

Част VIII
СТАТИСТИЧЕСКО ХАРАКТЕРИЗИРАНЕ НА
ТРАЙНАТА ТЕНДЕНЦИЯ И СЕЗОННОСТ В РАЗВИТИЕТО

Учебни цели:

- Изглаждане на динамичен ред чрез среден абсолютен прираст и среден темп на развитие
- Изследване на трайната тенденция чрез аналитичен метод
- Измерване на индекси на сезонни колебания

1. Изглаждане на времеви ред чрез среден абсолютен прираст

(когато развитието във временния ред следва приблизително **аритметична** прогресия)

 Пример 1

Разполагаме с данни за производството на сладолед в тонове от фирма “Морж” по години за периода 2004-2009 г. Да се изглади динамичния ред с помощта на средния абсолютен прираст.

Година (t_i)	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Производство на сладолед – т. (y_i)	20.0	24.3	30.7	37.9	42.2	45.0

$$\hat{y}_i = \hat{y}_{i-1} + \bar{\Delta} = \hat{y}_1 + (i-1)\bar{\Delta}$$

$$\hat{y}_1 = y_1$$

$$\hat{y}_2 = \hat{y}_1 + \bar{\Delta}$$

$$\hat{y}_3 = \hat{y}_2 + \bar{\Delta} = \hat{y}_1 + 2\bar{\Delta}$$

$$\hat{y}_4 = \hat{y}_3 + \bar{\Delta} = \hat{y}_1 + 3\bar{\Delta}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{(y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \dots + (y_n - y_{n-1})}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{(45 - 20)}{5} = 5 \text{ тона}$$

$$\hat{y}_1 = 20$$

$$\hat{y}_2 = 20 + 5 = 25$$

$$\hat{y}_3 = 25 + 5 = 20 + 2.5 = 30$$

$$\hat{y}_4 = 30 + 5 = 20 + 3.5 = 35$$

$$\hat{y}_5 = 35 + 5 = 20 + 4.5 = 40$$

$$\hat{y}_6 = 40 + 5 = 20 + 5.5 = 45$$

2. Изглаждане на времеви ред чрез средногеометричен темп на развитие (когато развитието във временния ред следва приблизително геометрична прогресия)

Пример 2

Издателска къща въвежда нова услуга – абонамент на издавано от нея седмично списание за политика по интернет. Броят на абонаментите по тримесечия е представен в таблицата. Да се изглади динамичния ред с помощта на средногеометричния темп.

Тримесечие (t_i)	I 2009	II 2009	III 2009	IV 2009	I 2010
Брой абонаменти чрез интернет (y_i)	20	45	98	193	320

$$\hat{y}_i = \hat{y}_{i-1} \cdot \bar{T} = \hat{y}_1 \cdot \bar{T}^{(i-1)}$$

$$\hat{y}_1 = y_1$$

$$\hat{y}_2 = \hat{y}_1 \bar{T}$$

$$\hat{y}_3 = \hat{y}_2 \bar{T} = \hat{y}_1 \bar{T}^2$$

$$\hat{y}_4 = \hat{y}_3 \bar{T} = \hat{y}_1 \bar{T}^3$$

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

$$\bar{T} = \sqrt[5-1]{\frac{320}{20}} = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$\hat{y}_1 = 20$$

$$\hat{y}_2 = 20 \cdot 2 = 40$$

$$\hat{y}_3 = 40 \cdot 2 = 20 \cdot 2^2 = 80$$

$$\hat{y}_4 = 80 \cdot 2 = 20 \cdot 2^3 = 160$$

$$\hat{y}_5 = 160 \cdot 2 = 20 \cdot 2^4 = 320$$

Решете самостоятелно следните задачи

А) Разполагаме с данни за средния разход на домакинствата в една област за електроенергия по месеци за периода януари-юни 2009 г. Да се изглади динамичния ред с помощта на средния абсолютен прираст.

