. При отчитане на началната фаза общият вид на решението на закона за движение добива вида:

$$\Delta x(t) = a.\cos(\omega t + \phi) + b.\sin(\omega t + \phi) \quad (8.7)$$



Фигура 8.3. *Изменение на отместването, скоростта и ускорението на пружинно махало.*

С помощта на връзката между кръговата (*циклична*) честотата и честотата, можем да намерим явната зависимост на тези величини от параметрите на махалото (m, k_{el}):

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{el}}} \quad \text{и} \quad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{el}}{m}} \quad (8.8)$$

Забележете, че нито периодът, нито честотата зависят от амплитудата на трептенето. С помощта на дефинициите за скорост ($v = \frac{d(\Delta x)}{dt}$) и ускорение $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2(\Delta x)}{dt}$ можем да изразим зависимостта им от времето (*Фиг.8.3*). От графиките става ясно, че както отместването, така и скоростта, и ускорението са периодични функции на времето.

8.3 Енергия на хармоничен осцилатор

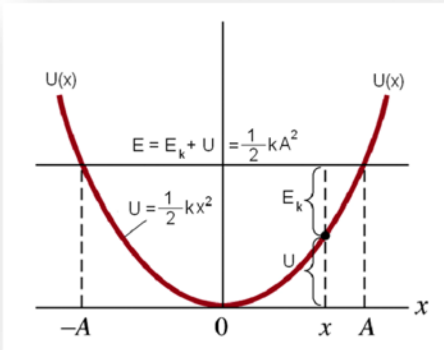
Движението на пружинното махало се дължи, както на запасяването на потенциална енергия в пружината, така и поради кинетичната енергия на движение на тялото. Общата енергия в системата, ако тялото има маса m и скорост v и нямаме неконсервативни сили ще бъде:

Нека запишем съответните формули:

$$E = U + E_k = \frac{k_{el}.\Delta x^2}{2} + \frac{m.v^2}{2} \quad (8.9)$$

При максимално отклонение на махалото (равно на амплитудата, А) скоростта на тялото е 0 и в системата има само потенциална енергия, която има своята максимална стойност:

$$E = U = \frac{k_{el}.\mathrm{A}^2}{2} \quad (8.10)$$



Фигура 8.4. *Преобразуване на потенциалната и кинетичната енергия.*

Това на практика е стойността на цялата налична в системата енергия. В процеса на трептене постепенно част от тази енергия ще се преобразува в кинетична, но сумарната стойност остава винаги точно тази. Във всяко друго положение на махалото сумата от потенциалната и кинетичната ще са равни на тази стойност (*Фиг.8.4*):

$$\frac{k_{el}A^2}{2} = \frac{k_{el}.\Delta x^2}{2} + \frac{m.v^2}{2} \qquad (8.11)$$

С преобразуване на полученото равенство по отношение на скоростта получаваме:

$$v = \sqrt{\frac{k_{el}}{m}(A^2 - \Delta x^2)} \qquad (8.12)$$

Скоростта е максимална при $\Delta x = 0$, като:

$$v_{маь} = A\sqrt{\frac{k_{el}}{m}} \qquad (8.13)$$

Можем да изразим скоростта в произволно положение на махалото чрез максималната скорост като:

$$v = v_{max}\sqrt{1 - \frac{\Delta x^2}{A^2}} \qquad (8.14)$$

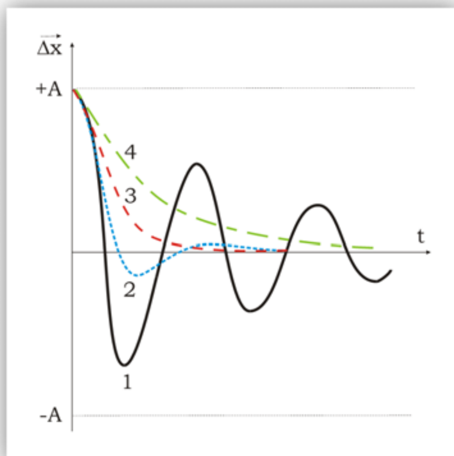
8.4. Затихващи трептения

Дотук разглеждахме идеализиран случай, в който няма загуби на енергия и поради това трептенето продължава безкрайно дълго време. В реалността обаче силите на триене, съпротивлението на въздуха и редица други фактори не могат да бъдат пренебрегнати. Всички те предизвикват постепенно намаляване на амплитудата и трептенето след известно време спира. Такива трептения се наричат **затихващи**.

За да отчетем влиянието на затихването е достатъчно само да модифицираме решението за идеален случай, като умножим със специален множител:

$$\Delta x^D(t) = \exp(\beta.t)[a.cos(\omega t) + b.sin(\omega t)] \qquad (8.15)$$

Използваната функция се нарича **експонента**, а коефициентът β се нарича **декремент на затихване**. Стойността на β определя бързината на затихване на трептенията. Съществуват три отличаващи се по своя характер затихвания (*Фиг.8.5*): **докритично**, при което затихването е сравнително бавно. Системата осъществява поне няколко трептения преди да се установи в равновесно положение (*Фиг.8.5 зависимости 1,2*); **критично** затихване се наблюдава в системи, които стигат максимално бързо до равновесно положение (*Фиг.8.5 зависимост 3*). Когато отклоненото тяло изразходва дълго време за връщане в равновесно положение, затихването е **надкритично** (*Фиг.8.5 зависимост 4*).



Фигура 8.5. *Затихващи трептения, като са показани: (1) е 1/10 критично затихване, (2) е полукритично затихване (3); критично затихване; (4) надкритично затихване.*

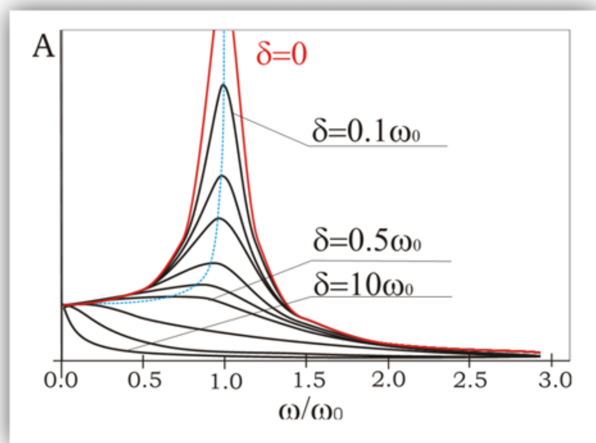
8.5. Принудени трептения. Резонанс

С досегашните разсъждения се убедихме, че трептенията затихват. Тогава за да ощастливите детето си, или разплаканото си малко братче, ще се наложи да залюлеете отново и отново люлката, на която то стои. Вероятно не сте си давали сметка, но люлеенето на люлка е също трептеливо движение!

От физическа гледна точка, бутането на люлката през равни интервали (когато люлката е най-близо до мястото ни) ние създавате **принудени трептения**. Терминът идва от това, че ние прилагаме външна за системата (люлка с дете) допълнителна сила, която я принуждава да продължи трептеливото си движение.

Идеална система, която разгледахме в началото имаше честота на трептене, която зависи сам от коефициента на еластичност на пружината и масата на закаченото към нея тяло. По тази причина тя се нарича **собствена честота**, а трептенията се дефинират като собствени.

При създаването на принудени трептения системата вече се характеризира не само със собствената си честота (*тук ще използваме кръговата честота*), ω_0, но и с честотата на външната сила, ω. Тогава решението на уравнението за движение и в този случай представлява модифициран вариант на идеалната трептяща система, но с отчитане на външната честота. Системата е изключително чувствителна към отношението между собствената и външната честота ω/ω_0. Когато това съотношение стане равно на 1 т.е. $\omega = \omega_0$ амплитудата на принудените трептения драстично се увеличава. Явлението е известно под името **резонанс**. Теоретично всъщност амплитудата при $\omega = \omega_0$ е равна на безкрайост, но на практика поради затихването реално се наблюдава само силно увеличение на амплитудата. На Фиг. 8.6. е показана зависимостта на амплитудата от отношението ω/ω_0 при различни затихвания, δ.



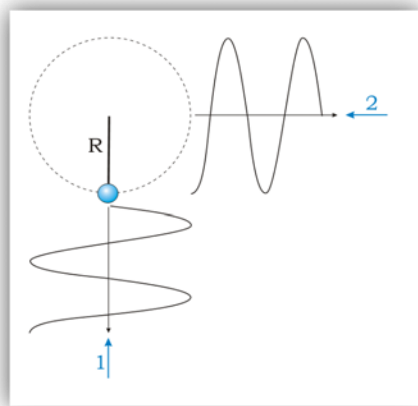
Фигура. 8.6. *Зависимост на амплитудата на принудените трептения в зависимост от отношението между външната , ω и собствената ω_0 честота за различни затихвания δ; пунктираната линия следва максимумите на зависимостите.*

Явлението резонанс не бива да се подценява! Така например добре известен е случай в САЩ с разрушил се мост (*Фиг.8.7*). Конструкторът не изчислил правилно натоварванията и честотите, които ще създадат трафикът и вятърът. В резултат на това мостът по време на експлоатация се разрушил, като имало и пострадали хора.

Фигура. 8.7. *Срутването на моста на Тахома, поради настъпил резонанс.*

8.6. Събиране на трептения

Представете си, че държите в ръка топче окачено на нишка, дълга A = 50 [cm]. Задвижвате го така, че топчето започва да описва окръжност в равнина, перпендикулярна на пода. Нека имаме двама наблюдатели, застанали така, както е показано на *Фиг.8.8.* Никой от двамата няма да може да види реалното движение, защото се намират в



Фигура 8.8. *Движение на топче по кръгова орбита. За наблюдатели (1) и (2) то изглежда като движение по синусов закон.*

равнината на движението. Нека се опитаме да опишем с математични формули какъв ще е законът за движение на топчето за всеки от наблюдателите.

Дължината на нишката е R, и нека приемем, че в началото на движението топчето е било отклонено от началното положение на ъгъл α. Реалната линейна скорост на движение на топчето ще означим с υ_m.

За този наблюдател (1) ще считаме, че движението е по x-оста. Компонентата на скоростта по тази ос ще означим с υ_x (*Фиг.8.9а*). За наблюдател (2) движението ще е по y-оста и ще става със скорост υ_y. Във всеки момент от време нишката и вектора на скоростта са перпендикулярни. От геометрични съображения тогава следва че триъгълникът, образуван отсечките υ_x , υ_y и $\boldsymbol{\upsilon_m}$ е подобен на триъгълника A, x, y, като са валидни следните пропорции между страните им:

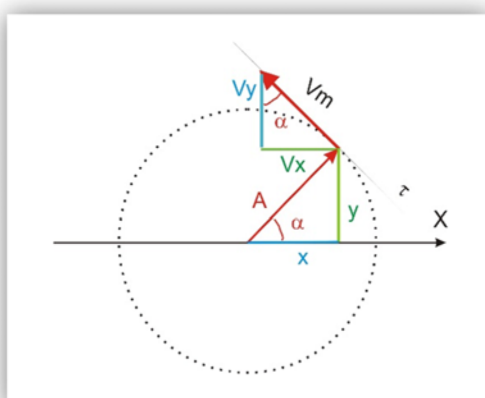
$$\frac{v_m}{v_x} = \frac{A}{y} = \frac{A}{\sqrt{A^2 - x^2}} \tag{8.16}$$

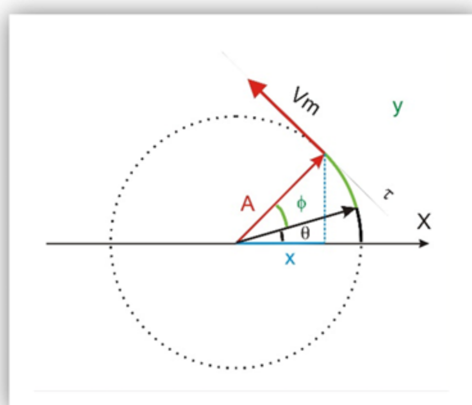
Следователно υ_x е равна на:

$$v_x = v_m\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \tag{8.17}$$

От триъгълника (A, x, y) се вижда, че:

$$x(t) = A.\cos\alpha \tag{8.18}$$





Фигура. 8.9. *Построения за определяне на компонентите на кръгово движение.*

Дотук разгледахме случай, в който движението започва в момента, в който топчето е минало през точката върху оста X. В общ случай обаче, движението може да е започва от друга точка. Например можем да си представим, че то е започнало, когато топчето е било отклонено на ъгъл ϕ (*Фиг. 8.9b*) . Тогава ъгълът α ще трябва да го представим, като сума от началния ъгъл и този до момента на отчитане (θ) т.е. $\alpha = \theta + \phi$. Тогава:

$$x(t) = A.\cos(\theta + \phi) \tag{8.19}$$

По дефиниция ъгловата (*кръговата*, *циклична*) скорост е $\omega = d\theta/dt$ т.е. $\theta = \omega.t.$
Използвайки тази зависимост окончателно*:*

$$x(t) = A.\cos(\omega t + \phi) \tag{8.20}$$

По подобен начин бихме могли да получим и движението, наблюдавано от втория наблюдател. Вижда се, че резултатите са същите, както изведените за трептящото махало. Получените тук резултати са изключително важни, защото показват, че всяка сложно трептене (*движението по окръжност*) може да бъде представено като сума от едномерни трептения.

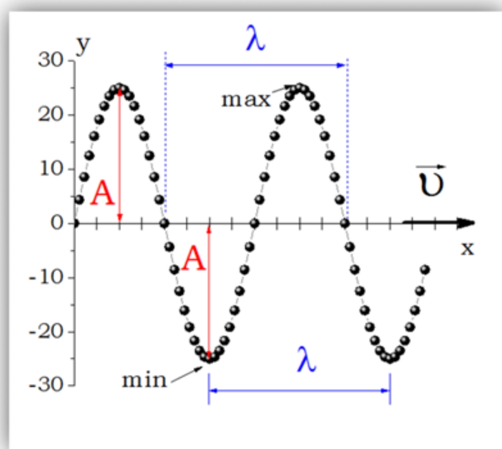
9. Вълни

9.1. Характеристики на вълновото движение

Една от първите асоциации на думата „вълна“ е морето с плискащите се във брега вълни. Досещаме се също и за движението на водата, когато хвърлим в нея камък. Макар да контактуваме всеки ден чрез говор по-рядко се сещаме, че и звукът е вълна. Вълни са и светлината, земетресенията и мн. други.

За да съществува една вълна, тя трябва да бъде създадена от **източник**. За морските, звуковите или земетръсните вълни източник се оказва **трептенето**. Такива вълни се наричат **механични.** За да създадем звук чрез барабан ние разтрептяваме повърхността на мембраната му чрез удар. Създадените по този начин трептения се предават на частиците на въздуха. Те достигат до мембраната на ухото ни и чрез слуховия апарат, слуховия нерв и центъра в мозъка си възприемаме тези механични трептения като звуци.

От дадения пример става ясно, че звуковите вълни представляват трептения на частиците на среда, в която се разпространяват. Това важи за всички механични вълни и тъй като за разпространението си механичните вълни се нуждаят от материална среда, те носят още името **материални**. Механичните вълни не могат да се разпространяват във вакуум.



Фигура 9.1. *Положение на точките на среда във фиксиран момент от време, при вълново движение.*

Най-простото вълново движение можем да се създаде във въженце. Ръката на човека, държащ единия край на въженцето, се придвижва нагоре и надолу, при което предава енергия на въженцето. Периодичното (трептеливо) движение на ръката се явява източник на вълната, а продължителното движението на ръката нагоре и надолу създава **непрекъсната (периодична) вълна.** Разпространението на вълната се основава на взаимодействието на съседните участъци на въженцето. Моментна снимка на въженцето ще покаже форма много подобна на *Фиг.9.1*. Ако трептенето се осъществява по синусов закон например и средата е идеално еластична, то и вълната ще има такъв вид. Основните елементи на такава вълна са (*Фиг.9.1*):

- λ се нарича **дължина на вълната**. Това е разстоянието между две точки от средата имащи едно и също отместване от равновесно положение (*намиращи се на една и съща височина y*). Измерва се в [m];
- A е амплитуда на вълната. Представлява максималното възможно отклонение на точките от тяхното равновесно положение (*на фигурата това са* ± 25 *cm*), без значение дали е в положителна или отрицателна посока. Измерва се в [m];
- min е минимумът на вълната. Представлява най-ниската точка, до която може да достигне точка от средата;
- max – максимум на вълната. Представлява най-високата точка, до която може да достигне точка от средата.

Някои други важни характеристики на вълната, които не са показани на фигурата са:

- T е периодът на вълната. Това е времето, за което дадена точка на средата ще се върне в първоначалното си положение при единично изминаване на траекторията си. Всъщност това е и времето между два съседни максимума (минимума) или времето за една дължина на вълната. Измерва се в [s];
- ν (*или f*) е честотата на вълната. Тази величина определя колко пъти за единица време (*напр. 1 секунда*) точката на средата ще се връща в равновесното си положение след пълно изминаване на траекторията си. Това може да се изрази и като броя дължини на вълните за единица време. Измерва се в Херц [Hz], като 1 [Hz]= 1 [1/s];
- v е скоростта на вълната, като $v = \lambda.\nu$. Нейната стойност зависи от свойствата на средата, в която се разпространява. Например за опънната струна тя зависи от силата на опън на струната, F_T и масата ú на единица дължина, μ: $v = \sqrt{F_T/\mu}$. В еластични среда с модул на еластичност, E, и плътност ρ, скоростта на надлъжна вълна е $v = \sqrt{E/\rho}$, а за надлъжна вълна в течност с модул на всестранно свиване, B, е $v = \sqrt{B/\rho}$.

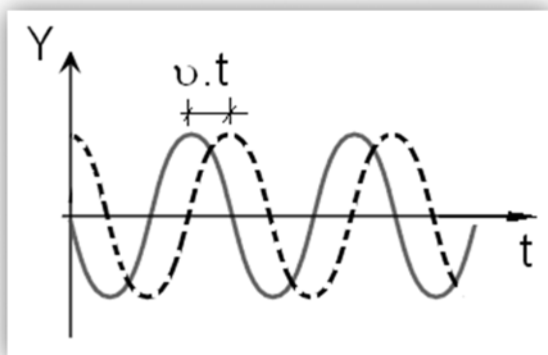
Нека се върнем отново на примера с въженцето. След подадем импулс с ръка към въженцето той създава начално отместване на хванатия от нас край на въженцето. Разпространението на вълната по-нататък се основава на взаимодействието на този участък със неговите съседните. Така макар въженцето да описва вълна частиците на самото въже не си разменят местата и не се разбъркват. След прекратяване на вълното движение въженцето ще остане такова, каквото е било и преди това като (*без повреди*). Следователно можем да направим извода, че вълните могат да се разпространяват на големи разстояния. Това става благодарение на частиците на средата, но самите те не се преместват на големи разстояния една спрямо друга.

Вълното движение е свързано със закон за разпространение на вълната. Ако източникът се движи по синусов закон т.е. равномерно нагоре и надолу, то:

$$y_0 = A.\sin \omega t \tag{9.1}$$

по същия закон ще се премесват последователно и частиците на средата, но със закъснение спрямо източника, защото е необходимо време за предаване на началния импулс от началната точка до точка с координата x (*Фиг.9.2*). Това закъснение се нарича **фаза**. Фазата се дефинира като част от пълния цикъл и най-често се изразява в ъгъл [rad]. Ако си представим, че една дължина на вълната отговаря на 360° /или 2π [rad]/, то за точка с координата x фазата ще е: $2\pi x/\lambda$. След отчитане на този ефект вече можем да се запишем и закона за движение на коя да е частица. За частицата с координата x, в момент от време t законът е:

$$\xi(x,t) = A\sin(\omega t - k.x) \tag{9.2}$$



Фигура 9.2. *Бягаща вълна с отразена скоростта на вълната.*

където $\xi(x,t)$ е преместването на частицата от средата с координата x в момент от време t; ω е ъгловата скорост, а κ е **вълнов вектор** $k = 2\pi/\lambda$. Изразът може да се преобразува като кръговата честота се изнесе пред скобите:

$$\xi(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{k.x}{\omega}\right) \tag{9.3}$$

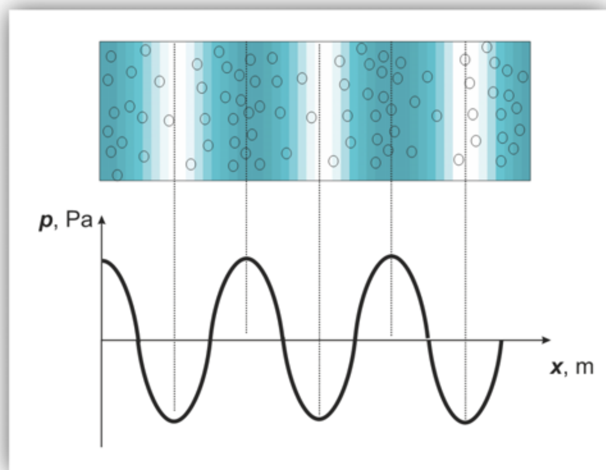
Използваме връзката на ъгловата скорост с честотата $(\omega = 2\pi\nu)$, на вълновото число с дължината на вълната $(k = 2\pi/\lambda)$ и дефиницията за скорост $(v = \nu.\lambda)$ като равенството придобива окончателно вида:

$$\xi(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{9.4}$$

Като υ е скоростта на вълната (**фазовата скорост**). Полученото уравнение описва **бягаща вълна**. Тя се нарича така, защото създава илюзията за вълнообразно тяло, което се премества (бяга) с определена скорост.

9.2. Класификация на вълните

Вълните могат да бъдат класифицирани според направлението на трептене на частиците в разпространяващите се вълни. По този критерий вълните се делят на два вида: **напречни вълни**, при които трептенето (отместването) на частиците на средата е в направление, перпендикулярно на посоката на разпространение на вълната (както е показано на *Фиг.9.1*) и **надлъжни**, когато трептенето е в посоката на разпространяващата се вълна. Надлъжните механични вълни можем да визуализираме, ако си представим как се отместват частиците с времето. Оказва се, че в пространството се образуват области с по-голяма плътност, редувани от области с по-малка плътност. Ако изчертаем графиката на плътността на частиците (*или налягането*) в пространството за фиксиран момент от време, то отново ще се получи синусоидална зависимост (*Фиг.9.2*). В твърдите тела могат да се разпространяват както напречни, така и надлъжни механични вълни. В течности и газове, поради липса на възвръщаща сила във вертикално направление, са възможни само надлъжни вълни.



Фигура 9.3. *Разпределение на частиците на средата при надлъжни вълни и съответстващото им налягане.*

Друг възможен критерий, по който вълните се различават е тяхната размерност. Примерът за въженцето отговаря на **едномерна (линейна) вълна**. **Двумерни** са повърхнинните вълни (напр. морските вълни, където амплитудата на вълната е по-малка от дълбочината на средата), а **тримерни (обемни)** са например звуковите вълни, разпространяващи се от високоговорител във всички направления на пространството.