Месец (t_i)	януари	февруари	март	април	май	юни
Разходи – лв (y_i)	28.3	26.2	25.5	23.3	24.8	22.6

Б) Разполагаме с данни за продажбите в хил.лв на фирма за къмпинг оборудване за периода януари-май 2009 г. Да се изглади динамичния ред с помощта на средногеометричния темп на развитие.

Месец (t_i)	януари	февруари	март	април	май
Продажби – хил.лв (y_i)	10.2	13.7	21.0	36.4	51.6

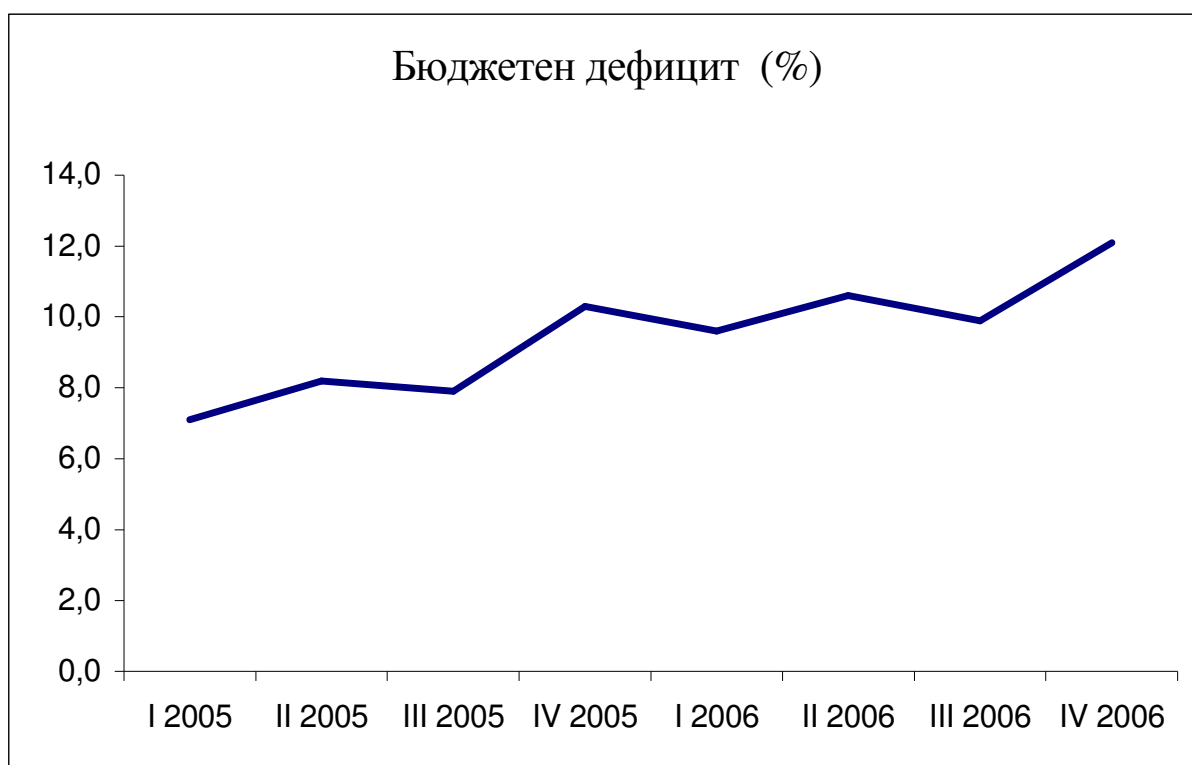
3. Аналитичен метод за изглаждане

$$y_i = f(t_i) + \varepsilon_i = \hat{y}_i + \varepsilon_i$$

Пример 3

Обект на изследване е трайната тенденция в бюджетния дефицит на община “Н”. За целта разполагаме с данни за всяко тримесечие на 2005 и 2006 година. Изследвайте трайната тенденция на развитие с помощта на аналитичния метод и уравнение на права линия.

Тримесечие (t_i)	I 2005	II 2005	III 2005	IV 2005	I 2006	II 2006	III 2006	IV 2006
Бюджетен дефицит (% от общата сума на разходите) (y_i)	7.1	8.2	7.9	10.3	9.6	10.6	9.9	12.1



Първо: Построява се диаграма на развитието:

Второ: Избор на функция, чрез която да се моделира изучаваното явление (бюджетният дефицит на община “Н” като процент от общата сума на разходите). По условие - уравнение на права линия.

Трето: Намиране на параметрите на уравнението чрез метода на най-малките квадрат (МНК). Съставя се система от две уравнения (търсените параметри на уравнението на права са два – a и b)

$$y_i = a + b.t_i + \varepsilon$$

$$\hat{y}_i = a + b.t_i$$

$$\left| \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n y_i = Na + b.\sum_{i=1}^n t_i \\ \sum_{i=1}^n y_i.t_i = a.\sum_{i=1}^n t_i + b.\sum_{i=1}^n t_i^2 \end{array} \right.$$

За решаване на системата е необходимо да се намерят

$$N; \sum_{i=1}^n y_i; \sum_{i=1}^n t_i; \sum_{i=1}^n t_i^2; \sum_{i=1}^n y_i.t_i$$

За целта се построява работна таблица:

Триме- сечие	Бюджетен дефицит /%/ (y _i)	t_i	t_i^2	$y_i.t_i$
I 2005	7.1	1	1	7.1
II 2005	8.2	2	4	16.4
III 2005	7.9	3	9	23.7
IV 2005	10.3	4	16	41.2
I 2006	9.6	5	25	48
II 2006	10.6	6	36	63.6
III 2006	9.9	7	49	69.3
IV 2006	12.1	8	64	96.8
Σ	75.7	36	204	366.1

$$N = 8; \sum_{i=1}^n y_i = 75.7; \sum_{i=1}^n t_i = 36; \sum_{i=1}^n t_i^2 = 204; \sum_{i=1}^n y_i.t_i = 366.1$$

Замества се в системата:

$$\left| \begin{array}{l} 75.7 = 8.a + 36.b \\ 366.1 = 36.a + 204.b \end{array} \right.$$

Системата се решава спрямо **a** и **b**

$$\mathbf{a = 6.74 \text{ и } b=0.61}$$

Четвърто: Чрез последователното заместване на t_i се намират изгладените стойности. Тези стойности показват какъв би бил размерът на изучаваното явление, ако то се развиваше само под влиянието на тренда.