9.3. Енергия пренасяна чрез вълни

Когато сме във водата при бурно море и до нас достигне вълна, тя може да ни удари доста силно. Следователно вълните, макар да не пренасят вещество (*спомнете си, че частиците се връщат в равновесно положение и не изминават големи разстояния*) пренасят енергия. Източник на енергията на вълната е тази на трептенето, което я поражда:

$$E = \frac{k_{el}.A^2}{2} \tag{9.5}$$

където A е амплитудата на вълната, κ_{el} коефициент на еластичност за средата. Като използваме равенството $\omega = \sqrt{k_{el}/m}$ можем да намерим връзката на коефициента на еластичност и честотата:

$$k_{el} = m\omega^2 = m(2\pi\nu)^2 \tag{9.6}$$

Изразяваме масата чрез плътността,ρ и обема, V (като той е произведението от напречното сечение на вълната, S и изминатото разстояние, l):

$$k_{el} = m(2\pi\nu)^2 = \rho.S.l.4\pi^2.\nu^2 \tag{9.7}$$

Изминатото от вълната разстояние свързваме със скоростта на вълната и времето за изминаването му като окончателно получаваме:

$$k_{el} = \rho.S.(v.t).4\pi^2.\nu^2 \tag{9.8}$$

Средната енергията на вълната от *формула* (*9.5*) с помощта на израза от *формула* (*9.8*) придобива вида:

$$E = 2\pi^2.\rho.S.(v.t).\nu^2.A^2 \tag{9.9}$$

Интензитет на вълната представлява средната енергия за единица време на единица площ. С помощта на *формула* (*9.9*) явният вид за интензитета е:

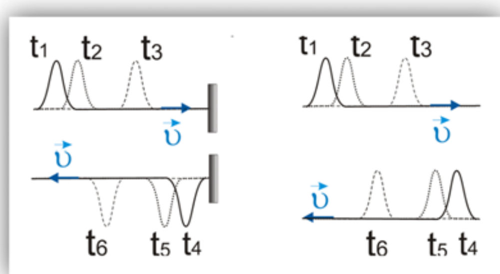
$$I = \frac{2\pi^2\rho.S.(v.t).\nu^2.A^2}{S.t} = 2\pi^2\rho.v.\nu^2.A^2 \tag{9.10}$$

Следователно при едномерни вълни пренасяната енергия, мощността и интензитета на вълната зависят от квадрата на амплитудата.

При сферични вълни в хомогенна среда, площта на вълната се увеличава с отдалечаване от източника. Поради това, че площта е ($4\pi R^2$) амплитудата се явява обратно пропорционална на радиуса на сферата $A \propto 1/R$. Тогава интензитетът на вълната (*виж горната формула и зависимостта от A и замести в тази на R*) намалява с отдалечаване от източника, обратнопропорционално на разстоянието т.е. $I \propto 1/R^2$.

9.4. Отражение и пречупване на вълни

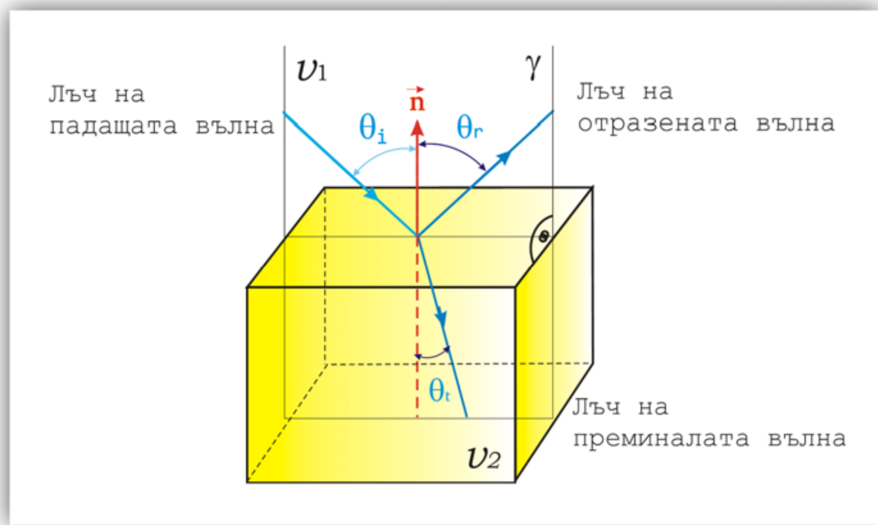
Вълните имат способността да се отразяват. Отново ще си послужим с примера за въженцето. При достигане на края на въженцето (средата), вълната ще се отрази. На *Фиг.9.4.* са показани два възможни случая на отразяване. В първия случай краят на въженцето е закрепен за стената. При достигане на вълната до стената, стената противодейства съгласно третия принцип на Нютон с противоположна по посока и равна по големина сила на тази на въженцето. Противодействащата сила създава равен по големина, но противоположен по посока импулс. Той се предава на въженцето и като следствие вълната започва да се разпространява в обратна посока.



Фигура 9.4. *Отразяване на вълна от въже със захванат край (ляво) и със свободен край (дясно).*

В този случай амплитудата на отразената вълна е минимална там, където на идващата е била максимална (*Фиг.9.4 ляво*). Това изглежда така, сякаш сме „изгубили” половин вълна ($\lambda/2$) и между падащата и отразената вълни е възникнала фазова разлика π (*за цяла вълна имаме 2π фазова разлика, затова за половин вълна ще имаме половината*).

Когато краят на въженцето е свободен достигналият до края му импулс не може да бъде предаден нататък и се връща назад, създавайки отново отразена вълна. В този случай обаче не настъпва промяна във фазата на отразената вълна спрямо началната (*Фиг.9.4 дясно*).



Фигура 9.5. *Изобразени са лъчи на падащата, отразената и преминалата вълни. Ъгълът на падане, θ_i е равен на ъгъла на отражение θ_r, измерени спрямо нормалата, n. Отношението на ъглите на падащия и преминалия лъчи (θ_t) се определя от закона на Снелиус. Трите лъча лежат в една равнина, γ, перпендикулярна на разделителната повърхност.*

При двумерни и обемни вълни е удобно да се въведе понятието **фронт на вълната.** Това е линията или повърхността, до която е достигнала вълната. **Лъч** е линията, прекарана перпендикулярно на вълновия фронт по направление на разпространяването на вълната (линиите на *Фиг.9.5* представляват лъчите на съответните вълни).

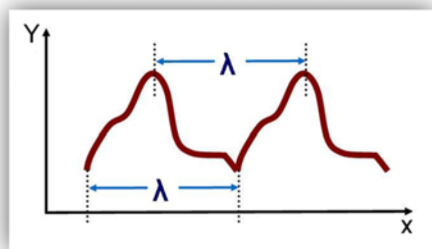
Когато вълна попада върху повърхност част от нея се отразява, а друга част преминава през границата (*Фиг.9.5*). За отразената вълна важи правилото, че ъгълът на падащата и ъгълът на отразената вълни са еднакви по големина спрямо нормалата към повърхността. За преминалата вълна ситуацията е по-различна, защото скоростта на разпространение на вълната зависи от свойствата на средата. Щом вълната е преминала в друга среда, то скоростта и ще се промени. Съотношението на скоростите на разпространение в двете среди определя и ъгъла, под който ще се разпространява т.нар. **пречупена вълна**, като:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} \tag{9.11}$$

Като v_1 и v_2 са скоростите на падащата и преминалата вълни съответно. Това съотношение е известно като **закон на Снелиус**.

9.5. Принцип на суперпозицията за вълни. Интерференция и стоящи вълни

Принципът на суперпозицията е валиден за вълните. Според него, ако през една и съща точка на пространството едновременно преминават няколко вълни, то те ще си взаимодействат образувайки резултантна вълна. Амплитудата на тази вълна в точката е алгебрична сума на амплитудите на всяка от вълните. В резултат на наслагването на много вълни, резултантната може да се окаже с много сложен профил. Такава вълна се нарича **сложна (съставна) вълна** (*Фиг.9.6*).



Фигура 9.6. *Сложна вълна, получена от сумирането на няколко вълни.*

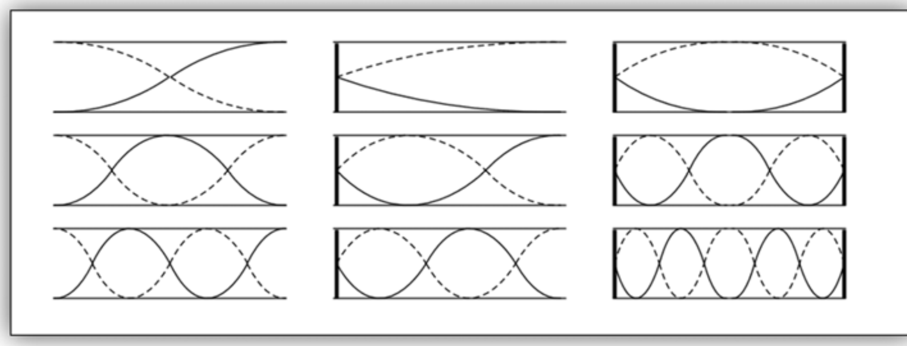
При взаимодействието на две вълни, преминаващи в един и същ момент от време, през една и съща пространствена точки, при изпълнение на определени условия (*кохерентност на вълните*) се наблюдава явлението **интерференция.** Ако двете вълни имат еднакви амплитуди и фазова разлика 180º, то едната ще има максимум в точката, докато другата ще има минимум в същата точка. Тогава резултантната вълна в разглежданата точката ще е 0, защото алгебричната сума на амплитудите е 0 ($A_{res} = A - A$). В този случай се казва, че наблюдаваme **деструктивна (гасяща) интерференция**. В случай, че двете вълни са синфазни т.е. нямат фазова разлика, то амплитудата на резултантната вълна ще бъде двойно по-голяма ($A_{res} = A + A = 2A$). Процесът се дефинира **като конструктивна (усилваща) интерференция**.

Когато създадем вълна по въженце с един неподвижен край тя ще достигне края му и ще се отрази. Ако продължим да създаваме вълни ще се получи така, че едновременно ще се разпространяват вълни и в двете направления. Този акт в общ случай води до пълен безпорядък, поради взаимодействието на вълните в двете посоки. Ако обаче въженцето се разтрепти с точно подбрана честота, то интерференцията на падащата и отразената вълни ще доведат до възникването на **стояща вълна** имаща значителна амплитуда (*Фиг.9.7*). Честотите, при които възникват стоящи вълни се наричат **собствени** или **резонансни**.

На принципа на резонансни стоящи вълни работят всички струнни инструменти. Когато с пръст или лък опъваме струната по нея се разпространяват различни по честота вълни. Повечето от тях много бързо затихват. Тези обаче, които се разпространяват с резонансна честота, създават стояща вълна и се усилват. Така възниква и точният тон на всяка струна.

Условията за получаване на стоящи вълни при дължина на средата в която се разпространяват, ***L***, са:

- при отворена тръба (свободни краища): $L = n(\lambda/2)$;
- при един затворен (захванат) и един отворен (свободен край): $L = n(\lambda/4)$;
- при затворена тръба (или захванати краища): $L = n(\lambda/2)$.



Фигура 9.7. *Стоящи вълни в среди с два отворени края, с един затворен и един свободен край и с два затворени края.*

Освен свързаните с отражение и сумиране вълни има и други интересни явления. Например **дифракцията** представлява свойството на вълните да заобикалят прегради и препятствия. Как точно ще повлияят те на вълната зависи от вида и големината на препятствията. Ако възвръщащата сила, която създава вълната, не е точно пропорционална на отместването, то скоростта на разпространение на синусоидалната вълна ще зависи от честотата. Това явление се нарича **дисперсия**.

9.6. Ефект на Доплер

Най-често ефектът на Доплер се свързва с приближаваща се и отдалечаваща се линейка (или друго превозно средство с включена сирена). Когато се приближава към нас звукът на сирената е по-висок, а когато се отдалечава от нас той става по-нисък.

За да обясним това нека си представим, че стоим до езеро, в средата на което има патица. Тя периодично движи крака, при което създава кръгове на повърхността на водата. Те тръгват от патицата навън, равномерно във всички посоки и след време ще достигнат брега. Кръговете се разпространяват в една и съща среда и следователно ще имат една и съща скорост. Ако патицата създава 6 кръга на секунда, то и наблюдателите от всички страни на езерото ще получават 6 кръга на секунда.

Сега нека патицата заплува към брега, където се намираме ние. Тя все още създава 6 кръга на секунда, но всеки следващ кръг ще бъде създаден по-близо до нас. Така на практика до нас ще започнат да достигат повече от 6 кръга на секунда т.е. ние ще получаваме кръговете с по-голяма честота. За хората, стоящи от другата стана на езерото ефектът ще е точно обратен – те ще получават кръгове по-рядко т.е. с по-малка честота.

Ефектът на изменение на честотата на приемане на вълните спрямо излъчената се нарича **ефект на Доплер**. Той се наблюдава независимо дали източникът или приемникът се движат. Важно се да се подчертае, че ефектът не е следствие от промяна в честотата на източника!

Реалната дължина на вълната на излъчвателя е равна на разстоянието между двата кръга:

$$r = u.T_0 = \lambda_0 \tag{9.12}$$

като T_0 е периодът на вълната, а u е скоростта на разпространение на вълната. Междувременно патицата е пропътувала разстояние:

$$S = v.T_0 \tag{9.13}$$

като T_0 е периодът на вълната, а v е скоростта на патицата. Тогава за наблюдателя, към който плува патицата наблюдаваната дължина на вълната ще е:

$$\lambda_1 = \lambda_0 - s = (u - v)T_0 \tag{9.14}$$

Докато за отдалечаващия се наблюдател ще е:

$$\lambda_2 = \lambda_0 + s = (u + v)T_0 \tag{9.15}$$

Оттук изразяваме съответните честоти:

$$\nu_1 = \frac{u}{\lambda_1} = \frac{u}{(u-v).T_0} = \frac{\nu_0}{1-\frac{v}{u}} \quad \text{и} \quad \nu_2 = \frac{u}{\lambda_2} = \frac{u}{(u-v).T_0} = \frac{\nu_0}{1+\frac{v}{u}} \tag{9.16}$$

т.е. за наблюдателя, към който се приближава патицата, честотата ще се увеличи. Същевременно за наблюдателя, от който се отдалечава, честотата ще намалее.

10. Строеж на веществата. Термодинамични системи и параметри. Нулево начало на термодинамиката. Топлинно разширение. Газови закони

Интересът към разгадаване на градежа на телата от заобикалящия ни свят съществува още от дълбока древност. С хилядолетията знанията ни за строежа на веществата и за връзката структура свойствата все повече се увеличават. Това довежда до обособяване на отделни науки, занимаваща се изцяло с проблематиката: молекулна физика и термодинамика. Науката **молекулна физика** разглежда телата като съставени от отделни молекули. **Термодинамиката** пък води началото си от създаването на първите парни двигатели, базирани на зависимостта на свойствата на веществата от температурата (получаването на пара например) и възможността да задвижим с наличната енергия машина т.е. „термо“ произлиза от температурната зависимост, а „динамика“ от това, че задвижваме машината.

Строежът на веществата е пряко свързан с техните термични свойства и следователно съществува много тясна връзка между двете науки – молекулна физика и термодинамика.

10.1. Основни представи за строежа на веществата

Древногръцкият философ Демокрит (*Δημόκριτος, "избран от народа", 470/460 – 370/366 или 350 г.пр.н.е., Гърция*) разсъждавал върху това, че ако вземе едно парче метал или хляб, може да го раздели на две части. След това всяка от тези части може да раздели на още две и т.н. Той стигнал до заключението, че вероятно има късчета, които са толкова малки, че по-нататъшно делене не може да става. Философът ги нарекъл **атоми** (*„atomos“ от латински, което значи неделим*).

Едва през 18-19 век, теорията на Демокрит била потвърдена. По това време химиците установили, че при химична реакция си взаимодействат винаги точно определени количества от веществата. Това правило било наречено **закон за постоянния състав на веществата**. Строго дефинирано той гласи, че ако два или повече елемента образуват химично съединение те влизат в реакция винаги с еднакви тегла. Например при синтез на вода трябват 1 част водород и 8 части кислород. Макар в това да няма точно съответствие с атомите, било поставено добро начало на изследванията в тази посока.

Джон Далтон (*John Dalton, Великобритания, 1766-1844*) доразвил атомната теория, като коригирал разбиранията на химиците. Той показал, че относителното тегло на всеки от участващите в образуването на дадено химично съединение елемент, дава относителната част от теглото на този елемент в съединението. Например при съединението на Na и Cl участват по един атом от всеки елемент. В крайното съединение съотношенията на масата на Na е $(23/35)$ от масата на Cl.

Далтон публикува през 1808 година научен трактат на тема „Нова система на Химичната философия“. В тази си работа показва първата таблица с относителни тегла на

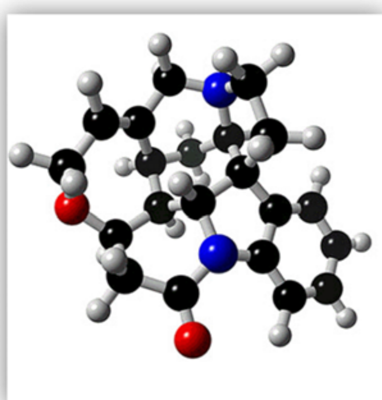
6 елемента: кислород, азот, въглерод, сяра и фосфор, като ги сравнява с теглото на водорода, прието за единица мярка. Резултатите били извлечени чрез анализа на вода, амоний, въглероден двуокис и др., които били използвани много често от химиците по това време.

Авторът бил убеден, че всички газове се състоят от атоми. Той предположил, че комбинирането на атомите винаги ставало по най-простия начин и че атомите имат различни тегла. Именно тези предположения съставляват най-съществената разлика с предишните теории. Според новата теория компонентите са представени като бинарни (съставено от 2 вида атоми), четирикратни и т.н. Структурата на съединенията може да бъде представена например като бинарна – съставени от 1 атом X и един атом Y, трикратна – 1 атом X и 2 атома Y или 2 атома X и 1 атом Y и т.н. Далтон създава и собствена система за визуализация на атомите и техните съединения.

В обобщение можем да кажем, че теорията на Далтон се базирала на 5 основни елемента:

1) атомите на даден елемент са различни от тези на кой да е друг елемент; атомите на различните елементи могат да бъдат различени по техните атомни тегла;
2) всички атоми на един и същ елемент са идентични;
3) атомите на един елемент могат да се комбинират с атомите на други елементи, като при това се формира химично съединение; дадено съединение има винаги същия относителен брой от всеки вид атоми;
4) атомите не могат да бъдат създавани, делени на по-малки части или унищожавани чрез химични реакции; химичното съединение само променя начина, по който атомите са групирани;
5) елементите са съставени от миниатюрни частици, наречени атоми.

За много хора името на същият този Далтон се свързва с т.нар. цветна слепота, при която хората не разпознават цветовете или техните нюанси. В негова чест и заради заслугите му в изследването на този човешки очен дефект и до днес той носи неговото име далтонизъм.



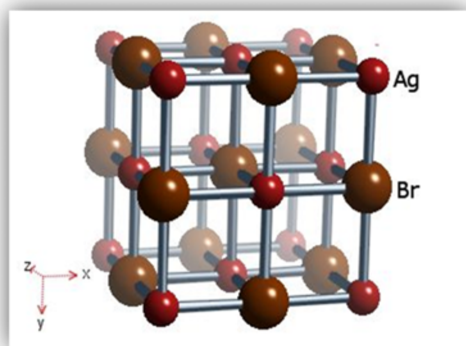
Фигура 10.1. *Пространствено представяне на молекулата на стрихнина.*

По-късно са намерени неточности и несъвършенства в теорията на Далтон, но за времето си тя дава много значителен тласък в развитието на представата ни за строежа на материята. Измервайки относителните маси на много съединения, които по това време били известни, били установени относителните тегла и на доста други елементи. На най-лекият намерен елемент – водорода - произволно било дадено тегло 1 (1 атомно тегло). В тази мерна единица въглеродът има тегло 12, кислорода 16 и т.н.

В съвременната наука не говорим за тегло, а за **атомна** и **молекулна маса (a.e.m.)**. В тази мерна система, 12,000 a.e.m. е атомната маса на въглерода (^{12}C). Тогава атомната маса на водорода е 1,0078 a.e.m.

Нашите най-съвременни представи за атомната структура на материята се базират на реални експерименти. Методите като Атомно Силова Микроскопия (AFM) и Ядрено магнитен резонанс (ЯМР) ни дават надеждна визуализация на точното разположение на атомите. Рентгеноструктурният анализ пък ни дава косвена, но недвусмислена картина за взаимното разположение на атомите и молекулите. С помощта на такива методи могат да бъдат визуализирани точните молекули на редица вещества. На *Фиг.10.1* е показана например молекулата на стрихнина, състояща се от сравнително голям брой атоми.

Биологът Роберт Браун (*Robert Brown, Шотландия, 1773 – 1858*) прави следващата важна крачка напред в представите ни за материята. Той открил едно много важно свойство на атомите и молекулите – те са в непрекъснато движение. През 1827 година ученият изследвал под микроскоп части от растителни гъби. В зрителното поле се забелязали малки частици, които се движели непрекъснато, описвайки чудати траектории. Като следствие от неговото откритие хаотичното движение било наречено на негово име **Брауново движение**, а било обяснено с постоянното движение на молекулите на водата, при което те се сблъскат с частиците (*които наблюдавал Браун*).



Фигура 10.2. *Пространствено представяне на кристалната решетка на сребърен бромид.*

След като било отговорено на въпроса колко тежат атомите, било логично да се постави въпросът, а колко големи са те? През 1905 г. Айнщайн изследвал теоретично Брауновото движение и успял да оцени размерите на атомите. Според неговите изчисления средният размер трябвало да е около 10^{-10} [m]. Ако използваме мерната единица, наречена **Ангстрьом**, Å, размерите на атомите са от порядъка на няколко ангстрьома.

Нека се върнем сега към *Фиг.10.1* и сравним показаната там молекула с тази, показана на *Фиг.10.2* на сребърен бромид регулярно повтаряща се в пространството т.е. образуваща **кристална решетка**. Вижда се, че атомите могат да бъдат разположени по много различен начин един спрямо друг в пространството. Доказано е също, че не само твърдите тела, но и течностите и газовете са изградени от атоми и молекули. Тогава би следвало да има точно определен механизъм, който да определя какво да е веществото и на какво отстояние да са неговите градивни частици.

Именно тази роля играят междуатомните и междумолекулните сили на взаимодействие. Доказано било, че когато атомите са намират на неголеми разстояния те се привличат. При допиране на най-външните им обвивки обаче започва електростатично отблъскване, тъй като за всички атоми те са изградени от електрони.

В твърдите тела молекулите се намират много близо. Взаимодействията между тях са много силни. Разстоянията между молекулите са строго фиксирани и структурата е подредена. Тези разстояния се наричат равновесни. Всеки атом или молекула продължава да трепти около равновесното си положение с малка амплитудата.

В течностите взаимодействията отслабват, а скоростта на движение се увеличава. Течностите имат молекули, намиращи се на сравнително определени разстояния, но не така строго фиксирани, както при твърдите тела. След даден период от време молекулите на течността прескачат от едно място на пространството в друго.

В газовете взаимодействията са най-слаби, а скоростите на молекулите най-големи. Частиците на газа са доста отдалечени една от друга. Те се движат хаотично и нямат пространствена подредба.

10.2. Термодинамични системи. Параметри на състоянието

Нека обобщим казаното дотук. Материята се изгражда от атоми. Те имат много малки размери, което пък означава, че дори едно съвсем малко парченце материя се състои от милиарди атоми. Тези атоми влизат във взаимодействие един с друг, като силата на тяхното взаимодействие определя взаимното им пространствено разположение.