$$\hat{y}_i = 6.74 + 0.61.t_i$$

$$\hat{y}_1 = 6.74 + 0.61.1 = 7.35$$

$$\hat{y}_2 = 6.74 + 0.61.2 = 7.96$$

$$\hat{y}_3 = 6.74 + 0.61.3 = 8.57$$

$$\hat{y}_4 = 6.74 + 0.61.4 = 9.18$$

$$\hat{y}_5 = 6.74 + 0.61.5 = 9.79$$

$$\hat{y}_6 = 6.74 + 0.61.6 = 10.40$$

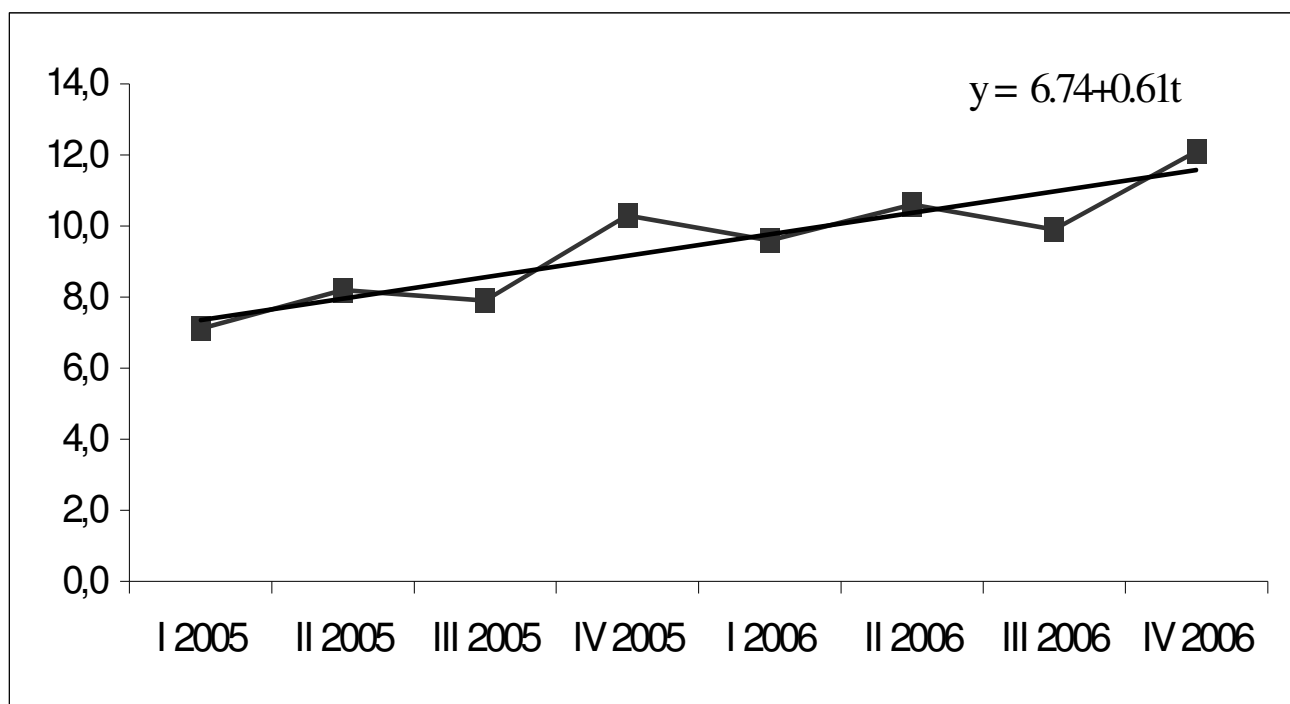
$$\hat{y}_7 = 6.74 + 0.61.7 = 11.01$$

$$\hat{y}_8 = 6.74 + 0.61.8 = 11.62$$

$$\sum_{i=1}^n \hat{y}_i = 75.88$$

$$\sum_{i=1}^n \hat{y}_i \approx \sum_{i=1}^n y_i$$

Пето: Построяване на графика с изгладените и фактическите стойности.



Шесто: Тълкуване на коефициента **b=0.61** – Средното нарастване на бюджетния дефицит на община “Н” за за тримесечие от периода 2005-2006 година е с 0,61 процентни пункта.

 Решете самостоятелно следната задача

В) Обект на изследване е неразпределената печалба на акционерно дружество “КРАТ” при годишни данни за периода 2001-2007г. Изследвайте трайната тенденция на развитие с помощта на аналитичния метод и уравнение на права линия.

Година (t_i)	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Неразпределена печалба – хил. EUR (y_i)	52.0	47.9	40.6	34.2	32.3	35.2	33.6

4. Статистическо изучаване на сезонни колебания

Метод на простите средни

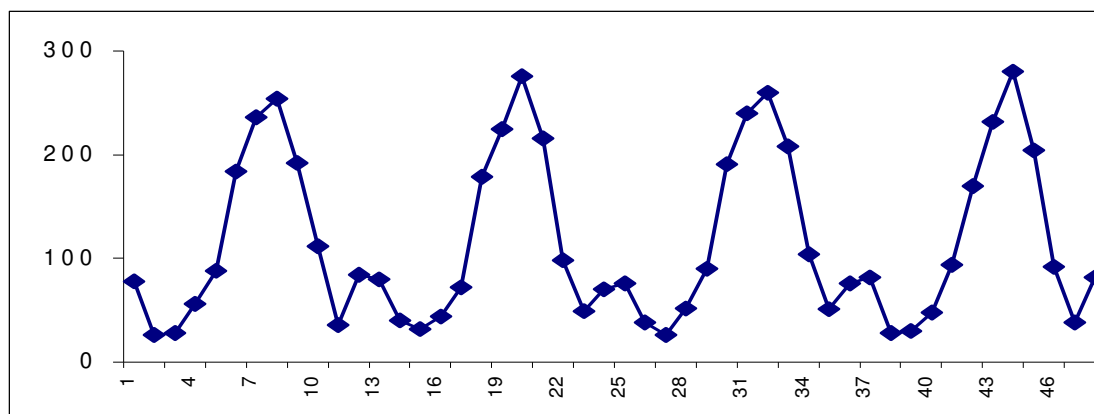
Използва се, когато в изучавания динамичен ред **липсва тенденция** на развитие.