Как обаче да опишем една такава система като цяло?

Следвайки принципите на физиката, когато разглеждаме едно тяло, или система от тела, трябва да намерим определен брой физични величини, наречени **параметри**, които я описват с достатъчна точност. Системите от газове и течности се състоят от огромен брой частици. Такива системи се наричат **термодинамични**. Когато системата, предмет на разглеждане се състои от огромен брой частици намирането на подходящи параметри не е толкова проста задача.

Един от начините, който съществува е да опишем движението на всяка частица от системата. В този случай параметрите на системата ще бъдат координатите, скоростта, закона за движение, импулса и енергията на всеки един от атомите (или молекулите) на системата. Такъв подход към задачата се нарича **микроскопически**. Науката **статистическа физика** изследва телата по такъв начин.

Другият възможен подход е да намерим величини, които характеризират тялото или системата като единно цяло. Този подход се нарича **микроскопически** и дялът от физиката, който се занимава с това разглеждане е **термодинамиката.**

Микроскопическите параметри, които ще въведем за термодинамично описание на телата се базират главно на нашите възприятия, които са оформили и четирите използвани физични величини: **маса**, **обем**, **налягане** и **температура**. Те описват състоянието на дадена система и се наричат **параметри на състоянието**.

Ако използваме величината „обем“ можем да опишем трите агрегатни състояния много лесно: твърдите тела и течностите имат постоянен обем, а газовете нямат такъв. Знаем също, че много тела изменят обема си при промяна на температурата и влажността. Затова, когато поставяме плочки в банята оставяме фуги – за да може когато размерите на плочките се увеличат да не се спукат. Знаем също, че ако поставим бутилка, пълна догоре с вода във фризера, когато водата замръзне бутилката се спуква. Това е резултат от увеличаването обема на водата. Тези примери показват ясно, че обемът е наистина една много подходяща физична величина за описание на термодинамичните системи.

Различаваме два основи типа параметри: интензивни и екстензивни. **Екстензивните параметри** се променят с промяната размерите на системата. Например обемът ще се увеличи 2 пъти, ако увеличим системата 2 пъти. **Интензивните параметри** не зависят от промените в размерите на системата. Например температурата не зависи от това дали имаме 200 грама или 5 кг вода т.е. ако имаме 200 грама вода с температура 20°C и към нея добавим още 5 килограма вода със същата температура, то този параметър няма да се промени, въпреки нарастването на системата.

10.3. Температура

В раздела механика бяха въведени и описани величините налягане, обем и маса. Нова за нашите разглеждания е само температурата, затова тук ще дадем само нейните характеристики.

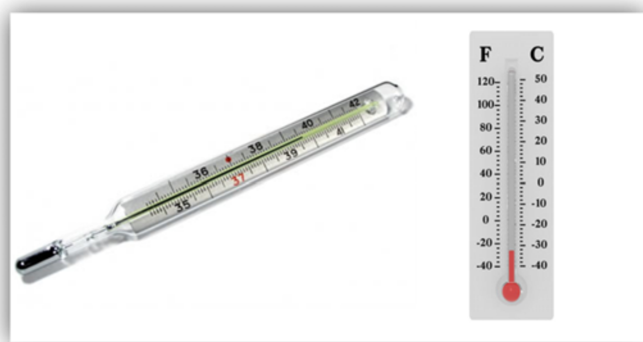
Температурата е величина, която свързваме с топло и студено. Във всекидневието ни понятието температура свързваме с горещо кафе или чай – висока температура и с лед - ниска температура. Имаме висока температура например когато сме болни. Или температурата на въздуха е ниска, когато ни е студено. В резултат на промяна на температурата телата променят и цвета си – може да опитате да вземете памучен плат с ярък цвят, да загреете ютия и да я поставите върху плата. Като махнете ютията ще забележите отпечатък от нея в по-тъмен от останалата част на плата цвят. Промяната на цвета на телата с температурата се използва в нашето всекидневие. Осветителните крушки работят на този принцип. Загретият метал започва да свети в жълто-оранжево.

Вероятно първите, които са направили топлинна скала са древните лекари. Те забелязали, че здравето на човека е свързано с топлината на неговото тяло и че лекарствата са способни да променят това качество. Билковите отвари (лекарствата в древността) били причина в една или друга степен да сгреят или охладят тялото, като по този критерий им били приписвани различни градуси. Разбира се топлина и студ не били противоположни качества, тъй като топлината била свързвана и с влагата, докато студа със сухостта. Великият лекар Гален (*Γαληνός Galēnos, , пр.н.е. 129 – 199/217 Гърция)* предложил класификация на лекарствата по градуси: градус топлина, градус студ, градус влажност, градус сухост. Всеки градус имал 4 подградуса, но някои били взаимосвързани. По този начин била формирана 12 градусова скала. Лекарствата се смесвали помежду си като сместа била с различна **температура**. Гален не дал точна количествена характеристика за градусите на смесите, но въпреки това от древните лекари е останала 12 градусовата температурна скала.

Уредите за измерване на температурата се наричат **термометри**. Първият термометър бил изработен от Галилей около 1597 година. Той представлявал стъклен балон напълнен с въздух. От долната част на балона излизала тръба, която частично била напълнена с вода. Краят на тръбата бил потопен в съд, също напълнен с вода. Когато температурата на газа се повишавала, водата слизала надолу по тръбата. Това било следствие от разширението на въздуха с температурата. Ако пък температурата намалявала нивото на водата се покачвало поради свиването на газа. Разбира се какво точно мерел този уред не било ясно, тъй височината на водния стълб зависи не само от температурата, но и от налягането. Но въпреки това предвид ранния период, в който живее и работи Галилей (време в което не е имало единна мерна единица дори и за дължина), подобно постижение заслужава специално внимание. Важното е, че подобен уред бил в състояние да сравни температурите на две тела, намиращи се на едно и също място, по едно и също време.

По същото време, с подобен уред лекарят Санкториус, независимо от Галилей, направил термометър за измерване на човешката температура. Изкуството да се правят термометри било развито по това време и в Тоскана. Тамошната академия на науките е първата, която започнала систематично да изучава налягането, температурата и влажността на въздуха и да търси взаимната им връзка.

Основният недостатък на първите термометри бил, че те мерели само относителното изменение на температурата. Съвременните термометри нямат този недостатък. Те се калибрират по ясно установена методика, като разчитат на поне две **реперни температури**.



Фигура 10.3. *Живачен (ляво) и спиртен (дясно) термометри.*

В нашето ежедневие най-често си служим с живачен и спиртен термометри (*Фиг.10.3*). Те представляват стъклена тръбичка, пълна с работното вещество. При повишаване на температурата, работното вещество се разширява по-бързо от стъклото и покачва нивото си в тръбичката. За калибриране на термометрите се използват температурата на топене на леда и температурата на кипне на водата при точно определена стойност на налягането. Поставянето на термометъра в контакт с лед ще предизвика установяване на нивото на работното вещество (живака или спирта) на определена височина. Тогава правим белег върху скалата и записваме стойността 0°C (*32°F*). След това термометърът се поставя във вряща вода и се отбелязва новото ниво, което е 100° (*212°*). Разстоянието между двете отметки се разделя на 100 (*180*) равни части и така се получава цялата скала.

Всеки термометър мери само в ограничен интервал от температури и не съществува универсален уред за всички. Например живакът се втвърдява при -39 °C и се изпарява при 357 °C и следователно интервалът от температури, които могат да бъдат измерени с живачен термометър са между -39°C и 357°C.

С напредването на науката за флуидите било установено, че всъщност течностите се разширяват нелинейно с температурата. Това поставя под въпрос точността на направените с такива термометри измервания. За радост се оказва, че зависимостта на обема на газовете с температурата е строго линейна независимо от типа на частиците на газовете. На базата на този факт били построени и първите **газови термометри** (*използват газ за работно вещество*).

Понастоящем се използват основно няколко различни температурни скали: на Целзий, на Фариенхайт и на Келвин. Стойността на нулата в скалата на Келвин е наречена **абсолютна нула** като се е считало, че при тази температура веществата ще се разпаднат. Връзките между трите температурни скали са както следва:

$$T\ K = 273{,}15 + T\text{°C} \qquad (10.1)$$

$$T\text{°C} = \frac{5}{9}(T\text{°F} - 32) \qquad (10.2)$$

10.4. Топлинно равновесие. Нулево начало на термодинамиката

Една система е в **топлинно равновение**, когато всички параметри на състоянието ú не се менят във времето. Всъщност параметрите на състоянието могат да бъдат дефинирани само ако системата е в термодинамично равновесие. Нека си представим, че загряваме вода в метален съд върху котлон. Във всеки момент от време температурата на водата ще се мени постоянно и ние изобщо не можем да дефинираме колко е тя. В същото време, ако металът е на места по-тънък или дъното е извито, водата на тези места ще е по-топла от останали. Това създава неравномерност на температурата в обема на водата. Точна стойност на температурата ще имаме едва когато тя заври, защото тогава тя ще достигне стойност 100°C и ще я запази за дълго време. Едва тогава можем да направим коректно измерване.

Представете си затворена от едната страна стъклена тръба пълна с газ, другият край на която затваряме с бутало. Изведнъж бутваме буталото напред. В този момент налягането точно до буталото ще е по-голямо от останалото за газа. Топлинното равновесие се е нарушило. Трябва да изчакаме известно време, докато молекулите на газа се преразпределят и системата да достигне до ново равновесно състояние. Едва след достигане на ново термодинамично равновесно състояние ще можем правилно да отчетем налягането.

Нека разгледаме две системи А и В, имащи различни температури (T_A и T_B, като $T_A < T_B$) (*представете си, че това са дланите ни като едната е студена, а другата топла*). Ако ги допрем механически, те ще започнат да си взаимодействат. Тогава казваме, че системите се намират в **топлинен контакт**. След известно време и двете системи ще имат еднаква температура. Постепенната промяна на температурите на двете тела показва, че протича **термодинамичен процес**. Стойността на крайната температура, еднаква за двата метала, T_{end}, ще е между двете начални ($T_A < T_{end} < T_B$). След установяване на крайната температура процесът спира. Тогава казваме, че двете системи са в **топлинно равновесие** една с друга.

Установяването на топлинно равновесите ни позволява да намерим метод за сравняване на системи, които не могат да бъдат приведени в контакт. Достатъчно условие за термодинамично равновесие на такива системи е те да са поотделно в топлинно равновесие с трета система. Третата система на практика ще ни послужи като „репер“. Обикновено в нашето ежеднение реперната система е термометър. Измерването на една и съща температура с темометъра в две различни стаи ни показва, че тези две стаи са в топлинно равновесие.

Обобщеният изказ на изложеното по-горе се нарича **нулев принцип на термодинамиката**. Той гласи, че ако система А е в топлинно равновесие със система В и същевременно система А е в топлинно равновесие със система С, то следва че система В е в топлинно равновесие със система С.

Редно е да отбележим, че принципите на термодинамиката не са строго математически доказани твърдения. Те обаче почиват на житейския ни опит и е почти невъзможно да се окажат неверни. Например на базата на нулевия принцип, който току що дефинирахме, се основава измерването и сравняването на температурите в различни точки по света. Никой от нас не се и съмнява, че този принцип е верен, знаейки например че температурите в пустинята са по-високи от тези при полюсите. В потвърждение на верността на нулевия принцип на термодинамиката могат да бъдат дадени и други стотици примери.

10.5. Температурно (топлинно) разширение

От практиката сме се убедили, че с повишаване или понижаване на температурата, размерите на телата се променят. Промяната на обема на газовете и течностите се използва за направата на термометри, както дискутирахме по-горе. По магистрали, мостове и здания се оставят фуги с оглед изменението на размерите поради сезонните промени в температурата.

Нека си представим, че имаме тънка метална жица. При повишаване на температурата тя ще се удължи. Връзката между изменението на температурата и полученото удължение е линейна. Големината на удължението зависи от вида на материала, от който е направена жицата:

$$\Delta l = \alpha L_0 \Delta T \tag{10.3}$$

$\Delta l = L_{end} - L_0$ е удължението; L_0 е началната дължина; $\Delta T = T_{end} - T_0$ е изменението на температурата, измерено в [K]; α се нарича **коефициент на линейно разширение** и именно чрез него се отчитат свойствата на материала. Измерва се в [**1/K**]. В *Табл.10.1* са представени някои стойности на α. Линейно разширение се наблюдава само в твърдите тела.

Таблица 10.1 *Стойности на температурните коефициенти на различни вещества (Джанколи Г.С., Физика -1, изд. Мир, 1989, http://physics.info/expansion/, http://www.engineeringtoolbox.com/ linear-expansion-coefficients-d_95.html*

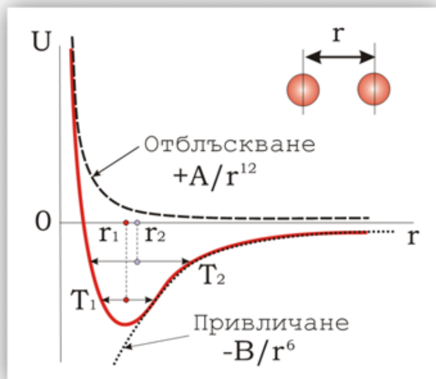
Материал	**α x 10^{+6}/^{o}C при 20 °C**	**$\beta(\approx 3\alpha)$ x 10^{+6}/^{o}C при 20 °C**	**Материал**	**$\beta(\approx 3\alpha)$ x 10^{+6}/^{o}C при 20 °C**
Твърди тела			**Течности**	
Алуминий	25	75	Бензин	950
Олово	29	87	Етанол	1120
Магнезий	26	78	Керосин	990
Диамант	1,18	3	Живак	182
Сребро	18,9	54	Вода	207
Месинг	19	56	Вода (1 °C)	−50
Стомана	12	35	Вода (4 °C)	0
Инвар (64% Fe, 36% Ni))	1.2	3.6	Вода (10 °C)	88
Гума	77	231	Вода (20 °C)	207
PVC	52	156	Вода (30 °C)	303
Бензоциклобутен	42	126	Вода (40 °C)	385
Силициев Карбид	2.77	8.31	Вода (60 °C)	522
Топен кварц	0.59	1.77	Вода (80 °C)	640
Дъб	54	162	Вода (90 °C)	695

Течностите и газовете реагират на промяната в температурата еднакво във всички посоки, водещо до увеличаване или свиване на обема им:

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \tag{10.4}$$

V_0 е началният обем; $\Delta V = V_{end} - V_0$ е промяната в обема; β е **коефициент на обемно разширение** с мерна единица [**1/K**]. Някои негови стойности са показани в *Табл.10.1*. Обемно разширение се наблюдава при всички агрегатни състояния на тела (твърдо, течно, газообразно).

Как да обясним този феномен? Разстоянието между градивните частици на кое да е вещество се определят от силата на взаимодействие между изграждащите го атомите. Съществуват два вида сили – на привличане и на отблъскване. На *Фиг.10.4* е показана общата зависимост на потенциалната енергия от разстоянието между атомите (*потенциал на Ленард-Джонс* $U \propto \left(\frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^{6}}\right)$). При големи разстояния потенциалната енергия е равна на нула т.е. атомите не си взаимодействат. При доближаване на атомите до определено разстояние, тяхната потенциална енергия става отрицателна и атомите започват да се привличат. Това се случва до достигане на **критично разстояние** между двата атома, при което те са толкова близо един до друг, че започват да се отблъскват електростатично, поради припокриване на електронните им обвивки. Баланса на силите на привличане и отблъскване в системата определят нейното равновесно положение, характеризиращо се с равновесно разстояние между атомите, *r*.



Фигура 10.4. *Потенциална енергия на взаимодействие между атомите и установяване на равновесното разстояние при различни температури.*

Големината на взаимодействие обаче се променя с температурата. На фигурата са отбелязани 2 различни температури, като $T_1 < T_2$. За всяка температура съществува ново равновесно положение *r*, което се дефинира се дефинира като среда на участъка, затворен от пресичането на нивото на топлинна енергия (дадени с хоризонтални линии на *Фиг.10.4*) с кривата на енергията на взаимодействие. За температурата T_1 това положение е отбелязано с r_1, а за температурата T_2 с r_2. Както се вижда от фигурата, $r_2 > r_1$. Следователно при повишаване на температурата частиците се отдалечават една от друга. С други думи казано, с повишаване на температурата се увеличава кинетичната енергия на частиците и движенията им става по-интензивни. Това довежда до увеличаване на разстоянието помежду им. Ако кривата на енергията на взаимодействие беше симетрична, такова отместване не би се наблюдавало затова именно несиметрията на тази крива поражда увеличаване на междуатомните разстояния с температурата.

Обърнете внимание, че водата е особен случай по отношение на обемното температурно разширение. Нейният обем е най-малък при 4°C (заради максималната плътност). При по-ниските и по-високите температури обемът се увеличава. При повишаване на температурата над 4°C, водата следва правилото за увеличаване на обема. При температури по-ниски от 4°C, до замръзването си, обемът на водата отново се увеличава. Обяснението се съдържа в различното взаимно разположение на водните молекули над и под тази температура. Под 4°C водните молекули са разположени в хексагон (образуват форма подобна на пчелна пита или на знака стоп), а над нея водата има слоиста структура, като молекулите на водата образуват тетраедри в пространството.

Ако закрепим метална пластина за двата края плътно при ниски темепратура, то при увеличаване на температурата тя ще се удължи и ще предизвика напрягане в местата на закрепване. Това явление се свързва с възникването на температурни (**топлинни**) **напрежения**. Според третия принцип на Нютон, закрепващите елементи ще отговорят на тези напрежения със сила, която се явява еластична на свиване. Като използваме *формула* (*10.3*) и изразим удължението чрез модифицирания закон на Хук ($\Delta l = L_o.p/E$, *формула 5.5*) като:

$$\frac{L_o.p}{\mathrm{E}} = \alpha L_0 \Delta T \qquad (10.5)$$

като за търсеното температурно напрежение получаваме окончателно:

$$p = \alpha.\mathrm{E}.\Delta T \qquad (10.6)$$

Температурните напрежения не бива да се пренебрегват, защото могат да причинят големи щети (Фиг.10.5). Конструкциите трябва да са изчислени и оразмерени за поемане на напрежения възникнали поради повишаване или понижаване на температурите.

Фигура 10.5. *Последици от действието на температурни напрежения* (*http://www.business insider.com/why-train-tracks-buckle-in-extreme-heat-2013-7*)

10.6. Газови закони при идеален газ. Абсолютна температура

Формулата за топлинното разширение на телата е доста неточна в случай на газове. Тя е валидна само при постоянно налягане. Газът запълва целият му предоставен обем, като съществува много силна промяна в налягането с температурните промени.

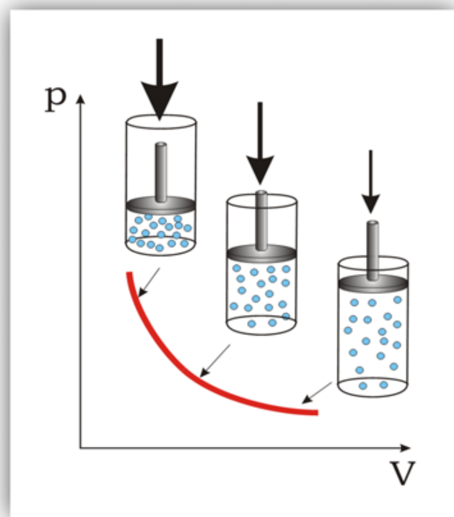
Поради тази причина, за коректното описание на състоянието на газовете следва да се намерят онези физични величини, който описват състоянието му (както вече стана ясно това са налягане, обем, температура и маса) на един газ и да се намерят техните взаимовръзки. Намирането на съотношението между тези величини означава да намерим **уравнение за състоянието на газа**.

Само по себе си дефинирането на температура и налягане може да стане само, ако разглежданата система е в топлинно равновесие. Тогава следва да подчертаем, че оттук нататък ще разглеждаме само системи в равновесие.

За опростяване на разглежданията ще въведем една абстракция, наречена идеален газ. **Идеалният газ** е газ частиците на който нямат размери и не си взаимодействат помежду си. Те се удрят само в стените на съда, като ударите са идеално еластични.

Реални газове с малка концентрация, намиращи се при не големи налягания (около 1 атмосфера или по-малко) при температури далеч ор температурите на кондензация или кипене могат да се разглеждат като идеални. Това налага допълнителното ограничние при нашите разглеждания налягането да не е много голямо (*около 1 атмосфера или по-малко*) и газът да е далеч от тези характерни температури.

Първият газов закон бил получен по експериментален път през 1662 година от Роберт Бойл (*Robert Boyle, 1627 – 1691, Великобритания*). Независимо от Бойл същото съотношение установил и френският учен монахът Мариот (*Edme Mariotte*, *1620-1684, Франция,*) през 1676 г. Интересното е, че докато Бойл възприел получената зависимост като „интересно свойство на въздуха“, Мариот осъзнал далеч по-фундаменталния характер на получената зависимост. В чест на двамата учени изведеното от тях съотношението се нарича **закон на Бойл-Мариот**. По същество опитите се състояли в измерване на отношението между обем и налягане при постоянна температура (и количество газ). Такъв процес се нарича **изотермичен** $T = const$. Учените всъщност измервали обема на въздух при различни налягания. Те установили, че при постоянна температура обемът е обратнопропорционален на налягането:



Фигура 10.6. *Графика на изотермичен процес, представяща зависимостта на налягането от обема.*

$$V \propto \frac{1}{p}\Big|_{T=const} \qquad (10.7)$$

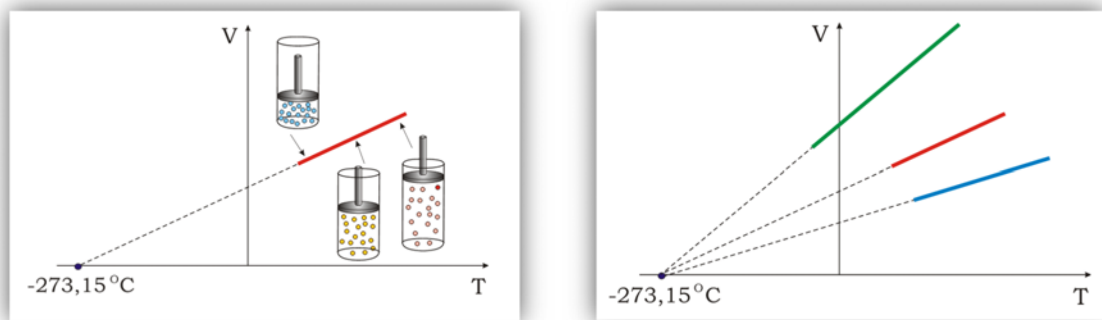
За практически цели можем да използваме също и тъждественият запис на закона на Бойл-Мариот:

$$p.V = const \quad (\text{при } T = const \text{ и } m = const) \qquad (10.8)$$

Тогава можем да изкажем и тъждествена формулировка на закона на Бойл-Мариот, че произведението от налягането на дадена маса идеален газ и обема му остава постоянна величина, ако температурата на газа не се изменя. На *Фиг.10.6* е представена графиката на зависимостта на налягането и обема според закона на Бойл-Мариот. Тъй като тя описва изотермичен процес се нарича **изотерма**.

Почти цели 100 години след установяването на закона на Бойл-Мариот, изследването на закономерностита при газовете бележат прогрес. Френският учен Шарл (*Jacques Alexandre César Charles, 1746-1823, Франция*) изследвал връзката между обема и температурата на газовете при постоянна маса и налягане. Шарл надул 5 балона до еднакъв обем, като ги напълнил с различни газове. След това нагрял балоните до 80°C и установил, че всички се разширяват по идентичен начин. Налягането гарантирано оставало постоянно, защото неговото увеличение се компенсирало с нарастването на обема на балоните. Шарл направил извода, че при постоянно налягане и маса, обемът на газовете се променя линейно с температурата. Така е бил формулиран и **законът на Шарл**, който може да бъде изказан като при постоянно налягане обемът на газа е правопропорционален на абсолютната температура:

$$V \propto \mathrm{T}|_{p=const} \tag{10.9}$$



Фигура 10.7. *Графика на изобарен процес, представяща зависимостта на обема от температурата (ляво) и за три различни газа (дясно).*

На *Фиг.10.7* са показани зависимостите на обема от температурата за различни газове. Линейните зависимости, разбира се са били получени само в ограничен температурен интервал, защото при ниските температури газовете се втечняват. Поради това с пунктир са означени продълженията на наблюдаваните екпериментално зависимости. Всяка от начертаните линии е такава, при която налягането е постоянно и се нарича **изобара**. Процесите, при които налягането остава постоянно се наричат **изобарни**.

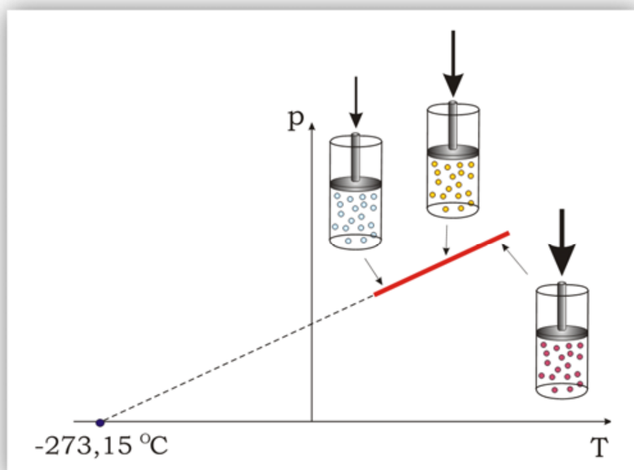
Линейни зависимости били получени за редица газове, като мисленото продължаване на линиите при ниските температури водела до това пресичането им в една и съща точка, равна на -273,14°C. При тази температура обемът ще е 0, което на практика няма физически смисъл. Учените интепретирали стойността -273,14°C на температурата, при която материята ще се разпадне и нарекли температурата **абсолютна нула**. Тя станала начало на температурната скала на **Келвин** (**абсолютна скала**). Именно тази скала се използва от учените в цял свят по настоящем.

Всъщност името на Шарл се свързва с първият полет с балон. Той бил осъществен на 1.12.1783 година. Балонът бил напълнен с водород.

Друга важна зависимост между физичните величини, описващи състоянието на един газ, е **законът на Гей-Люсак**. Този закон е публикуван през 1802 година от Гей-Люсак (*Joseph Louis Gay-Lussac, 1778-1850, Франция*) и гласи, че при постоянен обем и маса на газа, налягането е пропорционално на температурата:

$$p \propto \mathrm{T}|_{V=const} \tag{10.9}$$

На *Фиг.10.8* е показана зависимостта на налягането от температурата, според закона на Гей-Люсак. Пример за изпълнението на този закон е балон пълен с въздух, хвърлен в огъня. След много кратко време балонът ще се спука, поради силното увеличение на налягането на газа.



Фигура 10.8. *Графика на изохорен процес, представяща зависимостта на налягането от температурата.*

Оригиналният изказ на Люсак бил, че относителното изменение на обема на дадена постоянна маса газ при постоянно налягане е правопропорционално на изменението на температурата. Ако запишем това с математична формула, то тя ще изглежда така:

$$p = p_0(1 + \alpha . T) \tag{10.10}$$

където p_0 е началното налягане на газа; T е температурата [°C]; α е коефициент на пропорционалност. На базата на резултати върху редица газове се оказало, че коефициентът α има една и съща стойност. Тъй като температурата била мерена по скалата на Целзий, то коефициентът е прието да има стойност $\alpha = 1/273{,}5$ [1/℃].

Аналогичен анализ на закона на Шарл води до зависимостта:

$$V = V_0(1 + \alpha.T) \tag{10.10}$$

Като *V₀* е началното налягане на газа; *T* е температурата; *α* е коефициентът на пропорционалност. Не случайно коефициентът и тук е отбелязан със същата буква. Оказало се, че той е същият.

Първите опити за изследване на газове, както стана ясно от изложеното дотук са свързани с **изопроцеси** (изотермичен, изохорен и изобарен). Освен температура, налягане и обем следва да се потърси и влиянието на промяна в масата. Всеки поне веднъж е надувал балон и знае, че когато вкарва повече въздух, балонът се надува. Това показва, че масата е пропорционална на обема. Можем да обобщим тогава, че пропорционалността между четирите параметъра е:

$$p.V \propto m.T \tag{10.11}$$

За да заменим знака за пропорционалност с равенство, трябва да намерим коефициента на пропорционалност. Оказвало се обаче, че ако в съотношението (*10.11*) фигурира масата не може да бъде намерен еднакъв за всички газове коефициент. Така дълго време намирането на уравнението, описващо идеалния газ не било възможно.

Принос в разрешаването на останалата без отговор загадка дава Авогадро (*Lorenzo Romano Amedeo Carlo Avogadro di Quaregna e di Cerreto, 1776-1856, Италия*). В своя публикация от 1811 година той твърди, че равни обеми от газ при еднакви условия (равни температури и налягане) съдържат еднакъв брой молекули. Това заключение често се нарича **хипотеза на Авогадро**.

С помощта на заключението на Авогадро учените решили, че количеството вещество може да се представи с нова мерна единица. Те я нарекли мол (**mole**). Един мол газ съдържа винаги точно определен брой частици - $N_A = (6{,}022045 \pm 0{,}000031) \times 10^{23}\ [1/mol]$**.** Общият брой частици (колкото се съдържат в цялата маса) може да се раздели на това число N_A. Отношението $n = N/N_A$ ще даде броя молове, които се съдържат в общата маса на газа.

Измерването на масата на моловете газ от различните субстанции е станало стандартна практика. Стойностите на **моларните маси**, μ, за химичните елементи от периодичната таблица са дадени в края на учебника. Чрез тях също може да се изрази броя молове вещество като $n = m/\mu$.

Замяната на величината маса с брой молове дала ключа към намирането на отговор на загадката, като **уравнението за състоянието на идеалния газ** има вида:

$$p.V = n.R.T \tag{10.12}$$

където константата на пропорционалност R се нарича **универсална газова константа** ($R = 8{,}31441 \pm 0{,}00026\ [J/mol.K]$. Полученият израз се нарича още **закон на Клапейпон** по името на Бено Клапейрон (*Benoît Paul Émile Clapeyron, 1799 – 1864, Франция*) имащ изключителен принос за обобщаването на фактите и извеждането на крайния вид на закона.

Понякога уравнението се записва и чрез общия брой частици, N, като:

$$p.V = \frac{N}{N_A}.R.T = N.k_B.T \tag{10.13}$$

Новата константа на пропорционалност $k_B = R/N_A$ се нарича **константа на Болцман** ($k_B = (1{,}380662\ \pm 0{,}000044) \times 10^{23}[J/K]$).

В термодинамиката е въведен един специфичен термин **нормални условия**. Това означава, че имаме **нормално налягане** от 1 atm. (атмосфера, като 1 atm = 10^5 Pa) и **нормална температура** 0^oC ($273{,}15^oC$). При нормални условия един мол газ заема обем 22,4 литра.

През 1801 година Джон Далтон (*John Dalton FRS, 1766 – 1844, Англия)* публикува твърдението, че ако в общ съд са поставени няколко газа общото налягане ще е сума от парциалните налягания на всеки от газовете. Той дефинира **парциално налягане** като налягането, което би имал всеки един от газовете, поставен в целия обем на съда. Понастоящем това твърдение е известно като **закон на Далтон за парциалното налягане**.

За да го докажем е добре да перифразираме изказа на Далтон до: всеки газ ще упражнява в сместа парциално налягане, пропорционално на неговата моларна концентрация. Общият брой частици ще бъде сума от броя на всеки вид. Нека имаме три вида частици (B, C, D) и общият брой ще бъде $N = N_B + N_C + N_D$. От закона за идеалния газ получаваме:

$$p.V = N.k_B.T = (N_B + N_C + N_D).k_B.T \tag{10.14}$$

Преобразуваме израза, като прехвърлим обема и разкрием скобите:

$$p = N_B\frac{k_B.T}{V} + N_C\frac{k_B.T}{V} + N_D.\frac{k_B.T}{V} \tag{10.15}$$

Чрез анализ на димесиите стигаме до извода, че всяко събираемо трябва да има размерност на налягане. Те показват налягането, което е в целия обем V, но съдържат само броя на един от видовете частици. Именно тези събираеми са парциалните налягания p_B, p_C, p_D. Тогава можем да преобразуваме *формула* (*10.15*) и се уверяваме, че общото налягане е сума от парциалните:

$$p = p_B + p_C + p_D \tag{10.16}$$

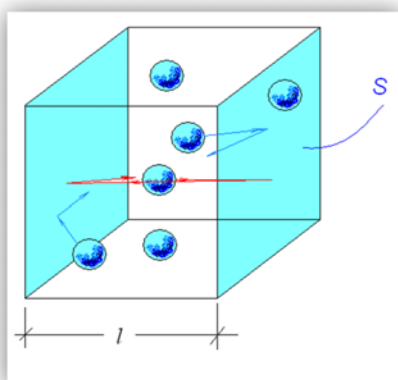
11. Кинетична теория. Разпределение на молекулите по скорости. Физични процеси на фазови превръщания и пренос. Фазови диаграми

Кинетичната теория разглежда свойствата на телата като съставени от непрекъснато движещи се частици. В основата ú са законите на класическата механика. Разглеждането на движението на всяка частица поотделно обаче е непосилна задача, поради което се прилага **статистически подход**. При него се получават средните за системата величини. При такъв тип разглеждане трябва да се намерят подходящите физични величини, които да дадат връзката между микросъстоянието на всяка частица (статистическия подход) и макросъстоянието на тялото като цяло (термодинамичния подход).

11.1. Закон за идеалния газ и температурата от гледна точка на кинетичната теория

Кинетичната теория постулира, че:

- Системата се състои от N еднакви частици, всяка с маса m, които се движат непрекъснато в случайни направления с различни скорости;
- Средното разстояние между молекулите превишава многократно размерите им;
- Всяка молекула се подчинява на законите на класическата механика;
- Взаимодействията между молекулите и тези със стените на съда са абсолютно еластични, като времето за удара е много по-малко от времето между ударите.



Фигура 11.1. *Съд с напречно сечение и дължина с движещите се частици.*

С помощта на тези постулати много лесно бихме могли да обясним законът на Бойл например ($V \propto 1/p$. От гледна точка на кинетичната теория, налягането върху стените на съда се получава като резултат от постоянните удари на молекулите на газа върху тях (*Фиг.11.1*). Ако намалим обема на газа, то неговите молекули ще се окажат по-близо една до друга, поради което и броят на ударите за единица време ще се увеличи. Тогава и налягането ще се увеличи.

Кинетичната теория ни позволява не само качествен, но и количествен анализ. Нека изчислим например налягането. Представяме си кубичен контейнер с площ на страничната стена S и разстояние между стените l (*Фиг.11.1*) . Когато молекула достигне до стената, ще се удари в нея. По третия принцип на Нютон, стената ще противодейства на молекулата със същата по големина и обратна по посока сила, като:

$$F = \frac{\Delta p}{dt} \tag{11.1}$$

т.е. силата е получена при изменението на импулса, p, с времето, t, като:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m.v_x - (-m.v_x) = 2mv_x \tag{11.2}$$

Времето между два удара е равно на времето, за което молекулата след удара ще достигне отсрещната стена и ще се върне за следващ удар:

$$\Delta t = \frac{2l}{v_x} \tag{11.3}$$

Тогава за силата получаваме:

$$F = \frac{\Delta p}{dt} = \frac{2mv_x.v_x}{2l} = \frac{m{v_x}^2}{l} \tag{11.4}$$

Разбира се по време на движението си до отсрещната стена и обратно, молекулата може да изпита и удари с други частици, но промяната на импулса ú ще бъде отчетена когато разглеждаме другите молекули. Така че средната стойност на импулса (респективно скоростта), осреднено по всички молекули, няма да се промени. Разглежданата молекула може също да се удря и в другите две стени на съда, като това обаче няма да промени x компонентата на импулса.

За да получим сумарната сила за всички молекули, трябва да съберем силите на всяка от тях. Ако системата се състои от N молекули, то:

$$F = \frac{m}{l}\left({v_{x_1}}^2 + {v_{x_2}}^2 + \cdots + {v_{x_N}}^2\right) \tag{11.5}$$

Индексите на скоростите показват кой номер има частицата. Средната стойност на квадрата на скоростта ще бъде:

$$\overline{{v_x}^2} = \frac{{v_{x_1}}^2 + {v_{x_2}}^2 + \cdots + {v_{x_N}}^2}{N} \tag{11.6}$$

Тогава средната сила ще се изрази като:

$$F = N\frac{m.\overline{{v_x}^2}}{l} \tag{11.7}$$

По теоремата на Питагор, когато получим квадратите на скоростите и за другите компоненти (по y и по z) крайната средна стойност на квадрата на скоростта ще има стойности:

$$\overline{v^2} = \overline{{v_x}^2} + \overline{{v_y}^2} + \overline{{v_z}^2} = 3\overline{{v_x}^2} \tag{11.8}$$

като последният израз е следствие от това, че скоростите във всички направления са еднакво вероятни.Тогава:

$$F = N\frac{m.\overline{v^2}}{3.l} \tag{11.9}$$

Налягането дефинирахме като:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{N.m.\overline{v^2}}{3.l.S} = \frac{N.m.\overline{v^2}}{3.V} \tag{11.10}$$

Сравнявайки *формула* (*11.10*) с закона за идеалния газ можем да се опитаме да придадем на това уравнение вид, подобен на закона за идеалния газ:

$$p.V = \frac{1}{3}2N\left(\frac{m.\overline{v^2}}{2}\right) \tag{11.11}$$

Изразът $\left(m.\overline{v^2}/2\right)$ представлява средната кинетична енергия за една молекула на газа. Сравняването на формулите показва, че:

$$\frac{2}{3}N\left(\frac{m.\overline{v^2}}{2}\right) = k_B T \tag{11.12}$$

Следователно средната кинетична енергия на молекулата на газа е:

$$\left(\frac{m.\overline{v^2}}{2}\right) = \frac{3}{2}k_B T \tag{11.13}$$

според което средната кинетична енергия на молекулите е правопропорционална на абсолютната температура. Тогава при повишаване на температурата расте и кинетичната енергия, а когато температурата се стреми към абсолютната нула, следва че и кинетичната енергия също достига 0. Първото твърдение е наистина правилно и много полезно. Благодарение на квантовата механика пък е доказано, че кинетичната енергия не става 0, дори и когато се достигне абсолютната 0 на температурата. Така молекулното движение не се прекратява на практика, както предсказва горната формула.

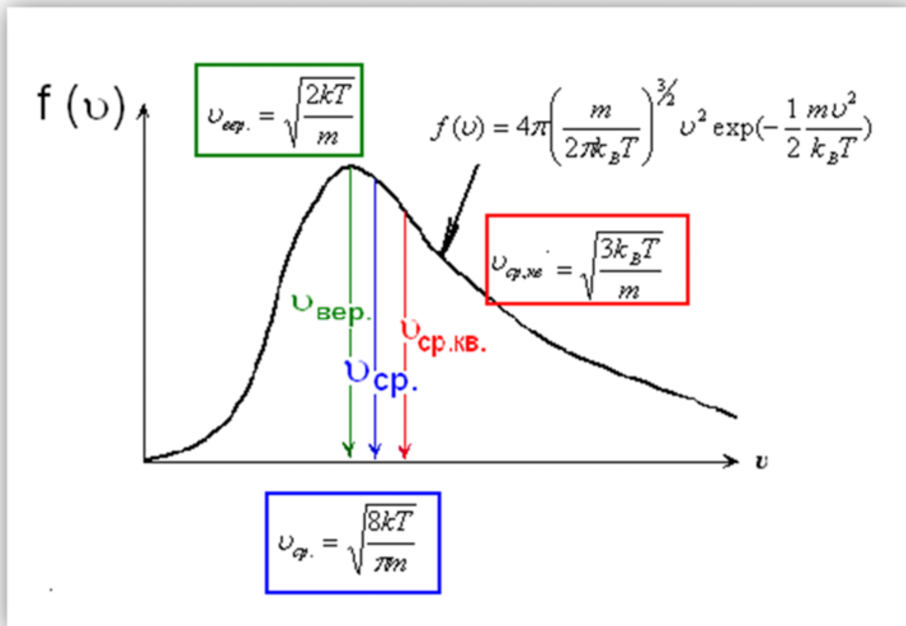
Формула (*11.13*) може да се използва за изчисляване на **средно-квадратичната скорост на молекулите**:

$$v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \tag{11.14}$$

11.2. Разпределение на молекулите по скорости

Считайки, че молекулите на газа извършват хаотични движения с различни скорости някои от тях ще се движат по-бързо, а други по-бавно от тези имащи средната скорост. Максуел (*James Clerk Maxwell, Шотландия, 1831-1879*) получил формула за най-вероятното разпределение на скоростите на газ, състоящ се от N еднакви молекули:

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2}.v^2.\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{m.v^2}{k_B T}\right) \tag{11.15}$$



Фигура 11.2. *Зависимост на функцията на разпределение по скорости на Максуел, f, от скоростта,v.*

Функцията f се нарича **функция на разпределение по скорости на Максуел**. Графиката ú е показана на *Фиг.11.2*. Както се вижда от формулата, кривата на разпределение зависи от абсолютната температура. При повишаване на температурата, видът на кривата се запазва, но тя се отмества надясно, става по-разлата и с по-нисък максимум. Тъй като $\int_0^\infty f(v)dv = N$ функцията показва каква част от общият брой молекули притежават скорости в избран от нас интервал.

От графиката се вижда, че функцията на разпределение на Максуел има максимум за някаква стойност на скоростта, $\upsilon_{вер.}$, наречена **най-вероятна скорост на движението** на молекулите. Това означава, че една много голяма част от молекулите се движат със скорост v, близка до стойността $\upsilon_{вер.}$. За да се определи точната стойност на най-вероятната скорост $v_{вер}$, е необходимо да се намери максимума на функцията на разпределение $f(v)$:

$$v_{вер} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \tag{11.16}$$

Средно-аритметична скорост, $\upsilon_{ср.}$, представлява средна стойност на всички възможни скорости на молекулите:

$$v_{ср.} = \sqrt{\frac{8k_B T}{m}} \tag{11.17}$$

11.3. Изпарение, налягане на парите, кипене

Ако в топло време оставим чаша вода на открито ще забележим, че нивото на водата постепенно се понижава. Следователно част от водата се изпарява или както бихме казали с термините на физиката, част от водата се е превърнала в газова фаза. Процесът на **изпарение** може да се обясни от гледна точка на кинетичната теория по следния начин: скоростите на молекулите в обема, както и на повърхността на водата, се подчиняват приблизително на разпределението на Максуел. Молекулите, близо до повърхността, които имат достатъчно високи скорости, преодоляват привличането на течността и я напускат. Ако скоростта е много голяма те не се завръщат обратно. Ако скоростта е сравнително малка, то под действие на силата на тежестта, някои от молекулите ще се върнат обратно в течността.

Молекулите, които напускат течността имат енергия, по-голяма от дадена определена стойност (E_A) наречена **енергия на активация**. С увеличаване на температурата, поради отместването на функцията на разпределение на Болцман надясно, все повече молекули ще имат енергия да напускат течността. Това е и причината изпарението в топло време да е по-интензивно. Когато най-високо енергетичните молекули напуснат течността средната скорост на останалите в течността молекули намалява. В такъв смисъл изпарението е своеобразен процес на охлаждане.

Във въздуха винаги има определено количество водни пари, които са резултат от процеси на изпарение. Нека отново разгледаме частично пълен с вода съд. Най-бързо движещите се молекули ще напуснат повърхността на течността. Те обаче ще продължат да се намират в близост до нея. Поради взаимодействията с молекулите на въздуха, както и поради привличане от повърхността, някои от изпарилите се молекули ще се върнат обратно в течността. Този процес се нарича **кондензация**. Процесите на изпарение и кондензация ще продължат, докато броят на напусналите и броят на върналите се в течността молекули, за единица време, се изравни. В такъв случай казваме, че сме постигнали **динамично равновесие**. Пространството над течността се нарича **наситено**. Налягането, което упражняват парите на течността (на изпарените молекули) се нарича **налягане на наситените пари**.

Налягането на наситените пари не зависи от големината на съда т.е. плътността на парите над течността ще е една и съща. То обаче зависи от температурата, тъй като с повишаването на температурата расте и броят на молекулите, способни да напуснат течността. Тогава насищането ще бъде постигнато при по-високи налягания.

При условие, че налягането на парите достигне външното налягане се наблюдава процес на **кипене**: при постепенното увеличаване на температурата на течността (*представете си вода, която нагряваме*), в нея започват да се образуват малки мехурчета. Когато налягането в тези мехурчета е малко, те бързо изчезват. Когато обаче температурата достигне определена стойност налягането в мехурчетата е равно на налягането на наситените пари (*т.е. външното налягане се изравнява с тяхното*) те увеличават размерите си и изплуват на повърхността. Тогава казваме, че течността **кипи**. Температурата на кипене зависи от външното налягане, доколкото при по-ниски налягания се достига по-бързо насищане на парите. Тогава мехурчетата ще изплуват също при по-ниско налягане. Например водата на морското равнище кипи при 100°C, на висок планински връх тази температура спада до около 70 °C, защото на по-голяма височина налягането е по-малко.

11.4. Влажност

Когато казваме, че времето е влажно или сухо, ние всъщност имаме предвид количеството водни пари във въздуха. За да определим количеството им ще си послужим с парциалното им налягане. То може да се мени от 0 до това на наситените пари като съществува пределна стойност (например при 20°C то е 17,5 mmHg). **Относителната влажност** представлява отношение на парциалното налягане на парите към максималното възможно при същата температура (*на наситените пари*):

$$r = \frac{\text{парциалното налягане на водата}}{\text{налягането на наситените пари}} . 100\ \% \qquad (11.18)$$

Забележете, че при относителна влажност 100% налягането на наличните водните пари е достигнало това на наситените пари на водата и не означава, че състава на въздуха е само вода! Влажността на въздуха влияе върху здравето на хората. Оптимална се счита относителна влажност около 40-50%.

Ако налягането на наличните пари е по-голямо от това на наситените пари, казваме че се наблюдава **пресищане**. Такава ситуация може да възникне при внезапно понижаване на температурата на въздуха. След кратко време равновесието ще се възстанови, но излишното количество вода ще се втечни под формата на валеж (образувайки капчици роса, слана, дъжд и др.). Този процес е причина за образуването и на облаците.

11.5. Реални газове и фазови преходи. Критична точка

Уравнението за състоянието, което изведохме в предишната лекция се отнася само за идеален газ. Какво обаче се случва с реалните газове?