 Пример 4

Ръководството на курортен комплекс “ТРИМ” желае да формира нова ценова политика в зависимост от натовареността на комплекса през различните месеци. За целта са анализирани месечните данни с броя на посетителите на комплекса за периода 2004-2007 година, представени в таблицата. Въз основа на тези данни да се изчислят индексите на сезонни колебания по метода на простите средни.

Месец Година	Брой посетители											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2004	78	26	28	56	88	184	236	254	192	112	36	84
2005	80	40	32	44	72	179	225	276	216	98	51	70
2006	76	38	26	52	90	191	240	260	208	104	51	76
2007	82	28	30	48	94	170	232	280	204	92	38	82

Първо: Проверява се дали в изследвания ред има тенденция. Ако няма тенденция – методът на простите средни е приложим. Един от начините за проверка наличието на тренд е чрез проследяване диаграмата на развитие.



Второ: По едноименни месеци се изчисляват месечни средни. На този етап се елиминира влиянието на случайния компонент.

$$\bar{y}_I = \frac{y_1 + y_{13} + y_{25} + y_{37}}{4} = \frac{78 + 80 + 76 + 82}{4} = 79$$

$$\bar{y}_{II} = \frac{y_2 + y_{14} + y_{26} + y_{38}}{4} = \frac{26 + 40 + 38 + 28}{4} = 33$$

$$\bar{y}_{III} = \frac{y_3 + y_{15} + y_{27} + y_{39}}{4} = \frac{28 + 32 + 26 + 30}{4} = 29$$

$$\bar{y}_{IV} = \frac{y_4 + y_{16} + y_{28} + y_{40}}{4} = \frac{56 + 44 + 52 + 48}{4} = 50$$

$$\bar{y}_V = \frac{y_5 + y_{17} + y_{29} + y_{41}}{4} = \frac{88 + 72 + 90 + 94}{4} = 86$$

$$\bar{y}_{VI} = \frac{y_6 + y_{18} + y_{30} + y_{42}}{4} = \frac{184 + 179 + 191 + 170}{4} = 181$$

$$\bar{y}_{VII} = \frac{y_7 + y_{19} + y_{31} + y_{43}}{4} = \frac{236 + 225 + 240 + 232}{4} = 233$$

$$\bar{y}_{VIII} = \frac{y_8 + y_{20} + y_{32} + y_{44}}{4} = \frac{254 + 276 + 260 + 280}{4} = 268$$

$$\bar{y}_{IX} = \frac{y_9 + y_{21} + y_{33} + y_{45}}{4} = \frac{192 + 216 + 208 + 204}{4} = 205$$

$$\bar{y}_X = \frac{y_{10} + y_{22} + y_{34} + y_{46}}{4} = \frac{112 + 98 + 104 + 92}{4} = 102$$

$$\bar{y}_{XI} = \frac{y_{11} + y_{23} + y_{35} + y_{47}}{4} = \frac{36 + 51 + 51 + 38}{4} = 44$$

$$\bar{y}_{XII} = \frac{y_{12} + y_{24} + y_{36} + y_{48}}{4} = \frac{84 + 70 + 76 + 82}{4} = 78$$

Трето: Намира се обща средна на месечните средни. На този етап се елиминира и сезонният компонент.

$$\bar{y}_0 = \frac{\bar{y}_I + \bar{y}_{II} + \bar{y}_{III} + \bar{y}_{IV} + \bar{y}_V + \bar{y}_{VI} + \bar{y}_{VII} + \bar{y}_{VIII} + \bar{y}_{IX} + \bar{y}_X + \bar{y}_{XI} + \bar{y}_{XII}}{12} = 115.6$$

Четвърто: Изчисляват се индекси на сезонни колебания.

Те показват колко пъти размерът на изучаваното явление през определен месец е по-голям (по-малък) от средномесечния обем за целия изучаван период.

$$I_{SI} = \frac{\bar{y}_I}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{79}{115.6} \cdot 100 = 68.3\%$$

$$I_{SII} = \frac{\bar{y}_{II}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{33}{115.6} \cdot 100 = 28.5\%$$

$$I_{SI\text{III}} = \frac{\bar{y}_{\text{III}}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{29}{115.6} \cdot 100 = 25.1\%$$

$$I_{SVI} = \frac{\bar{y}_{IV}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{50}{115.6} \cdot 100 = 43.3\%$$

$$I_{SV} = \frac{\bar{y}_V}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{86}{115.6} \cdot 100 = 74.4\%$$

$$I_{SVI} = \frac{\bar{y}_{VI}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{181}{115.6} \cdot 100 = 156.6\%$$

$$I_{SVII} = \frac{\bar{y}_{VII}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{233}{115.6} \cdot 100 = 201.8\%$$

$$I_{SVIII} = \frac{\bar{y}_{VIII}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{268}{115.6} \cdot 100 = 231.4\%$$

$$I_{SIX} = \frac{\bar{y}_{IX}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{205}{115.6} \cdot 100 = 177.3\%$$

$$I_{SX} = \frac{\bar{y}_X}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{102}{115.6} \cdot 100 = 87.8\%$$

$$I_{SXI} = \frac{\bar{y}_{XI}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{44}{115.6} \cdot 100 = 38.1\%$$

$$I_{SXII} = \frac{\bar{y}_{XII}}{\bar{y}_0} \cdot 100 = \frac{78}{115.6} \cdot 100 = 67.5\%$$

ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

Задача 8.1. Разполагаме с данните за годишните продажби на акции от брокерска фирма “3N” по поръчка на клиенти. Да се изглади времеви ред чрез средния абсолютен прираст и средния темп на развитие.

Година (t_i)	2005	2006	2007	2008	2009
Продажби – млн.лв (y_i)	625.4	701.3	652.1	588.0	602.5

Задача 8.2. Обект на изследване е относителният дял на дохода от предприемачество в структурата на общия паричен доход на домакинствата в една област по години за периода 2003-2009г. Изследвайте трайната тенденция на развитие с помощта на аналитичния метод и уравнение на права линия.

Година (t_i)	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Относителен дял (%)	22.1	23.3	23.5	22.7	28.0	27.5	29.1

Задача 8.3. Застрахователна компания “ТРАНС” изследва броя на настъпилите застрахователни събития при един от продуктите на имущественото застраховане по години за периода 2002-2009 година (по данни за показателя “брой на застрахователните събития на 1000 сключени застраховки”). Изследвайте трайната тенденция на развитие с помощта на аналитичния метод и уравнение на права линия.

Година (t_i)	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Брой събития	41	45	37	40	32	33	27	29

Задача 8.4. За планиране на приходите си ръководството на застрахователна компания се интересува от броя на сключените застраховки “каска” по тримесечия. За целта са анализирани тримесечните данни за броя на направените застраховки “каска” за периода 2005-2009 година. Изчислете индексите на сезонни колебания по метода на простите средни.

Година	Тримесечие			
	I	II	III	IV
2005	4 358	3 549	2 563	6 894
2006	5 082	3 871	2 850	7 213
2007	4 890	3 657	2 145	7 656
2008	5 144	4 005	1 995	8 020
2009	4 646	3 733	2 207	7 917