Нека разгледаме една **pV-диаграма** на реален газ от изопентан (*Фиг.11.3*). Всяка крива показва как се изменя налягането при промяна на обема. Различните криви са при различни фиксирани температури, отбелязани върху самите зависимости. При високите температури, газът има поведение близко до това на идеален газ (кривите при 280°C, 250°C), въпреки наблюдаваните отклонения при високите налягания. Обемът на газа е по-малък от очаквания.

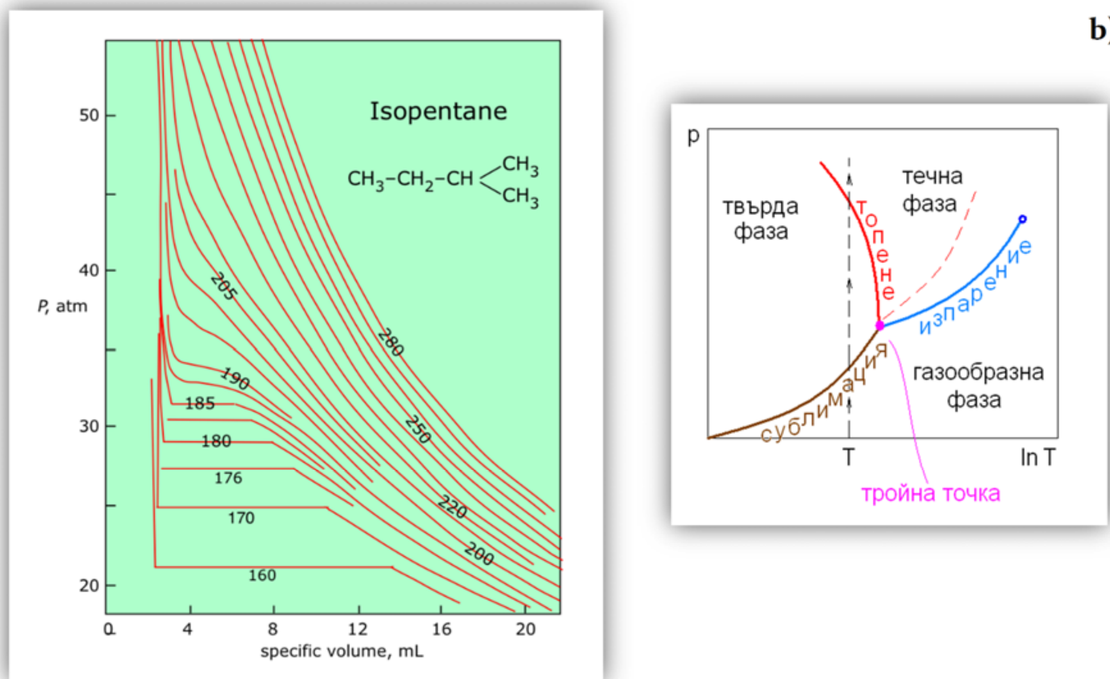
С намаляване на температурата отклоненията стават все по-видими (205°C, 176°C). Намаленият обем можем да си обясним с покачването на потенциалната енергия за сметка на кинетичната на системата при понижаване на температурите. Тогава молекулите започват да се привличат по-силно и по-силно, докато при дадена температура газът се превърне в течност. Този процес на смяна на агрегатното състояние се нарича **фазово превръщане**.

Мястото върху pV-диаграмата, където става втечняването на газа се нарича **критична точка**. Тя е съвкупност от точно определено налягане, температура и обем. Явява се граница (критична температура) под която имаме течност, а над нея – газ.

Поведението на всеки реален газ (*по-скоро реална субстанция*) може да бъде описано и с помощта **pT-Диаграма.** Често тази диаграма се нарича още **фазова диаграма**. На *Фиг.11.3b* е показана фазовата диаграма на водата (без пунктираната линия).

a)

b)



Фигура 11.3 a) *pV-диаграма на изопентан;* **b)** *Фазова диаграма (pT) на водата. Пунктираната линия показва вещества с линейно нарастване на плътността и обема с температурата.*

Диаграмата на водата може да се раздели на 3 основни части. Долната част на диаграмата представлява диапазона от налягания и температури, при които веществото е в газообразно състояние. Този интервал има две граници. При по-високите температури, при увеличаване на налягането газовата фаза преминава в течна. За всяка температура съществува точно определено налягане, при което се осъществява втечняването. Всички такива точки формират **кривата на изпарение**. По линията на кривата на изпарение съществуват и са в равновесие както течната, така и газообразната фази. Всъщност е валидно и обратното твърдение – при намаляване на налягането течната фаза преминава в газообразна.

При ниските температури областта, където съществува газовата фаза граници с друга гранична линия – **кривата на сублимация**. При повишаване на налягането, но при ниски температури става директен фазов преход на газовата в твърда фаза. За двойките налягане-температура, намиращи се на кривата на сублимация съществуват и са в равновесие газова и твърда фази. При високи налягания газова фаза не съществуват. При тях обаче е възможен преход твърда фаза – течност. Граничната линия, разделяща областите на съществуване само на едната от тези две фази се нарича **крива на топене**. По кривата на топене съществуват както твърда така и течна фази. Наляво от кривата има само течна фаза, а надясно само твърда. Интересна особеност на вида на кривата на топене е, че ако плътността на веществото в течна фаза е по-голямо от това на твърдото тяло тя ще е наклонена наляво (плътната линия). Ако твърдата фаза има по-голяма плътност кривата на топене е наклонена надясно (пунктираната линия).

Мястото във фазовата диаграма, където трите криви се съединяват имаме равновесие на трите фази, които съществуват едновременно (твърда, течна и газообразна). Тази точка се нарича **тройна критична точка**. Тя е различна за всяко вещество. В термодинамиката е доказано, че максималният брой на фазите, които са едновременно в термодинамично равновесие е 3.

В общ случай pT-диаграмите могат да има много по-сложен вид. Има вещества, които притежават повече от една течна и/или твърда фаза. Между различните твърди или течни фази също се дефинира температура и налягане на преход, като кривите трябва да бъдат добавени към фазовата диаграма.

11.6. Уравнение на ван дер Ваалс

Ван дер Ваалс (*Johannes Diderik van der Waals, 1837-1923, Холандия*) се интересувал от поведението на реалните газове. Той анализирал уравнението за идеален газ, като отчел реалните размери на молекулите и действителните взаимодействия между тях. Първо забелязал, че тъй като молекулите имат крайни размери (*нека си ги представяме, като сферички с радиус* r) минималното разстояние, на което могат да се доближат центровете на две молекули е 2r. Реалният обем, в който молекулите могат да се движат, е по-малък от този на съда с най-малко размерите на 1 молекула. Ван дер Ваалс отразил тази особеност като коригирал уравнението за идеалния газ и от общия обем на съда извадил „**мъртвия обем**“. Предположението било, че мъртвият обем е пропорционален на броя молекули. Така от уравнението за идеален газ се получило:

$$p(V-nb)=nRT \tag{11.19}$$

Нека сега разделим полученото уравнение на n:

$$p\left(\frac{V}{n}-b\right)=RT \tag{11.20}$$

Отношението на общия обем на съда към броя молекули бихме могли да интерпретираме, като среден обем който се полага на една молекула ($V_1=V/n$) и тогава:

$$p(V_1 - b) = RT \qquad (11.21)$$

Ако пренапишем полученото, както е направено долу, ще можем да разберем и смисъла на константата b:

$$p = \frac{RT}{(V_1 - b)} \qquad (11.22)$$

При $p = \infty$ следва $V_1 - \mathrm{b} = 0$ и следователтлено b е обемът, който би заемала една молекула газ при безкрайно налягане. b се нарича **константа на ван дер Ваалс** и е почти еднаква за всички газове.

Това била първата стъпка в разглежданията на ван дер Ваалс. По-нататък той отчел и взаимодействията между близко разположените молекули. Вече било известно, че между атомите на реалните вещества съществува привличане. Молекулите, намиращи се до стената на съда (*припомнете си какво се случва с повърхността на течност*) ще изпитват привличането на останалите молекули т.е. ще им действа сила, опитваща се да ги привлече обратно към обема. Това означава, че молекулите ще действат на стените на съда с по-малка сила отколкото при идеалния газ. С други думи налягането върху стените на съда ще е по-малко от това за идеален газ. Ван дер Ваалс представил намаляването пропорционално на броя молекули на единица обем (N/V) в повърхнинния слой, както и в съседния слоя, с който привлича молекулите назад към обема. Тогава предположил, че общата зависимост е от $(N/V)^2$**.** Тъй като $\boldsymbol{N} = n.N_A$ то:

$$\left(\frac{N}{V}\right)^2 = \left(\frac{nN_A}{V}\right)^2 = \left(\frac{N_A}{V_1}\right)^2 \qquad (11.23)$$

С това разглеждане се стига до извода, че промяната в налягането е обратнопропорционална на квадрата на V_1. Отчитаме получената пропорционалност с подходящ коефициент a и тогава намаляването на налягането ще се изрази като:

$$p = \frac{RT}{(V_1 - b)} - \frac{a}{{V_1}^2} \qquad (11.24)$$

Получената зависимост се нарича **уравнение на ван дер Ваалс** и в общ случай той се записва като:

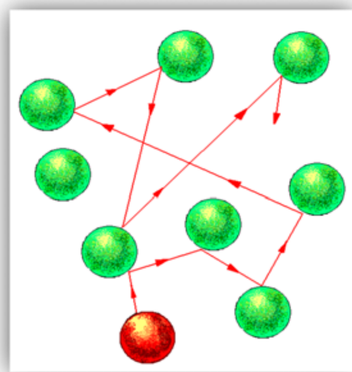
$$\left(p + \frac{a}{{V_1}^2}\right)(V_1 - b) = RT \qquad (11.25)$$

Газ, който се подчинява на това уравнение, се нарича Ван-дер-Ваалсов газ.

11.7. Среден свободен пробег

Отварянето на флакон с парфюм почти мигновено ни кара да се насладим на аромата му. Все пак от гледна точка на молекулната физика, за да почувстваме аромата е нужно време. Това време се определя от начина, по който молекулите си взаимодействат. И понеже процесът се осъществява благодарение на удари между молекулите, то съществени величини в разбирането на процеса стават не само броят удари, но и времето между тях.

Траекторията, която описва една молекула при движението си съпроводено от поредица удари с друго молекули образува начупена линия (*Фиг.11.4*) – правите участъци съответстват на праволинейно постъпателно движение, редуващи се с резки смени на направлението след удар с друга молекула. Тогава можем да дефинираме средно разстояние между два последователни удар, наречено **среден свободен пробег**, $\boldsymbol{l_m}$. Логично е да предположим, че при по-плътни среди, средният свободен пробег ще е по-малък. l_m зависи обратнопропорционално от напречното сечение $(\pi.r^2)$ на молекулата, и от концентрацията на газа, C:



Фигура 11.4. *Траектория на маркирана частица, която осъществява последователни удари със съседните частици.*

$$l_m = \frac{1}{4\sqrt{2}(\pi r^2).C} \qquad (11.26)$$

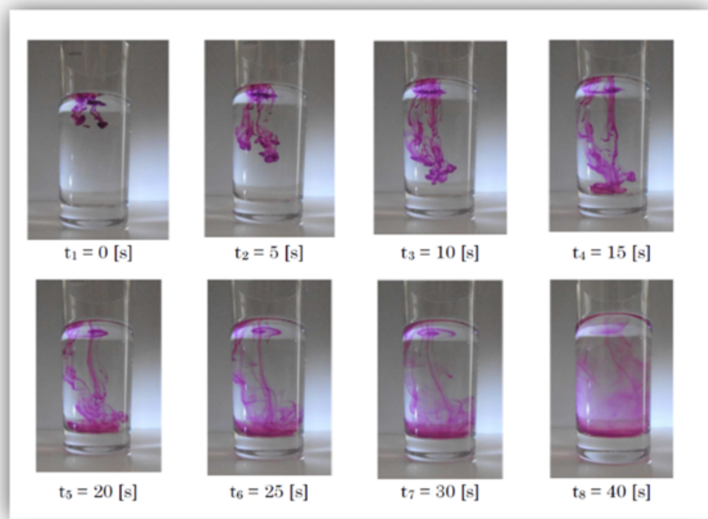
където r е радиусът на частицата.

11.8. Дифузия

В съд с вода поставяме капка мастило. Забелязваме, че с времето молекулите на мастилото бавно се смесват с тези на водата (*Фиг.11.5*). Процесът продължава докато цялата течност добие хомогенен цвят. Смесването е обусловено от хаотичното движение на молекулите и се нарича **дифузия**. Дифузия се наблюдава също и в газовете (*както споменахме в началото примера с парфюма*).

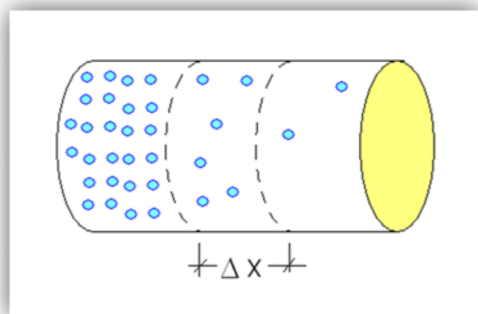
Кинетичната теория е способна много лесно да обясни явлението дифузия. Нека разгледаме обем, в който концентрацията на молекули от един вид е по-голям в левия край на тръба (*Фиг. 11.6*). В десния край имаме по-голяма концентрация на молекули от другия вид, но за по-добра визуализация, те не са показани на фигурата. За опростяване на разглежданията ще считаме, че налягането и температурата в двете части на тръбата са еднакви.

За опростяване на разглежданията ще считаме, че концентрацията се променя само по х-оста. Поради постоянното хаотично движение на молекулите те ще се придвижат постепенно от мястото с по-голяма концентрация към средната област (означена с пунктир). Тогава сумарният поток на разглежданите молекули ще е в посока надясно.



Фигура 11.5. *Напредване на процеса на дифузия на капка мастило във вода*

В същото време ще се породи поток, насочен наляво, който съдържа молекулите на другото вещество. И двата процеса ще продължат, докато се постигне равномерно разпределение по обема и на двата вида молекули. Скоростта, с която ще се извърши дифузията е по-голяма, колкото по-голяма е разликата в концентрациите. Това било опитно установено от Адолф Фик (*Adolf Eugen Fick, 1829-1901, Германия*). Той доказал, че потокът, J, през единица напречно сечение е право-пропорционален на изменението на концентрацията на единица дължина ($\mathrm{grad}C = dC/dx$):



Фигура 11.6. *Дифузия на частици. За яснота са показани само частиците дифундиращи отляво надясно .*

$$J = -D.\,\mathrm{grad}C \tag{11.27}$$

като коефицинетът на пропорционалност D се начира **дифузионен коефициент**. Зависимостта е известна още като **закон на Фик**.

12. Топлина и вътрешна енергия. Пренос на топлина

От опит знаем, че ако допрем две тела с различни температури, то след известно време двете тела ще имат еднакви температури. Изравняването на температурите е резултат от процес на топлообмен.

12.1. Ранни теории за същността на топлината

Дълго време хората смятали, че „Топлината е материална субстанция, надвишаваща светлината, която е много еластична". Тази субстанция била наречена **топлород**. Всяко тяло трябвало да има определено количество топлород, който при определени условия можело да се предаде. Тялото също можело да приеме определено количество топлород. Явления, като излъчването на светлина при нагряване или топлината от огъня (наричана сега лъчиста енергия) били обяснени с теорията за топлорода, като било предположено, че частиците му са силно взаимно-отблъскващи се.

Интересна особеност на топлорода била, че макар частиците на топлорода да са силно взаимно-отблъскващи се, те много силно се привличат от всички други субстанции. Силата, с която коя да е субстанция действа на топлорода е била разглеждана като силно варираща, особено в зависимост от вида на третиране на материалите т.е. ако даден материал е бил ударен, огънат или смачкан.

Макар теорията за топлорода отдавна да е отхвърлена, в употреба е останал терминът **топлинен поток**.

12.2. Топлината като процес на пренос на енергия. Механичен еквивалент на топлината

Основният проблем в теорията за топлорода била невъзможността да се измери количеството му. Важен довод против теорията бил фактът, че ако търкаме длани една в друга неограничено дълго време произвеждаме и неограничено количество топлина. Това явление нямало как да се обясни с ограниченото количество топлород.

Пръв Лорд Бейкън, заедно със сър Бенджамин Томсън Каунт Ръмфорд (*Sir Benjamin Thompson, Count Rumford / Reichsgraf von Rumford, 1753-181426, роден в Америка, но работил в Англия и Германия*) преосмислят теорията за топлорода. Ръмфорд служел във войсково поделение в Мюнхен и забелязал, че при приготвянето на цевите на пушките и при издълбаване отворите на 6-патронните пистолети се отделя голямо количество топлина. Той решил да експериментира, като установи по-точна взаимовръзка между топлината и работата по издълбаването, която извършвали.

За своите експерименти той поставил отлети парчета метал в голям съд с вода. Свързал тъпа бургия към парчето метал с помощта на лостова система. От двете страни на лоста впрегнал коне, които при движението си го въртели. Така бургията се забивала в метала. Ръмфорд изчислявал отношението между конските часове работа и промяната в температурата на водата.

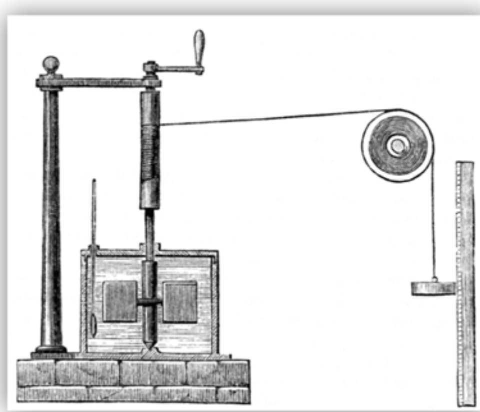
Ученият публикува получените резултати, заедно със разсъжденията си върху тях в издание на Английското кралско дружество през 1798 година. В тази публикация, авторът казва, че ако тезата за топлорода е вярна, то той трябва да има много чудати свойства – колкото повече материал се отнема, толкова повече топлород се придава на останалия материал. Това не му се струвало правдиво и затова изказал хипотеза, че по-вероятно топлината е свързана не с веществена субстанция, а със свойствата на материята т.е. строежа ú от много дискретни частици. Ръмфорд добавил още, че вероятно топлината е вид енергия. Подобно на други видове енергия и в този случай енергията е резултат от извършената работа.

Идеята на Румфорд срещнала радушен прием от американеца Джеймс Джаул (*James Prescott Joule,1818-1889, Англия*), който я доразвива. Той изградил механична система, способна да преобразува механичната работа в топлина. Системата представлявала добре термоизолиран съд напълнен с вода, в който била потапяна ос с лопатки (*Фиг. 12.1*). Когато оста се въртяла със достатъчна скорост, поради появилото се триене на лопатките с водата, температурата се повишавала. Целта на изолирането била съдът (термостатът) да задържа всичката отделена топлина, което гарантирало, че цялата извършена от механичната система работа щяла да отива само за повишаване на температурата. Джаул променял площта на контакта вода-бъркалка, като използвал различни по вид бъркалки. Освен това създал и различни механизми, които му давали възможност да променя скоростта на въртене на бъркалките.

Работата, извършена при преместването (падането) на тежестта с маса, m, от височина h до земята под действието на силата на тежестта е:

$$A = \int G.dl = mgh \tag{12.1}$$

Резултатите от всички направени опити показали, че за еднакво повишаване на температурата е необходимо да се извърши винаги еднакво количество работа. Следователно както работата, така и топлината са **начини за предаване на енергия**.



Фигура 12.1. *Установка на Джаул за изследване на връзката работа - топлина*

С помощта на изключително прецизни за времето си измервания, Джаул намерил връзката между топлина и работа, известна като **механичен еквивалент на топлината**:

$$\frac{A}{Q} = 4{,}186\ [J/cal] \qquad (12.2)$$

Тази величина дава връзката между топлината, *Q*, измерваната по това време в калории и работата, A в Джаули [J]. Всъщност **калорията** била въведена като необходимото количество топлина, което трябва да получи водата за да повиши температурата си от 14,5 до 15,5 ^{o}C).

Въвеждането на механичният еквивалент означава, че щом работата има размерност на енергия (*припомнете си, че извършената работа дава изменението на кинетичната енергия или с минус знак изменението на потенциалната енергия*), то и топлината трябва да има също размерност на енергия. Тогава тя трябва да се счита просто за друга форма на енергията.

От изказаните дотук съображения **топлината** трябва да се дефинира като енергията, която преминава от едно тяло към друго, когато между тях съществува температурна разлика.

Според молекулно-кинетичната теория с повишаване на температурата на телата расте и тяхната енергия. Тогава, ако поставим горелка под съд с вода, молекулите на горелката ще имат много по-висока енергия от тази на стените на съда. При сблъсък на молекулите на пламъка с тези на съда част от енергията ще се предаде. При това молекулите на пламъка губят енергия, а молекулите на съда повишават своята. Този процес продължава след това между молекулите на съда и тези на водата в него. По-високо енергетичните молекули на съда, ще отдадат енергия на молекулите на водата. Така в крайна сметка, става повишаването температурата на водата.

В нашите разглеждания досега говорихме за топлината като енергия и за температура като мярка за кинетичната енергия на телата. В системата обаче съществуват и още видове енергии – например енергия на химичните връзка. Пълната енергия на една термодинамична система се нарича **вътрешна енергия на системата.** Тя е пълната сума на всички енергии, на всички молекули, принадлежащи на системата. Понякога вътрешна енергия наричаме още „топлосъдържание“.

Важно е да се забележи, че топлината, температура и вътрешна енергия не са една и съща величина е заключената в тялото енергия. Разликата между трите величини може да бъде разбрана с помощта на молекулно-кинетичната теория. Температурата се явява мярка за средната кинетична енергия на тялото. Вътрешната Енергия се отнася за пълната енергия на всички молекули на тялото. Топлината характеризира количеството на пренесената енергия т.е. това е само онази част от нея, която се предава от по-топлото тяло към по-студеното.

Потокът топлина зависи от разликата в температурите, но не зависи от това колко енергия е складирана във всяко от телата. Например ако 500 грама вода има 30 градуса температура и към нея добавим още 100 грама вода с температура 50 градуса, то температурата ще премине от водата, имаща 50 градуса към водата, имаща 30 градуса. В случая масата на водата (даващата общата вътрешна енергия) е без значение.

12.3. Вътрешна енергия на идеален газ

Вътрешната енергия е сума от кинетичните енергии на всички молекули (*напомняме, че по определение, молекулите са в непрекъснато движение и тогава винаги имат кинетична енергия*) и за система, съставена от N еднакви молекули тя е:

$$U = N\left(\frac{m.\overline{v^2}}{2}\right) \tag{12.3}$$

Комбинирайки с *формула* (*11.13*) ($\left(m.\overline{v^2}/2\right) = 3k_BT/2$) получаваме:

$$U = N\frac{3}{2}(k_B.T) \tag{12.4}$$

Еквивалентен запис на полученото равенство с използване на броя молове газ, n, е:

$$U = \frac{3}{2}(n.R.T) \tag{12.5}$$

На базата на получената зависимост, можем да направим извод, че вътрешната енергия зависи само от количеството газ (моловете) и температурата. Забележете, че до този извод стигнахме, като изследвахме иделен газ, който бихме могли да дефинираме като едноатомен. Реално вътрешната енергия на многотомни газове и течности има доста по-сложен вид, поради наличието на енергията на химични връзки и потенциална енергия на привличане между молекулите.

12.4. Топлоемкост и топлина на фазов преход

С помощта на много опити е доказано, че **количеството топлина**, $\boldsymbol{Q}$, необходимо за изменение на температурата на системата зависи от нейната маса, m и от изменението на температурата, $\Delta T = T_{end} - T_0$:

$$Q = m.C.\Delta T \tag{12.6}$$

Коефициентът на пропорционалност $\boldsymbol{C}$ се нарича **специфичен топлинен капацитет**. Той има мерна единица [**J/(kg.K)**] или [**J/(mol.K)**]. Втората мерна единица се използва, ако количеството вещество е изразено в брой молове.

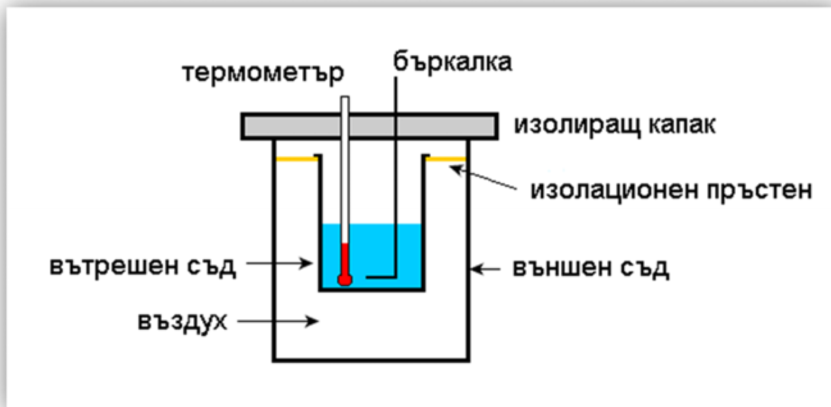
Специфичният топлинен капацитет отразява свойствата на субстанцията, която нагряваме или охлаждаме. Със сигурност сте забелязали, че ако на един и също котлон поставим спирт, а след това същото количество вода, температурата на спирта се повишава по-бързо. Тогава казваме, че спирта има по-малък топлинен капацитет от този на вода. Следователно топлинният капацитет може да си представим като способността на веществата да се противопоставят на желанието ни да повишим или понижим температурата.

Таблица 12.1. *Стойности на специфичния топлинен капцитет при построянно налягане за различни вещества (http://www.antonine-education.co.uk/Pages/Physics_5/Thermal_Physics/THE_01/Thermal_page_1.htm; http://gallerily.com/gallery/specific+heat+vs+temperature/13)*

материал	C_p [*J/(kg.K)*]	материал	*Cp* [*J/(kg.K)*]
Твърди вещества		**Течности**	
Алуминий	878	Етанол	2400
Мед	381	Вода	4200
Олово	126	Лед	2110
Желязо	450	**Газове**	
Диамант	509,1	Въглероден диоксид	836
Стъкло	840	Въздух	1012
Бетон	880	Кислород	809
Гранит	790	Водород	14150

Стойността на специфичния топлинен капацитет за едно и също вещество зависи от условията, при които става подаването или отнемането на топлина. Когато това става при изобарен процес (p=const) стойностите са по-високи (*виж следващата тема*), отколкото ако това се случва при изохорен процес (V=const). Съществуването на разлики налага въвеждането на допълнителен индекс към C, указващ когато топлопредаването е станало при определен изопроцес. **Топлинният капацитет при постоянно налягане** се бележи с C_V, а **топлинният капацитет при постоянен обем** с ***Cp*.** Стойностите на Cp за някои вещества са дадени в *Табл.12.1.*

Измерването на **топлоемкостта** (количеството топлина, необходимо за промяна на температурата на тялото) се извършва с **калориметър** (*Фиг. 12.2*)**.** Той се състои от два съда – външен и вътрешен, между които има въздух или изолационен материал. Това осигурява топлоизолация на системата от външната среда. Във вътрешния съд има вода с определена ниска температура, която се отчита с термометъра. След като изследваното тяло е нагрято го поставяме бързо в калориметъра. Разбъркваме с помощта на бъркалката, докато температурата спре да се променя (т.е. установило се е топлинно равновесие) и отчитаме крайната температура. С помощта на тази температура на системата вода-тяло може да се изчисли топлоемкостта. *При работа с течности изследваната субстанция се поставя директно в калориметъра и се загрява. Определянето на топлоемкостта става чрез сравняване на тази на водата при същите условия на експеримента.*



Фигура 12.2. *Устройство на калориметър*

Формула (*12.6*) се отнася за процесите на охлаждане или нагряване на телата, но само ако тяхното агрегатно състояние се запазва. От друга страна промяна във фазата на дадено вещество, като топенето на лед или изпаряването на водата, е винаги свързана с определено количество топлина. Тази топлина не може да се опише от споменатата формула, а се въвежда нова физична величина, наречена **топлина на фазов преход.** По дефиниция това е топлината за промяна във фазата на 1 килограм (или 1 мол) вещество. При преход между твърдо тяло и течност се използва буквата, λ, а при преход между течно и газообразно състояния – $\boldsymbol{q}$.

Фазовите преходи, осъществяващи се с поглъщане или отдаване на топлина се наричат **фазови преходи от първи род.** При отделяне на топлина процесът се нарича **екзотермичен** (*получаването на лед от вода*), а процесът при който се поглъща топлина се нарича **ендотермичен**. Забележете, че не всички фазови превръщания се нуждаят от топлина – това са **фазови преходи от втори род.**

При вещество с маса, m, общото необходимо за процеса на фазов преход количество топлина е:

$$Q = \lambda . m \tag{12.7}$$

λ е топлината, необходима за фазово превръщане на единица маса от веществото.

Наличието на топлина на преход, от гледна точка на молекулно-кинетичната теория се обуславя от няколко съображения. Нека разгледаме случай на изпарение на течности. За да може някоя молекула от течността да се изпари, тя трябва да се отдели от повърхността. За целта, както вече беше отбелязано в предишна тема, тя трябва да притежава енергия по-голяма от определена стойност, наречена **потенциална бариера** (E_A). Следователно за да се увеличи броят на молекулите (или всички да могат да се изпарят) течността трябва да поеме количество топлина отвън.

12.7. Пренос на топлина: топлопроводност, конвекция, излъчване

Механизмите за предавана на топлина от едно на друго тяло (или система) са три начина: чрез топлопроводност, конвекция и излъчване.

Нека си представим, че потапяме металната си лъжица в горещия чай. Отначало само потопената част на лъжицата ще се нагорещи, но след много кратко време цялата ще има по-висока температура. Този начин на пренасяне на топлина се нарича **топлопроводност**. Процесът на топлопроводност свързваме главно с твърдите тела. Техните молекули остават в равновесните си положения, така че нямаме пренос на вещество. Как тогава да обясним явлението? Съгласно молекулно-кинетичната теория, при повишаване на температурата на частиците расте и тяхната кинетична енергия. Тогава онези частици на тялото, които имат по-висока енергия започват да трептят около равновесните си положения с по-голяма амплитуда и по-бързо. Така броят на ударите със съседните молекули става по-голям. При удар между молекула с по-висока и такава с по-ниска енергия става пренос на енергия. Така след известно време топлината, чрез пренос на енергия достига до другия край на твърдото тяло.

Пренасянето на топлина става само ако съществува температурна разлика. Без такава разлика не може да има пренос на топлина от едно на друго място. Както дефинирахме в предната лекция, промяната на дадена величина в пространството наричаме градиент и следователно условието за пренос на топлина е съществуването на температурен градиент. Той предизвика **топлинен поток**, ***J***, в посока от по-високата към по-ниската температура. Той се изразява чрез топлината, ΔQ, преминала за единица време, Δt, през единица напречно сечение, S:

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta t.S} \tag{12.8}$$

Общото количество топлина за процеса зависи от сечението на преминаване, от големината на градиента на температурата и от свойствата на средата:

$$Q = -\chi.S.\mathrm{grad}_x T \tag{12.9}$$

χ се нарича **коефициент на топлопроводност** и зависи от свойствата на материала/средата. Веществата, имащи големи стойности на χ са добри проводници на топлина, а тези с малки χ са добри изолатори. Мерната му единица е [**W/(K.m)**]. Получената зависимост се нарича **закон на Фурие.**

Съществуват два вида топлопроводност – стационарна и нестационарна. **Стационарна** топлопроводност се наблюдава при постоянно подаване на еднакво количество топлина. **Нестационарна** топлопроводност, която се наблюдава при еднократно подаване на топлина в системата.

Фигура 12.3. *Загряване на вода в чайник по механизма на конвекцията.*

Сега да разгледаме случай, в който поставяме чайник с вода на електрически котлон (*Фиг.12.3*). В този случай преносът на топлина става по различен от горния механизъм. Процесът на топлопредаване вътре в течността се нарича **конвекция**. Движеща сила тук е различната плътност на веществото при различните температури. Първо се загрява водата, която е най-близо до нагревателната плоча. Този слой гореща водата има по-малка плътност от студената вода над него. Появява се подемна сила, която изтласква горещата вода нагоре. На нейно място идва по-студената с по-голяма плътност. Тя също се загрява и изтласква нагоре. При движението си нагоре обаче молекулите губят постепенно енергия си и след достигане до свободната повърхност те са вече изстинали. По тази причина те ще започват да се спускат отново надолу. Така се създават **конвекционни потоци**.

Най-съществената разлика с другите механизми на пренос е, че конвекционните потоци пренасят не само топлината, ни и молекулите на веществото. Всъщност това ни дава възможност лесно да ограничим топлопренасянето като просто спрем възможността молекулите да преминават. Така топлината на стаята пазим, като затворим вратата (изолираме топленото пространство) например. На този принцип работят всички изолационните материали. Те са направени от малки и много на брой шупли, запълнени с въздух. Ефективна конвекция не може да се осъществи и топлината се запазва там, където е била.

Различаваме 2 вида конвекция – естествена и принудена. **Естествената** конвекция е издигането на въздуха поради промяна в плътността на по-топлия. Големите океански течения се образуват поради наличието на естествена конвекция поради разликите в температурата на водата близо до различните континенти или острови. **Принудена** е например конвекцията на печка, която допълнително подпомага конвекционния поток на въздуха с вентилатор.

Процесите на топлорповодност и конвекция не са в състояние да опишат например начинът, по който топлината от Слънцето се предава към Земята. В този случай, предаването на топлина става чрез излъчването на електромагнитни вълни, които носят енергията. За предаването им на разстояние не е необходима среда, в която да се разпространяват т.е. дори и във вакуум излъчената топлина ще се разпространява. Експериментално е показано, че топлинният поток в този случай е пропорционаен на 4та степен на температурата (**закон на Стефан-Болцман**):

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = e.\sigma.S.T^4 \qquad (12.10)$$

e се нарича **излъчвателна способност**; тя е безразмерна величина и варира в граници от 0 до 1; σ е **константа на Стефан-Болцман** ($\sigma = 5{,}68032 \pm 0{,}00071 \times 10^{8}\ [W/(m^2.K^4)]$; S е площта на излъчващото тяло; T е температурата в [K]. Излъчвателната способност на телата зависи от техните свойства. Черните тела излъчват много силно и тяхната способност е ≈ 1. Огледалните повърхности не са добри излъчватели и имат е ≈ 0.

Всъщност телата не само излъчват, но и поглъщат енергия. Оказва се, че черните тела не само излъчват силно, но и поглъщат силно топлина. Ако си представим, че едно тяло с температура T_1 излъчва топлина:

$$Q_1 = e.\sigma.S.{T_1}^4 \tag{12.11}$$

и е поставено в околна среда, имаща температура T_2 (различна от T_1) свързана с топлина:

$$Q_2 = e.\sigma.S.{T_2}^4 \tag{12.12}$$

поради разликите в температурите системата ще се намира в неравновесно състояние. В резултат на това ще възникне топлинен поток, като:

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = e.\sigma.S.({T_1}^4 - {T_2}^4) \tag{12.13}$$

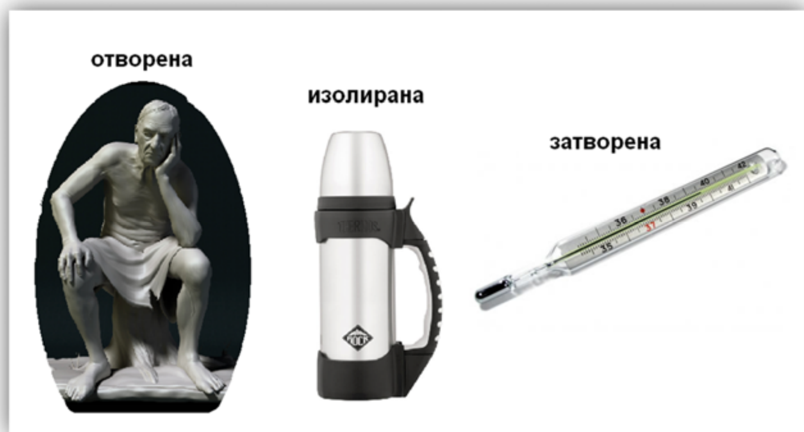
т.е. тялото ще излъчва, но и поглъща топлина до постигане на равновесие (двете температури ще се изравнят). Това пък показва, че при излъчване и поглъщане коефициентите пред температурите ще са еднакви. Това е възможно само ако *e* има еднаква стойност и при излъчване, и при поглъщане.

Бъдете внимателни при прилагане на горните формули! Например излъчването на Слънцето не бива да се пресмята по горната формула, тъй като то не излъчва с постоянна температура. Пресмятането може да стане с помощта на оценката, че за 1 секунда до 1 [m^2] площ от Земята достигат 1350 [J] енергия или ***1350*** *[**W/m²**]. Последното число се нарича* **слънчева константа**. *Преди да достигне до нас обаче, атмосферата може да погълне до 70% от тази енергия. В ясен ден реално до повърхността на Земята достигат около 1000 [W/ m^2]. Тогава Земята, при излъчвателна способност* ***e*** *и площ* ***S****, ще се погълне топлина: Q=1000.e.S.cos θ (**θ** е ъгълът, под който слънчевите лъчи падат да повърхността).*

13. Работа при изопроцеси. Първо начало на термодинамиката. Степени на свобода

В предишната тема се убедихме, че е възможно предаването на енергия от едно тяло на друго, когато температурите им са различни. По това си свойство, топлината много прилича на работата, макар втората да не е свързана с промяна на температурата. **Термодинамиката** се занимава с процеси, в които енергията се предава или с извършване на работа, или чрез предаване на топлина.

Нека припомним някои вече дадени дефиниции и да добавим към тях нови такива, които ще са ни полезни в предстоящите разглеждания. На първо място трябва да дефинираме термодинамичната система, която разглеждаме. Това беще система, състояща се от огромен брой частици или това е една **макросистема** (много по-голяма от размерите на съставляващите я частици), съставена от огромент брой микрочастици. Раглежданата система трябва да бъде отделена от **обкръжаващата я среда**. Това понятие включва всико, което не е нашата система. Термодинамичната система е разделена от оббкръжаващата среда с граница. **Границата** може да е реална (*например нашата кожа дели тялото ни от въздуха*), но може да и въображаема.



Фигура 13.1. *Разновидности на термодинамични системи.*

По отношение на взаимодействието си с обкръжаваща среда различаваме три основни вида термодинамични системи: отворена, затворена и изолирана. На *Фиг. 13.1* са показани примери за всеки един тип. **Отворена** е система, при която се осъществява пренос на енергия и маса между системата и обкръжението. Пример за това е човекът – той се храни, осъществява топлообмен с околната среда, отделя секрети екскременти в околната среда. **Затворена** е системата, в която има само пренос на енергия. Пример е термометърът. Благодарение на топлинната енергия обемът на работното вещество се променя т.е. то обменя енергия с околната среда. Работното вещество не изтича, а остава постоянно в стъклената тръбичка и резервоара и следователно не се наблюдава пренос на маса (вещество). Последния тип системи са **изолираните.** При тях отсъстват и преноса на маса, и преноса на енергия. Пример е термосът, в който горещото ни кафе ще запази и топлината си, и количеството си за дълго време.

По отношение на броя и вида на компонентите на термодинамичните системи различаваме едно и многокомпонентни системи. Пример за **еднокомпонентна система** е водата. Такава система се състои от един вид вещество, което е еднакво в целият обем на изследваната система. **Многокомпонентни** са системи, които са съставени от различни видове вещества, например кафе със захар и мляко. От друга страна, независимо от броя на компонентите системите биват хомогенни и хетерогенни. **Хомогенна** е системата, която е еднородна в обема си. Пример е кафето със захар и мляко. Когато съставките са добре разбъркани цялата система е еднородна в обема си. **Хетерогенна** е система, чийто части се различават. Водата може да бъде пример за хетерогенна система, ако си представим, че имаме смес от вода и кубчета лед. Системата е хетерогенна, защото в нея имаме 2 различни фази на водата – течност и твърдо тяло.

При довеждане на две термодинамични системи в топлинен контакт, при разлики в параметрите им, протичат топлинни процеси. Те продължават до изравняване на всички параметри т.е. до постигане на термодинамично равновесие. Параметри на термодинамичните системи са обема, налягането, температурата и масата. В някои случаи термодинамичните процеси могат да протичат при постоянен един или повече параметри. В този случай процесите се наричат изопроцеси: изотермичен ($T = const$), изобарен ($p = const$), изохорен ($V = const$) и **адиабатен** (изоентропиен, при който величината ентропия се запазва постоянна $S = const$).

Параметрите на термодинамичната система могат да характеризират нейното състояния. Те обаче не са в състояние да опишат процесите, чрез които системата е достигната равновесие. Това може да се направи с помощта на други величини. Например работата и топлината.

13.1. Работа при изопроцеси

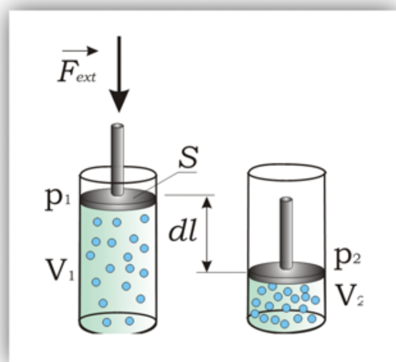
Тук е мястото да изясним каква е точно връзката работа-енергия-топлина. За пример ще използваме работата при разширяване или свиване на газ. Нека си представим, че имаме определено количество газ, затворен в съд с бутало (*Фиг.13.2*). От механиката знаем, че по дефиниция работата, A, е равна на силата, F, по преместването, dl ($A = \int F.dl$). Ако бутнем надолу буталото (с площ S) със сила, F_{ext}, явяваща се външна за термодинамичната система, то ще упражни на налягане върху газа:

$$p_{ext} = \frac{F_{ext}}{S} \tag{13.1}$$

В резултат ще бъде извършената работа по преместване на буталото надолу на разстояние dl:

$$A = \int F_{ext}.dl = \int \frac{F_{ext}}{S}.dl.S = \int p_{ext}.dV \tag{13.2}$$

Забележете, че произведението на налягане и обем също има размерност на енергия!



Фигура 13.2 *Цилиндър с бутало, запълнен с газ. Прилагането на външна сила, F_{ext}, довежда до промяна на състоянието на системата от състояние с налягане p_1 и обем V_1 до състояние с налягане p_2 и обем V_2.*

При този процес системата от състояние (1) с параметри налягане p_1 и обем V_1 достигна състояние *(2)* с параметри налягане p_2 и обем V_2 съответно. Начините, по които обаче може да стане този преход са безкрайно много. Например можем да изполваме изотермичен процес (*Фиг.13.3a*) или последователност изобарен → изохорен процес (*Фиг.13.3b*), а бихме могли и да използваме последователно от изохорен → изобарен (*Фиг.13.3c*).
Нека изчислим работата за всяки даден по-горе пример (*Фиг.13.3*). Ще използваме общата *формула* (*13.2*). При изотермичен процес (*Фиг.13.3a*) се налага първо да изразим налягането с помощта на закона за идеалния газ ($p = nRT/V$) и след това да заместим в общия израз:

$$A = \int p.dV = \int \frac{nRT}{V}.dV \tag{13.3}$$

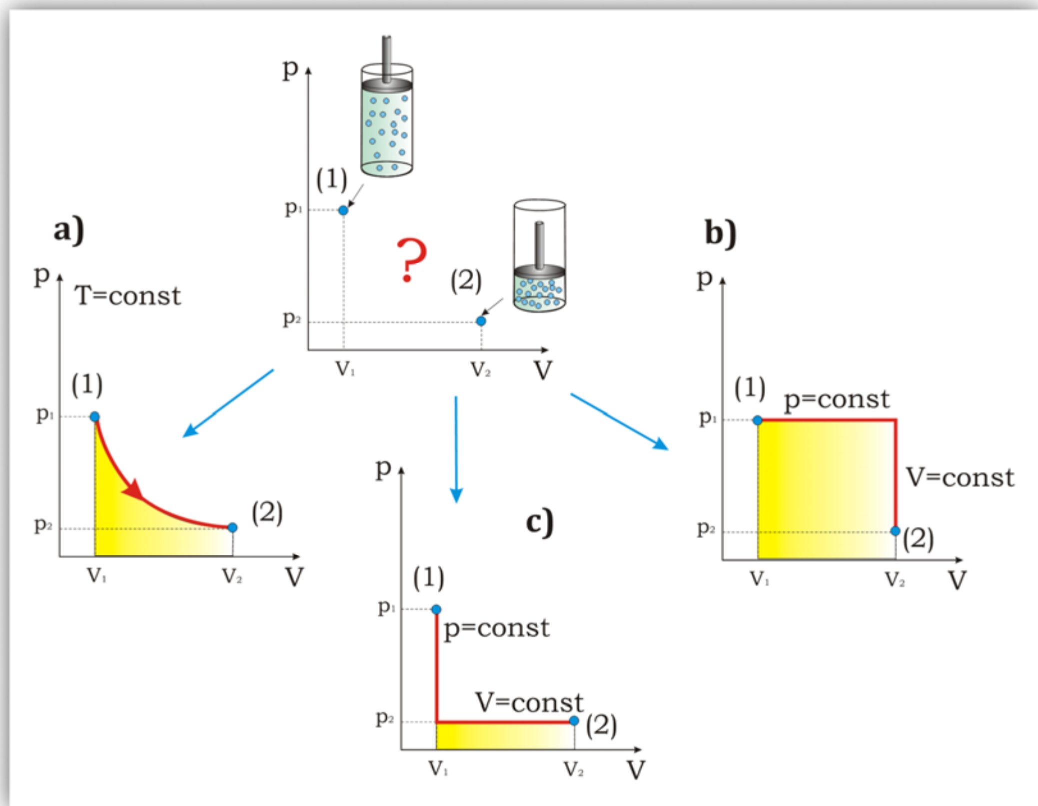
За окончателното решаване на интеграла е редно да направим някои разсъждения: ще използваме конвенцията, че при работа извършвана върху системата, тя ще има положителен знак (тогава във формулата трябва да добавим знак „-“); пред интеграл можем да изнесем всички величини, които не зависят от обема; когато дадена величина се изменя в определени граници интегралът се нарича определен и двете крайни стойности се записват като индекси на символа за интеграл. С вземане предвид всичко казана изразът за работата добива вида:

$$A = -nRT\int_{V_1}^{V_2}\frac{1}{V}dV = -nRT\ln V\Big|_{V_1}^{V_2} = -nRT(\ln V_2 - \ln V_1) \tag{13.4}$$

За опростяване на израза използваме правилото $\ln x - \ln y = \ln(x/y)$:

$$A = nRT.\ln\frac{V_1}{V_2} \tag{13.5}$$

Намирането на работа може да стане и графически. Това е площта под изотермата (запълненото пространство между V_1 и V_2).



Фигура 13.3. *Преминаване от състояние (1) до състояние (2) по различни пътища.*

Нека сега разгледаме примерът от *Фиг.13.3.b*. В него са необходими два изопроцеса за достигане в крайното състояние. Пръв е изобраният процес. Работата при него е:

$$A' = -\int_{V_1}^{V_2} p_1 dV = -p_1.V\Big|_{V_1}^{V_2} = p_1(V_1 - V_2) \qquad (13.7)$$

Следва изохорен процес, но при него горната и долната граници съвпадат (V_1=V_2) и такъв интеграл е равен на 0:

$$A'' = -\int_{V_1}^{V_1} p.dV = 0 \qquad (13.8)$$

Общата работа е сума от двете и тогава (*добавяме индекс, който да ми подскаже пътя*):

$$A^{p,V} = A' + A'' = p_1(V_1 - V_2) \qquad (13.9)$$

По аналог можем да получим и работата при случая, показан на *Фиг.13.3.c*:

$$A^{V,p} = A' + A'' = p_2(V_1 - V_2) \qquad (13.10)$$

Графически работата за двата последни случая е равна на площта заключена под правите. От фигурата става ясно, че извършената в двата случая работа е **различна**!

Цикличен процес е процес, при който началното и крайното термодинамично състояния на системата съвпадат. Нека се опитаме да реализираме такъв процес, като за преминаване от състояние (1) до състояние (2) използваме пътя показан на *Фиг.13.3.b*, а след това от състояние (2) се върнем в състояние (1) по пътя от *Фиг.13.3.c*. Извършената работа ще изразим чрез интеграл по затворен контур и тя ще е сумата от тази при двата процеса:

$$A = \oint dA = A^{p,V} - A^{V,p} \tag{13.11}$$

Знакът минус записахме, за да покажем, че извървяваме траектория в обратен ред. Окончателно извършената за цикъла работа е:

$$A = \oint dA = (p_1 - p_2)(V_1 - V_2) \tag{13.12}$$

Полученият резултат има фундаментален характер, защото показва, че **работата по затворен контур е различна от 0**. Благодарение на това са станало възможно разработването на голям клас от съвременната ни техника - автомобилите, парните машини, климатиците.

Друг извод, който се налага от направените разсъждения е, че извършената работа зависи от пътя, по който се променя системата. Зависимост от пътя се наблюдава и при топлината – т.е. има значение дали количеството топлина на дадена система се променя чрез нагряване или чрез предизвикване на химична реакция вътре в системата.

13.2. Първи принцип на термодинамиката

Чувствителността на работата и топлината от пътя ги прави подходящите физични величини за описване на начина, по който се променя системата. За разлика от тях параметрите на системата описват само състоянието ú.

В предишната тема говорихме за вътрешната енергия на системата, като тази която характеризира цялата налична в системата енергия за дадено нейно състояние. Доколкото това състояния се описва от параметрите на системата (*n, p, V, T*) вътрешната енергия трябва да зависи и да се определя именно от тях. Във физиката казваме, че вътрешната енергия е функция на параметрите:

$$U = U(n, p, V, T) \tag{13.13}$$

Следвайки връзките между всички величини следва да заключим, че всяко термодинамично състояние се характеризира с определена стойност на вътрешната енергия. Тогава промяната на вътрешната енергия на системата може да се осъществи или чрез извършване на работа (*от или върху системата*) или чрез промяна на топлината ú (*чрез нагряване или охлаждане*). Това твърдение се нарича **първи принцип на термодинамиката**, като се записва по следния начин:

$$dU = \delta A + \delta Q \tag{13.14}$$

Символът δ е използван за да означим зависимостта на величините от пътя. В настоящите разглеждания ще се придържаме към следната конвенция:

- A > 0, когато околната среда извършва работа върху ТД системата;
- A < 0, когато газът върши работа върху околната среда;
- Q > 0, когато системата получава топлина;
- Q < 0, когато системата отдава топлина.

От математична гледна точка, ако имаме сложна функция, както дефинирахме вътрешната енергия, нейната пълна производна ще е сума от производните по всяка една от величините, от която зависи. Например ако приемем, че за вътрешната енергия, която зависи от температурата и обема ще имаме $U = U(V,T)$, то:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T=const}.dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V=const}.dT \tag{13.15}$$

което на практика означава, че пълната промяна на вътрешната енергия може да се разгледа като сума от тази при изотермичен процес и при изохорен процес.

Джаул установил, че вътрешната енергия на идеален газ зависи само от температурата, но не и от предоставения му обем.

13.3. Топлоемкост на газове

При нагряване на телата, доставената топлина е пропорционална на покачването на температурата. Тази пропорционалност въведохме с *формула* (*12.6*) ($\Delta Q = m.C.\Delta T$).

$$\delta Q = \mathrm{C}.\Delta\mathrm{T} \tag{13.16}$$

В тема 12 споменахме, коефициентът на пропорционалност се нарича топлинен капацитет и че неговата стойност (т.е. свойствата на материала) зависи от параметрите на процеса. При изобарен процес отбелязахме капацитета с $\mathbf{C_p}$, а при изохорен процес с $\mathbf{C_V}$ като $C_p \neq C_V$. Всъщност разликите от теродинамична гледна точка се дължат точно за зависимостта от пътя на величините работа и топлина и тук ще докажем тази теза.

За да получим количеството топлина за един мол газ трябва да интегрираме израза, като отчетем и пътя (това е показано с индекс „x“):

$$Q = \int C_x dT \tag{13.17}$$

Например при изохорен процес:

$$\delta Q = C_V . \Delta T \tag{13.18}$$

Топлинният капацитет е:

$$C_V = \frac{\delta Q}{\Delta T} \tag{13.19}$$

От първия принцип на термодинамиката и при отчитане на факта, че работата при изохорен процес е 0 следва:

$$dU = \delta \mathrm{A} + \delta Q = 0 + \delta Q = \delta Q \tag{13.20}$$

Следователно топлинният капацитет представлява пълното изменение на вътрешната енергия за даден температурен интервал:

$$C_V = \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{dU}{\Delta T} \tag{13.21}$$

При изобарен процес:

$$C_p = \frac{\delta Q}{\Delta T} \tag{13.22}$$

Вътрешната енергия може да се изрази като:

$$dU = \delta \mathrm{A} + \delta Q = -p . dV + \delta Q \tag{13.23}$$

Откъдето:

$$\delta Q = dU + p . dV \tag{13.24}$$

Заместваме във *формула* (*13.22*) полученият израз:

$$C_p = \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{dU + p.dV}{\Delta T} = \frac{dU}{\Delta T} + \frac{p.dV}{\Delta T} \tag{13.24}$$

Ако диференцираме двете страни на закона за идеалния газ за един мол газ получаваме:

$$d(p.V) = d(R.T) \tag{13.25}$$

$$dp.V + p.dV = R.dT \tag{13.26}$$

При фиксиран брой молове газ и изобарен процес последното равенство се преобразува до:

$$\frac{dV}{dT} = \frac{R}{p} \tag{13.27}$$

Тогава с помощта на *формули* (*13.21*) и (*13.27*) топлинният капацитет добива вида:

$$C_p = \frac{dU}{\Delta T} + \frac{p.dV}{\Delta T} = C_V + R \tag{13.28}$$

което показва, че наистина топлинният капацитет при постоянно налягане е по-голям от този при постоянен обем т.е. $C_p > C_V$.

13.4. Адиабатен процес. Закон на Поасон

В началото на тази тема дефинирахме адиабатния процес също като изопроцес. За целите на настоящите разглеждания обаче е напълно достатъчно да кажем, че при този процес няма пренос на топлина (т.е. $\delta Q = 0$) (*спомнете си термоса*). За този процес следва да е валидно общото правило, дори и при положение, че топлината е 0:

$$\delta Q(=0) = C_S.\Delta T \tag{13.29}$$

За да бъде удовлетворено това равенство трябва $C_S = 0$. Нека проследим изменението на вътрешната енергия за такъв процес:

$$dU = \delta Q + \delta A = \delta A \tag{13.30}$$

Отново можем да използваме полученото от *формула* (*13.26*) $dp.V + p.dV = R.dT$ като този път го преобразуваме по отношение на dT:

$$dT = \frac{dp.V + p.dV}{R} \tag{13.31}$$

От *формула* (*13.28*) изразяваме универсалната газова константа ($R = C_p - C_V$):

$$dT = \frac{dp.V + p.dV}{C_p - C_V} \qquad (13.31)$$

Преобразуването на формула (13.30) дава:

$$0 = dU - \delta A = dU + p.dV = C_V.dT + p.dV \tag{13.32}$$

В този израз можем да заместим dT с неговото равно от *формула* (*13.31*):

$$0 = C_V.\frac{dp.V + p.dV}{C_p - C_V} + p.dV \tag{13.33}$$

Последователното преобразуване на израза чрез умножаване със знаменателя и съкращаване на еднаквите събираеми, след което разделяме на C_V получаваме:

$$V.dp + \frac{C_p}{C_V}.p.dV = 0 \tag{13.34}$$

Полагаме $\gamma = C_p/C_V$ и получаваме диференциално уравнение с делени променливи:

$$\frac{1}{p}dp = -\frac{\gamma}{V}.dV = 0 \tag{13.35}$$

Интегрирането на двете страни на уравнението и намиране на стойностите на интегралите от двете стани на уравнението води до крайния израз:

$$p.V^{\gamma} = const$$

което представлява **закона за адиабатния процес**.

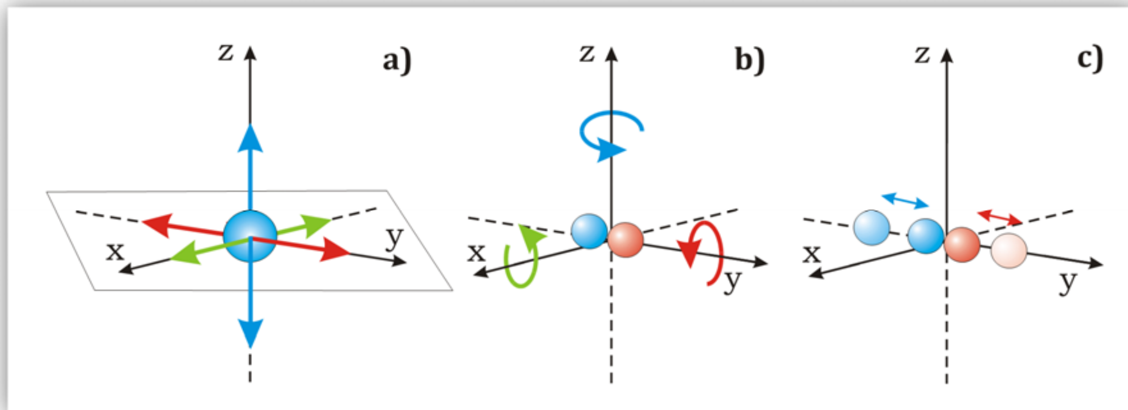
13.5. Степени на свобода. Закон за равномерното разпределение на енергията по степените на свобода

За да опишем постъпателното движение на една материална точка в механиката ни бяха нужни трите ú координати. Сложното въртеливо движение можехме да опишем като постъпателно движение на центъра на масите и към него да добавим още елементи, описващи въртеливото движение на точките спрямо центъра на масите. Ако обобщим, то при постъпателно движение 3 независими координати описват напълно движението. При въртеливо движение за пълно описание на движението са ни нужни повече от 3 независими величини. За изводите, направени от гледна точка на молекулно-кинетичната теория също трябваше да намерим определен брой параметри, достатъчни да опишат надеждно системата.

Следователно и тук първата ни задача ще е да определим броя независими параметри, чрез които можем да опишем термодинамичната система. Тогава са нейните **степени на свобода**. Например в основното уравнение на молекулно-кинетичната теория (*за връзката между температурата и средната кинетична енергия на частиците*) видяхме, че кинетичната енергия на частицата е свързана с нейната средна скорост. Знаем, че пък скоростта се описва чрез координатите на радиус-вектора. Видяхме също, също че коефициент 3/2 пред ($k_B T$) получихме, заради 3-те компоненти на скоростта – по x, y и z. Тогава можем да разгледаме всяко направление, като независима ***степен на свобода*** всяка със средна кинетична енергия:

$$\overline{\varepsilon_{к}} = \frac{1}{2}k_B.T \tag{13.36}$$

Ако имаме система от N на брой, постъпателно движещи се независимо една от друга частици, термодинамичната система притежава *3N* степени на свобода (*N идва от броя частици, а 3 заради движението по x, y и z, общо 3 направления*).



Фигура 13.4. a) *Постъпателно движение на частица по трите координатни оси;* **b)** *въртеливо движение на молекула около трите координатни оси;* **c)** *трептене на молекулата около равновесното си положение.*

Ако молекулите са симетрични, то те могат (*подобна на центъра на тежестта*) да осъществяват само постъпателни движение (*Фиг.13.4a*). Общият брой степени на свобода на такава молекула е $\boldsymbol{i} = \mathbf{3}$. При несиметрични молекули (*представете си, че имаме 2 атома в молекулата*) може да се осъществява въртене спрямо всяка от осите (*Фиг.13.4b*), което отговаря на 3 нови степени на свобода за всяка молекула. За такива молекули обаче, поради твърдата връзка между атомите броят независими величини, достатъчни да опишат системата е $\boldsymbol{i} = (\mathbf{3} - \mathbf{1}) + \mathbf{3} = \mathbf{5}$, като постъпателни степени на свобода намалява с 1. В допълнение знаем, че молекули на твърдите тела например трептят непрекъснато около равновесното си положение (*Фиг.13.4c*). Разрешено е атомите в молекулата да трептят във фаза или в противофаза, както и напълно независимо една от друга. Следователно трептеливото движение трябва да добавим още една степен на свобода.

Според молекулно-кинетичната теория движението на частиците е напълно хаотично. Това означава, че не съществува направление, в което се движат повече частици, нито пък има направление, в което не се движат частици. Същото се отнася и за въртеливото движение, както и за всяко друго. Тогава е резонно да се предположи, че всяка степен на свобода, ще изисква еднакво количество енергия т.е. за постъпателно по x, y или z и въртеливо спрямо по x, y или z (за една степен на свобода) имаме енергия: $\overline{\varepsilon_{\text{к}}} = \frac{1}{2} k_B.T$.

Трептеливото движение е малко по-особен случай на пръв поглед. Ако си спомняте от механиката системата притежава два вида енергия – кинетичната и потенциалната, като сумата от двете даваше общата енергия на системата. По подобие на това, енергия на трептеливото движение има 2 компоненти, като всяка има енергия $\overline{\varepsilon_{\text{к}}} = \frac{1}{2} k_B.T$. Сумарната енергия на степента на свобода за трептеливо движение ще е отново сумата от двете т.е. $\overline{\varepsilon_{\text{к}}} = 2\left(\frac{1}{2} k_B.T\right) = k_B.T$.

Знаейки броя степени на свобода, i, можем да изчислим общата вътрешна енергия:

$$U = i\left(\frac{1}{2}k_B.T\right) \tag{13.37}$$

Моларните топлинни капацитети също могат да бъдат получени по този начин, като:

$$C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2}R \qquad \text{и} \qquad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2}R \tag{13.38}$$

и за адиабатен процес:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} \tag{13.39}$$

14. Втори принцип на термодинамиката. Топлинни двигатели и ефективност – цикъл на Карно. Ентропия. Теореми на Нернст.

14.1. Втори принцип на термодинамиката

Разгледаните от нас принципи ни дават възможност да сравняваме системи в контакт и да намерим енергийният им баланс. От тяхна гледна точка всички процеси трябва да са еднакво възможни за осъществяване. Например дали ще топим леда или замразяваме водата се нуждаем от една и съща енергия.

В природата обаче се наблюдават много процеси, които протичат само в една посока. Следователно нито нулевият, нито първият принцип дават отговор на въпроса защо някоя посока на процеса е възможна, а друга не!

Примери за такива процеси има безброй. Например падащата стъклена или порцеланова чаша се чупи, но процесът счупените части на чашата да се съберат отново не се наблюдава. Или да вземем няколко купчинки с подправки и от тях да приготвим къри е възможно, но да разделим различните смески на отделни купчинки отново е невъзможно.

Тогава термодинамиката се нуждае от допълнителен принцип, които да обясни правилото за възникване на такива ситуации. Вторият принцип на термодинамиката и въвеждането на още една термодинамична величина, наречена ентропия, дават отговор именно на това кой процес ще се осъществи при конкретните условия. Най-общо казано **вторият принцип на термодинамиката**, както е бил формулиран от Клаузиус (*Rudolf Clausius,* 1822-1888, *Германия*) твърди, че топлината не може самопроизволно да премине от по-слабо нагрято към по-силно нагрято тяло. Това означава, че в естествени условия топлина се предава винаги от по-топлото към по-студеното тяло. Обратният процес се наблюдава само ако имаме външна намеса в системата, например когато извършваме работа върху нея.

Този принцип има още няколко формулировки. Те всички са резултат от бурното развитие на техника след 1712 година. Тази годиан е белязана от конструирането на първия бутално-опериращ парен двигател, чиято ефективност драстично се подобрява през следващите 50 години. Въпреки тези начални успехите стройна теория за това как точно работи такъв двигател не била дадена. Едва когато френският учен Карно (*Nicolas Léonard Sadi Carnot, 1796-1832, Франция*) запова работа в същата тази модерна област на конструирането на парни машини такова обяснение се появява. Карно искал да намери отговор главно на два въпроса:

1) Зависима ли е отделената топлина от извършената работа?
2) Може ли да се подобри ефективността на тези двигатели при замяна на парата с друго работно вещество – газ или течност?

През 1824 година, Карно (*едва 28 годишен*), публикувал наблюденията си в статия със заглавие „Размишления върху движещата сила на огъня и за машините, които са способни да я развиват“. Изводите в тази работа надхвърлят далеч само отговорите на поставените въпроси. В този труд е описан идеализиран двигател, наречен по-късно **двигател на Карно,** където за първи път е дадено научно обяснение за принципа на действие на топлинните машини. Това допринесло за осмислянето на съществуването на посоката на процесите. За своя принос Карно се счита за баща на термодинамиката.

За да разберем как точно разсъждавал Карно, е нужно да въведем някои дефиниции и обяснения. Те са дадени по-долу.

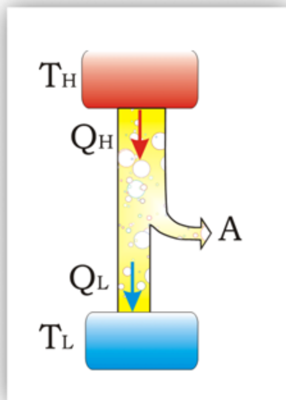
Процесите биват обратими и необратими. **Обратимите** са тези, които можем да извършим, както в права, така и в обратна посока (*например вървим първо от Пловдив до София и след това се връщаме по същия път до Пловдив*), онези които се случват само в една посока се наричат **необратими** (*счупване на чаша*).

Строго погледнато истински обратими процеси в природата няма. Все пак нека си представим, че разширяваме изотермично и бавно идеален газ, като буталото се движи без триене. Правим съвсем малко преместване на буталото, което извежда газа много слабо от равновесие. Преди да направим следващо преместване даваме възможност на газа да възвърне истинското си равновесно състояние (времето, необходимо затова се нарича **време на релаксация**). Ако придвижваме буталото през времеви интервали по-големи от това време на релаксация ще можем да твърдим, че газът при всяка стъпка е бил в равновесно положение т.е. процесът е обратим. Следствие от обратимостта на един процес е че и работата, и топлината, свързани с всяка стъпка на процеса трябва да имат едни и същи стойности независимо от посоката на процеса.

Парна (топлинна) машина наричаме всяко устройство, което извършва работа за сметка на прието количество топлина. Всяка парна машина разчита на извършване на поредица от обратими процеси, като в крайна сметка газът се връща в началното си състояние. Такъв процес, при който началното и крайното състояние на работното вещество са еднакви се нарича **цикличен (кръгов).** Многократното повтаряне на циклите кара двигателят да „работи".

Съществуват два типа циклични процеси – прав и обратен. При **правия цикъл** приетата топлина отива за извършване на полезна работа (двигател), докато при **обратния цикъл** се извършва работа по трансфер на топлина от по-топлото към по-студено тяло (хладилник).

Лесно е да се получи топлина с помощта на извършване на механична работа. Например, като потрием ръце една в друга. Много по-трудно е обаче за сметка на топлината да получим механична енергия, затова първата парна машина е била изобретена едва през 1700 година. Основната идея за изработването ú била, че топлинната енергия може да се превърне в полезна работа ако на топлината на двигателя се даде възможност да премине от място с по-висока към място с по-ниска температура (*Фиг.14.1*). Нека дефинираме високата температура като T_H, а ниската - T_L. Двете температури се наричат **работни температури**. Постоянството на двете температури е гарантирано с помощта на **термостати** (*устройства, които запазват температурата си постоянна, дори и когато са в контакт с други тела*). Веществото, което се нагрява и охлажда се нарича **работно вещество**.



Фиг.14.1. *Принципна схема на работа на парна машина.*

Извършването на работа се базира на цикъл, при който системата периодично се връща в начално положение. Примери са парният двигател и двигателите с вътрешно горене.

Всяка парна машина (*и двигател*) се характеризира със своята ефективност, респективно **коефициент на полезно действие,** η. Той показва каква част от подадената топлина се е превърнала в полезна работа. В случай на топлинен двигател, началната сумарна енергия, получена от работното вещество, е Q_H (от високата температура), а полезната работа извършена от машината е A. Допълнително системата (работното вещество) отдава топлина при ниската температура - Q_L**.** Тогава, η ще бъде отношението:

$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \qquad (14.1)$$

От формулата следва, че максимален коефициент на полезно действие се постигна при възможно най-ниско Q_L. (*Практическият опит обаче показва, че в реалните двигатели не може да се постигне много голяма ефективност*).

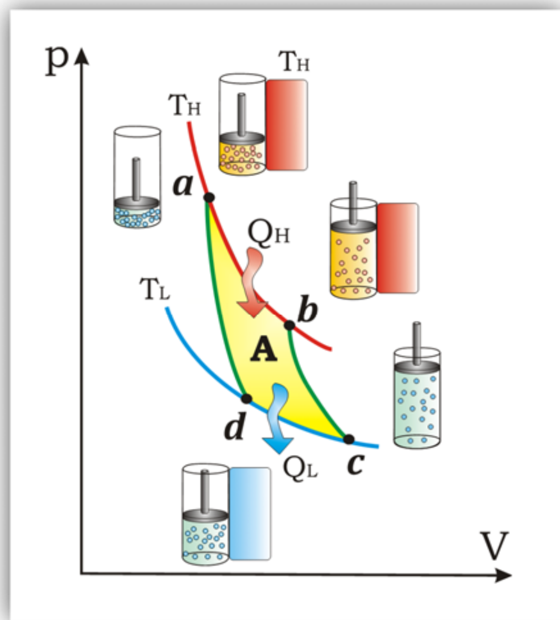
Хладилниците работят на същия принцип, но цикълът на машината е обърнат. Така те могат да взимат топлина от мястото с по-ниска температура и да отдават на това с по-висока температура. Този процес не е естествен. За осъществяването му работното вещество променя агрегатното си състояние. Оказва се, че и направата на идеален хладилник е невъзможна т.е. и тук не може да се постигне 100 процентова ефективност.

Базирайки се на малката ефективност можем да изкажем друга формулировка на **втория принцип на термодинамиката**: Не е възможен периодичен процес, при който образуваната при източника топлина да се преобразува изцяло в извършена работа при постоянна температура.

14.2. Идеален двигател на Карно

Идеалният двигател на Карно представлява именно циклична парна машина, при която работното вещество периодично (в края на всеки цикъл) се връща в изходното си състояние. Термодинамичният цикъл на двигателя (pV-диаграма) е представен на *Фиг. 14.2.* Цикълът се състои от:

1) **Изотермично разширение на газа (a-b)**. При разширяване на газа става самопроизволно понижаване на температурата, тъй като $V \propto T$. За да направим процеса изотермичен по време на тази стъпка газът е в контакт с термостат. Благодарение на топлообмен между работното вещество и термостата



Фигура 14.2 *Цикъл на Карно.*

температурата се запазва постоянна и равна на T_H. При този процес газът получава определено количество топлина Q_H;

2) **Адиабатно разширение (b-c)**. При тази стъпка няма топлообмен ($\delta Q = 0$). Обемът се увеличава, а налягането спада. Като резултат и температурата на газа спада до T_L;

3) **Изотермично свиване на газа (c-d)**. Процесът е изотермичен и обратим по кривата T_L. При намаляване на обема и повишаване на налягането температурата самопроизволно се увеличава ($V \propto T$). За да гарантираме, че процесът е изотермичен поставяме газа в контакт с друг термостат. При топлообмен между работното вещество и този термостат, температурата на газа се запазва постоянна и равна на T_L. Газът отдава количеството топлина Q_L в тази стъпка на цикъла;

4) **Адиабатно свиване (d-a).** При тази стъпка няма обмен на топлина. При увеличаването на налягането и намаляването на обема температурата самопроизволно се повишава/

Общо цикълът на Карно се състои от две изотерми и две адиабати. Извършената в такъв цикъл работа е равна на площта на затворената между кривите на процесите фигура (A). Двигателят на Карно има определен коефициент на полезно действие, които ще се опитаме да изчислим по стъпки:

1) Изотермично разширение на работното вещество

Щом процесът е изотермичен, то няма промяна във вътрешната му енергия ($\Delta U = 0$). Тогава придаденото в системата количество топлина δQ ще е точно равно на извършената работа δA:

$$\delta Q_H = \delta A_{ab} = -\int_{V_a}^{Vb} p.dV = -\int_{V_a}^{Vb} \frac{nRT_H}{V}.dV = -nRT_H.\ln\frac{V_b}{V_a} \qquad (14.2)$$

Топлината е положителна, защото ln от число по-малко от 1 е отрицателен.

2) Адиабатно разширение на работното вещество

Тук използваме зависимостите за адиабатен процес:

$$p_b.V_b^{\gamma} = p_c.V_c^{\gamma} \qquad T_b.V_b^{\gamma-1} = T_c.V_c^{\gamma-1} \qquad (14.3)$$

и получаваме следната пропорционалност:

$$\frac{T_H}{T_L} = \left(\frac{V_c}{V_b}\right)^{\gamma-1} \tag{14.4}$$

3) Изотермично свиване на работното вещество

Щом процесът е изотермичен, то няма промяна във вътрешната му енергия ($\Delta U = 0$). Тогава изведената от системата количество топлина δQ ще е точно равно на извършената работа δA:

$$\delta Q_L = \delta A_{cd} = -\int_{V_c}^{Vd} p.dV = -\int_{V_C}^{VC} \frac{nRT_L}{V}.dV = -nRT_L.\ln\frac{V_d}{V_C} \tag{14.5}$$

Топлината е отрицателна, защото ln от число по-малко от 1 е отрицателен.

4) Адиабатно свиване

Отново подобно на стъпка 2 получаваме:

$$p_d.V_d{}^{\gamma} = p_a.V_a{}^{\gamma} \qquad T_d.V_d{}^{\gamma-1} = T_a.V_a{}^{\gamma-1} \tag{14.6}$$

като извличаме следната пропорционалност:

$$\frac{T_H}{T_L} = \left(\frac{V_d}{V_a}\right)^{\gamma-1} \tag{14.7}$$

По дефиниция коефициентът на полезно действие е $\eta = 1 - (Q_L/Q_H)$ и в случая на двигателя на Карно имаме:

$$\eta = 1 + \frac{nRT_L.\ln\frac{V_d}{V_c}}{nRT_H.\ln\frac{V_b}{V_a}} \tag{14.8}$$

С помощта на *формули* (*14.4*) и (*14.7*) намираме следната пропорционалност:

$$\frac{V_d}{V_c} = \frac{V_a}{V_b} \tag{14.9}$$

Благодарение на която ще преобразуваме израза за коефициента на полезно действие. Използваме също и съотношението $\ln(x/y) = -\ln(y/x)$:

$$\eta = 1 - \frac{nRT_L.\ln\frac{V_d}{V_c}}{nRT_H.\ln\frac{V_d}{c}} \tag{14.10}$$

Окончателният вид на коефициента на полезно действие е:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \tag{14.11}$$

На базата на този резултат Карно формулирал следната **теорема**: Всички двигатели, работещи между термостати с еднакви температури, имат един и същ коефициент на полезно действие. Нито един обратим двигател, работещ между същите термостати, не може да има по-висок коефициент на полезно действие.

14.3. Ентропия. Закон за нарастване на ентропията в затворени системи

Разгледахме топлинния двигател, при който бе показана нееднозначността на правия и обратния процеси. За да дефинираме обаче принципа за нееднозначност в по-общ вид е необходимо да ще използваме величината **ентропия, *S***. Тя е свързана в термодинамичната температура, *T* и с топлината, *Q,* по следния начин:

$$dS = \frac{dQ}{T} \tag{14.12}$$

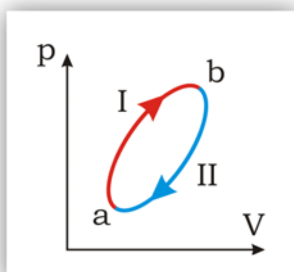
Ентропията е функция на състоянието на дадена система т.е. всяко термодинамично състояние има точно определена стойност на *S*. Тази стойност не зависи от пътя, по който системата е достигната до него. С тези си свойства ентропията е подходяща величина, описваща заедно с налягането, обема, количеството вещество, температурата и вътрешната енергия състоянието на системата.

За обратим кръгов процес (*Фиг. 14.3*) е установено, че ентропията е 0:

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{T} = 0 \tag{14.3}$$

Ако разделим общата траектория на цикъла на две части: а-б (траектория I) и b-a (траектория II) от горното равенство получаваме:

$$\oint dS = \oint_a^b \frac{dQ}{T} + \oint_b^a \frac{dQ}{T} = 0 \tag{14.4}$$



Фигура 14.3. *Обратим цикъл.*

Сега нека си припомним, че според използваната от нас конвенция знакът на *Q* е положителен ако системата приема топлина и отрицателен при отдаване на топлина. По траектория I (a-b) налягането и обемът се увеличават следователно системата приема топлина (+*dQ*). По траектория II системата намалява обема и налягането си, следователно тя отдава топлина (-*dQ*). Заместваме топлините с техните знаци получаваме:

$$\oint dS = \oint_a^b \frac{dQ}{T} - \oint_b^a \frac{dQ}{T} = 0 \tag{14.5}$$

Следователно:

$$\oint_a^b \frac{dQ}{T} = \oint_b^a \frac{dQ}{T} \tag{14.6}$$

т.е. величината ентропия при обратим процес не зависи от траектория (*има една и съща стойност за всички траектории*). Като следствие ентропията при преход от състояние a в състояние b посредством обратим процес е равна на:

$$\Delta S = S_b - S_a = \int_a^b dS = \int_a^b \frac{dQ}{T} \tag{14.7}$$

В изолирана система имаме топлина преминаваща от място с по-висока температура, T_H, към място с по-ниска температура, T_L. Разглеждаме процесите в дадена точка от работното вещество (*M*), която ще има междинна температура, T_M. От мястото на T_H работното вещество ще приеме топлина, при което околната среда ще изгуби същото количество топлина ($-Q_H$). Работното вещество М след това ще отдаде топлина на мястото с ниска температура, която ще бъде придадена на околното пространство ($+Q_L$). Приетото количество топлина ще е равно точно на отдаденото, защото системата е изолирана и в нея не се върши работа ($Q_H = Q_L = Q$). Промяната на ентропията за околността на М, следвайки нейната дефиниция ще е:

$$\Delta S = \Delta S_{TM} + \Delta S_{ML} = \frac{dQ}{T_H} - \frac{dQ}{T_L} = \mathrm{dQ}\left(\frac{1}{T_H} - \frac{1}{T_L}\right) \tag{14.8}$$

По условие $T_H > T_L$. Следователно $\Delta S > 0$. Това означава, че **при реално наблюдаваните процеси ентропията се увеличава**.

Макар въвеждането на ентропията да изглежда доста абстрактно и неразбираемо, то тази физична величина има много ясен и простичък физически смисъл. Тя показва, че всички системи се стремят да преминат от порядък (малка ентропия) към безпорядък (голяма ентропия). Всички знаем колко усилия ни коства да си приберем стаята, докато след това сме способни за минути или няколко часа да сътворим невъобразим хаос отново. При това всичко става някак неусетно. Следователно безпорядъкът някак съвсем естествено нараства.

Случаят с приготвянето на смес от подправки е именно показателен за увеличаване на ентропията. От подредени купчинки поправки преминаваме в едно по-неподредено състояние на еднинна обща смес. В нея нито една от съставките не е ограничена в пространството.

Същият принцип е движещ и при промяна на агрегатното състояние. Например ледът е подредено състояние – молекулите се намират на точно определени места. При нагряване системата се стреми да премине към по-неподредено състояние т.е. ледът се топи и преминава в течност.

В термодинамиката топлинният поток тече от мястото с по-висока към такова с по-ниска температура, защото средната кинетична енергия на молекулите на двете части е различна. След известно време в системата се установява равновесие. Достигнатата температурата е междинна. Молекулите на цялата система сега имат еднаква скорост. Това като цяло новото състояние отново съответсва на такова с по-голям безпорядък.

14.4. Теореми на Нернст (Трети принцип на термодинамиката)

Третият принцип на термодинамиката е свързан с две теореми на Нернст (*Walther Hermann Nernst, 1864 – 1941, роден в Полша, но работи в Австрия, Швейцария и Германия*). Първата си теорема Нернст извлякъл от математични съображения, свързани с това, че ентропията се получава чрез интегриране. Тогава получента стойност е вярна с точност до произволна константа и би следвало крайният реален резултат да бъде:

$$S = \int \frac{dQ}{T} + S_0 \tag{14.9}$$

Експерименталните резултати показали, че при понижаване на температурата с доближаване до абсолютната нула свойствата на веществата все повече си приличат. Тогава топлинните капацитети клонят към 0. Разликата в ентропиите за различните състояния ще клони тогава също към 0 независимо нито от агрегатното състояние, нито от налягането или от които и да били други характеристики на материята. Така ентропията следва да има една минимална стойност, която при абсолютната 0 на температурата, следва да е също 0:

$$\lim_{T\to 0} \Delta S = \lim_{T\to 0}(S_2 - S_1) = 0 \tag{14.10}$$

което е и смисълът на **първата теорема на Нернст**, че всички процеси при много ниски температури протичат без изменение на ентропията.

В допълнение към твърдението на Нернст, Планк (*Max Karl Ernst Ludwig Planck, 1858 - 1947, Германия*) добавил, че не само няма изменение, а и самата стойност на ентропията трябва да е 0 при абсолютната нула на температурата:

$$S_0 = 0 \tag{14.11}$$

Според Планк при абсолютната нула на температурата всъщност частиците престават да съществуват, като изчезва всяка форма на неподреденост и тогава ентропията не може да има друга, освен нулева стойност. Тогава, за да получим стойността на ентропията за коя да е температура е достатъчно да интегрираме в интервал от 0 до желаната температура, T, като знаем че константата от интегрирането е 0:

$$S(T) = \int_0^T \frac{dQ}{T} + 0 \tag{14.12}$$

Следствие от твърдението на Планк пък е **втората теорема на Нернст**, че при кръгов процес е невъзможно достигането на абсолютната 0 на температурата.

Третият принцип на термодинамиката обединява двете теореми на Нернст и гласи: не може да бъде създадено устройство, което да отнема напълно топлинната енергия на друго тяло (т.е. да го охлади до абсолютната нула).

14.5. Термодинамични потенциали

Прилагането на законите на термодинамиката дава възможност да се опишат много от свойствата на макросистемите. Исторически са се оформили два подхода за това описание: с помощта на цикли (*описахме цикъла на Карно*) или чрез намирането на подходящи термодинамични функции.

Основоположник на втория подход е американецът Джошуа Гиббс (*Josiah Willard Gibbs 1839 – 1903, САЩ).* Базовата идея е, че всички термодинамични функции се извеждат от принципите на термодинамиката и главно от израза за ентропията $dS = dQ/T$.

Ако изразим топлината чрез вътрешната енергия и работата то:

$$dS.T \geq dU + \delta A \tag{14.13}$$

В най-общ случай, когато работата е $\delta A = p.dV$ изразът добива вида:

$$dS.T \geq dU + p.dV \tag{14.14}$$

Полученото неравенство свързва 5 величини. Всяка от тях се разглежда като функция на състоянието. В най-общ случай термодинамични функции могат да са всички функции на състоянието (например вътрешна енергия, ентропия) стига да се определят независимо от параметрите на състоянието на системата. Поради това съществуват огромен брой такива функции.

Доказано е, че ако подберем пълен набор от параметри на системата с помощта на такива термодинамични функции може да се намери точно математично решение. **Термодинамичните функции** тогава са такава, които зависи от p, V, T, S, N (брой частици) и други (x_i), които характеризират макросъстоянието на системата. Към тях спадат:

- вътрешната енергия, $U=U(S,V,N, x_i)$
- енталпията, $H=H(S,p,n, x_i)$
- свободната енергия – изохорно-изотермичен потенциал $F(V, T, N, x_i)$
- изобарно-изотермичен потенциал $Z(p, T, N, x_i)$.

Разглежданията могат да се опростят, ако някои от параметрите на състоянието са фиксирани (например когато броят частици не се мени). Нека разгледаме за пример **вътрешната енергия** U=U(S,V,N, x_i) при фиксиран брой частици и зависимост само от ентропията и обема. Пълният диференциал в този случай е:

$$dU(S,V) = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V=const}.dV + \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V=const}.dS \tag{14.15}$$

По дефиниция $(\partial U/\partial S)_{V=const} = T$ и $(\partial U/\partial V)_{S=const} = p$. Следователно можем да преобразуваме горната формула до:

$$dU(S,V) = p.dV + T.dS \qquad (14.16)$$

ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

на български език:

1. **Джанколи Д.**, *Физика –11*, изд. Мир, 1989
2. **Йорданов С.**, *Физика 2*, изд. Екс-Прес, 2007 ISBN 978-954-9442-98-4
3. **Йорданов С.**, *Физика 1*, изд. Екс-прес, 2008 ISBN 978-954-8606-79-0
4. **Плачкова С., Мишева М.**, Физика с примери от биологията, изд. „Св. Кл. Охридски“, София, 2004 ISBN 954-07-1691-8

на руски език:

5. **Киттель Ч., Найт У., Рудерман М.**, Берклеевский курс физики, изд., Наука, 1975 (*Mechanics, Berkley physics course, volume 1*)
6. **Матвеев А.**, *Молекулярная физика*, изд. Висшая школа, 1981
7. **Файман Р.**, *Феймановские лекции по физике*, изд. Мир, 1967

на английски език:

8. **Crowell B.**, *Newtonian Physics – 1,2,3,* Light and matter - Fullerton, California Edition 2.2, rev. 2003-10-20, ISBN 0-9704670-1-X
9. **Fuller H., Fuller R., Fuller R.**, *Physics including human applications*, Harper and Row Publisher, 1978
10. **Gordon J.R., McGrew R. V., Serway R.A.**, *Gordon Physics of scientists and engineers vol.1*, Brooks/Cool, 2010
11. **Serway R. A., Jewett, Jr. J. W.**, *Physics for scientists and engineers with modern physics,* Brooks/Cole Cengage learning, USA, 2014
12. **Urone P. P., Hinrichs R.**(senior contributing authors), **Dirks K.,, Sharma M.** (contributing authors), *College Physics*, OpenStax College, Rice University, USA, 2013
13. **Wolfson R.**, *Essential University physics vol.1,* Pearson ISBN 10: 0-321-76193-6 ISBN 13: 987-0-321-76193-4

на немски език:

14. **Gascha H., Ganguin S.**, *Das große Buch der Physik*, Genehmigte Sonderausgabe (Compact; Auflage: 1), 2003
15. **Stroppe H.**, *Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften*, VEB Fachbuchverlag, Leipzig, 1990
16. **Dorn F., Dorn F.**, Physik (Mittelstufe), Schroedel, **ISBN-10:** 350786200X, **ISBN-13:** 978-3507862005, 1994

ПЕРИОДИЧНА ТАБЛИЦА НА ХИМИЧНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ

атомен номер 1 **H** наименование
означение Водород
моларна маса 1,008
μ [g/mol]
0,090 *плътност*
ρ [kg/m^3]

I A	II A	III B	IV B	V B	VI B	VII B	VIII B	VIII B	VIII B	I B	II B	III A	IV A	V A	VI A	VII A	VIII A
1 **H** Водород 1,008 0,090'																	2 **He** Хелий 4,003 0,179
3 **Li** Литий 6,941 0,534	4 **Be** Берилий 9,012 1,85											5 **B** Бор 10,811 2,37	6 **C** Въглерод 12,01 2,26	7 **N** Азот 14,007 1,251'	8 **O** Кислород 15,999 1,429'	9 **F** Флуор 18,998 1,696'	10 **Ne** Неон 20,180 0,9'
11 **Na** Натрий 22,990 0,971	12 **Mg** Магнезий 24,305 1,74											13 **Al** Алуминий 26,982 2,699	14 **Si** Силиций 28,086 2,33	15 **P** Фосфор 30,974 1,82	16 **S** Сяра 32,065 2,07	17 **Cl** Хлор 35,453 3,214'	18 **Ar** Аргон 39,948 1,784'
19 **K** Калий 39,098 0,862	20 **Ca** Калций 40,078 1,55	21 **Sc** Скандий 44,956 2,99	22 **Ti** Титан 47,867 4,54	23 **V** Ванадий 50,941 6,11	24 **Cr** Хром 51,996 7,19	25 **Mn** Манган 54,938 7,44	26 **Fe** Желязо 55,845 7,874	27 **Co** Кобалт 58,933 8,9	28 **Ni** Никел 58,693 8,908	29 **Cu** Мед 63,546 8,96	30 **Zn** Цинк 65,409 7,13	31 **Ga** Галий 69,723 6,095	32 **Ge** Германий 72,64 5,32	33 **As** Арсен 74,922 5,73	34 **Se** Селен 78,96 4,79	35 **Br** Бром 79,904 3,12	36 **Kr** Криптон 83,798 3,73'
37 **Rb** Рубидий 85,468 1,532	38 **Sr** Стронций 87,62 2,54	39 **Y** Итрий 88,906 4,47	40 **Zr** Цирконий 91,224 6,51	41 **Nb** Ниобий 92,906 8,57	42 **Mo** Молибден 95,94 10,22	43 **Tc** Технеций [98] 11,5*	44 **Ru** Рутений 101,07 12,37	45 **Rh** Родий 102,906 12,41	46 **Pd** Паладий 106,42 12	47 **Ag** Сребро 107,868 10,5	48 **Cd** Кадмий 112,41 8,65	49 **In** Индий 114,818 7,31	50 **Sn** Калай 118,71 7,31	51 **Sb** Антимон 121,76 6,69	52 **Te** Телур 127,6 6,24	53 **I** Индий 126,904 4,93	54 **Xe** Ксенон 131,293 5,9'
55 **Cs** Цезий 132,905 1,87	56 **Ba** Барий 137,327 3,5	57-71	72 **Hf** Хафний 178,49 13,31	73 **Ta** Тантал 180,948 16,65	74 **W** Ванадий 183,84 19,3	75 **Re** Рений 186,207 21	76 **Os** Осмий 190,23 22,57	77 **Ir** Иридий 192,217 22,42	78 **Pt** Платина 195,078 21,45	79 **Au** Злато 196,967 19,3	80 **Hg** Живак 200,59 13,55	81 **Tl** Талий 204,383 11,85	82 **Pb** Олово 207,2 11,35	83 **Bi** Бисмут 208,98 9,75	84 **Po** Полоний [209] 9,3	85 **At** Астат [210] -	86 **Rn** Радон [222] 9,73'
87 **Fr** Франций [223]	88 **Ra** Радий [226] 5	59-103	104 **Rf** Ръдърфордий [261] -	105 **Db** Дубний [262] -	106 **Sg** Сиборгий [263] -	107 **Bh** Борий [264] -	108 **Hs** Хасий [265] -	109 **Mt** Майтнерий [266] -	110 **Uun** [271] -	111 **Uun** [272] -	112 **Uun** [273] -						

57 **La** Лантан 138,906 6,15	58 **Ce** Цезий 140,116 6,77	59 **Pr** Празеодим 140,908 6,77	60 **Nd** Неодим 144,242 7,01	61 **Pm** Прометий [145] 7,26	62 **Sm** Самарий 150,36 7,52	63 **Eu** Европий 151,964 5,24	64 **Gd** Гадолиний 157,25 7,9	65 **Tb** Тербий 158,925 8,23	66 **Dy** Диспросий 162,5 8,55	67 **Ho** Холмий 164,93 8,795	68 **Er** Ербий 167,259 9,07	69 **Tm** Тулий 168,934 9,32	70 **Yb** Итербий 173,04 6,903	71 **Lu** Лютеций 174,967 9,841
89 **Ac** Актиний [227] 10,07	90 **Th** Торий 232,038 11,72	91 **Pa** Протактиний 231,036 15,4*	92 **U** Уран 238,029 18,95	93 **Np** Нептуний [237] 20,2	94 **Pu** Плутоний [244] 1984	95 **Am** Америций [243] 13,7	96 **Cm** Кюрий [247] 13,5*	97 **Bk** Берклий [247] 14*	98 **Cf** Калифорний [251] -	99 **Es** Айнщайний [252] -	100 **Fm** Фермий [257] -	101 **Md** Менделеевий [258] -	102 **No** Нобелий [259] -	103 **Lr** Лоуренсий [262] -

- неметали
- алкални метали
- алкалоземни метали
- преходни метали
- други метали
- полуметали (металоиди)
- халогенни (неметали)
- инертни газове (благородни)
- лантаниди (редкоземни)
- актиниди

' - Газова фаза при 273 K и налягане 1 атм.;

* - Оценени стойности за плътността при 300 K;

[ ] - За елементите, които нямат стабилно състояние или дълго живущи ядра в скоби е показана масата на нуклеида с доказан най-голям период на полуразпад;