

ЧАСТ II СРЕДНИ ВЕЛИЧИНИ

Учебни цели:

- Изчисляване на алгебрични средни от негрупиран данни
- Изчисляване на алгебрични средни по данни от ЕЕР
- Изчисляване на неалгебрични средни от негрупиран данни
- Изчисляване на неалгебрични средни по данни от ЕЕР

1. Агебрични средни величини

1.1. Изчисляване на средна аритметична от негрупиран статистически сведения за единиците от съвкупността

Пример 1.1.1.

От съвкупността на наблюдаваните 25 търговски дружества е избрана подгрупа от 5 дружества, за които са регистрирани стойностните обеми на дълготрайните активи (млн.лв):

1,0 8,8 2,5 1,0 7,5

Средният размер на дълготрайните активи на групата от 5 дружества, изчислен като средна аритметична величина, възлиза на:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{1,0 + 8,8 + 2,5 + 1,0 + 7,5}{5} = \frac{20,8}{5} = 4,16 \text{ млн.лв}$$

Пример 1.1.2.

Индустриално предприятие разполага с три производствени цеха, като за всеки от тях е известно времето за производство на единица продукция (почасовата производителност):

I цех: 5 часа / 1 изд. II цех: 4,5 ч. / 1 изд. III цех: 4 ч. / 1 изд.

Средната почасова производителност следва да се изчисли като средна хармонична величина, която възлиза на:

$$\bar{x}_h = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}} = \frac{3}{\frac{1}{5} + \frac{1}{4,5} + \frac{1}{4}} = \frac{3}{0,2 + 0,222 + 0,25} = \frac{3}{0,672} = 4,46 \text{ часа}$$

 Решете самостоятелно следните задачи

А/ Да се изчисли средният брой на персонала в 5 избрани дружества от изследваната съвкупност, като се използва средна аритметична величина. Броят на персонала в дружествата е:

18, 28, 5, 17, 35

Б/ Колко е средната материалоемкост на производството на три модела от едно изделие, ако е известен разходът на материал за производството на единица изделие за всеки един от моделите:

Модел А: 3 кг/изд. Модел Б: 4 кг/изд. Модел В: 5 кг/изд.

1.2. Изчисляване на алгебрични средни по данни от ЕЕР

 Пример 1.2.1.

Чрез статистическа групировка е получено честотното разпределение на дружествата по размера на дълготрайните им активи:

Дълготрайни активи (млн.лв)	Брой дружества
1 – 5	6
5 – 9	10
9 – 13	4
13 – 17	3
17 – 21	2
Общо	25

1.2.1. Средна аритметична претеглена

Изчисляването на средноаритметичният размер на дълготрайните активи изисква преобразуването на изходните данни в следната работна таблица:

(X]	f_i	x_i	$x_i f_i$
1 – 5	6	3	18
5 – 9	10	7	70
9 – 13	4	11	44
13 – 17	3	15	45
17 – 21	2	19	38
$\Sigma f_i =$	25	–	215

Средният размер на ДА за цялата съвкупност от търговски дружества, изчислен като средна аритметична величина, възлиза на:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i f_i}{\sum_{i=1}^m f_i} = \frac{215}{25} = 8,6 \text{ млн.лв}$$

1.2.2. Средна квадратична претеглена

Изчисляването на средноквадратичният размер на дълготрайните активи изисква следните колони в работната таблица:

(X]	f_i	x_i	x_i^2	$x_i^2 f_i$
1 – 5	6	3	9	54
5 – 9	10	7	49	490
9 – 13	4	11	121	484
13 – 17	3	15	225	675
17 – 21	2	19	361	722
$\Sigma f_i =$	25	–	–	2425

Средният размер на ДА за цялата съвкупност, изчислен като средна квадратична величина, възлиза на:

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^m f_i}} = \sqrt{\frac{2425}{25}} = \sqrt{97} = 9,8 \text{ млн.лв}$$

Пример 1.2.2.

В индустриалното предприятие е измерено сумарното време, през което е работил всеки един от неговите три цеха през предходния месец:

I цех: 200 часа II цех: 250 часа III цех: 300 часа

1.2.4. Средна хармонична претеглена

Средната почасова производителност, изчислена като средна хармонична при наличие на подходящите тегла, възлиза на:

$$\bar{x}_h = \frac{\sum_{i=1}^m f_i^*}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{x_i} \cdot f_i^*} = \frac{200 + 250 + 300}{\frac{1}{5} \cdot 200 + \frac{1}{4,5} \cdot 250 + \frac{1}{4} \cdot 300}$$

$$\bar{x}_h = \frac{750}{40 + 55,5 + 75} = \frac{750}{170,5} = 4,4 \text{ часа / 1изд.}$$

 Решете самостоятелно следните задачи:

В/ Да се изчисли средният брой клонове, падащи се на едно дружество, по данни от полученото в Част I честотното разпределение на съвкупността от 25 търговски дружества. Да се използва средна аритметична величина.

Г/ Да се изчисли средният брой на персонала по данни от полученото в част I честотното разпределение на 25-те дружества. Да се използват:

- средна аритметична величина
- средна квадратична величина

Д/ Известни са количествата материал, вложени за производството на изделията от всеки един от трите модела от задача /Б/:
 Модел А: 800 кг Модел Б: 500 кг Модел В: 200 кг

Да се изчисли средната материалоемкост на производството на единица изделие, произвеждано от предприятието.

2. Неалгебрични средни величини

2.1. Изчисляване на неалгебрични средни от негрупирани статистически сведения за единиците от съвкупността

Пример 2.1

От съвкупността на търговските дружества е избрана подгрупа от 7 дружества, за всяко от които е установен броят на персонала:

20, 5, 38, 12, 20, 10, 18 бр. наети

2.1.1. Мода

Модата (модалната стойност) е онова значение на признака, което се притежава от най-много единици от съвкупността.

- По 1 път се срещат: 5, 38, 12, 10, 18;
- 2 пъти се повтаря: 20,

следователно модалният брой на персонала е: $M_o = 20$ бр.

2.1.2. Медиана

Медианата (медианната стойност) е онова значение на признака, което се намира в средата на ранжирания ред от значения. Намирането на медианата става в следната последователност:

1) Предварително подреждане на реда от значения:

5, 10, 12, 18, 20, 20, 38

2) Определяне на номера на медианното значение:

$$N_{Me} = \frac{N+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

3) Установява се значението на признака при четвъртата единица в подредения ред: медианният брой наети е $Me = 18$ бр.

Медиана при четен брой единици

Нека подгрупата обхваща 6 дружества, а редът се състои от следните значения:

5, 38, 12, 20, 10, 18 бр. наети

1) Предварително подреждане на реда от значения:

5, 10, 12, 18, 20, 38

2) Определяне на номера на медианното значение:

$$N_{Me} = \frac{N+1}{2} = \frac{6+1}{2} = 3,5$$

3) Установява се средната аритметична на значенията на признака при третата и четвъртата единица в подредения ред:

$$Me = \frac{12 + 18}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ бр. наети}$$

 Решете самостоятелно следните задачи:

А/ Да се намерят модата и медианата в реда, получен за подгрупа от 8 дружества по признака “размер на дълготрайните активи (млн.лв)”:

8,8 6,8 7,3 21,0 14,2 8,8 15,8 12,2

Б/ Да се намерят модата и медианата в реда, получен за подгрупа от 8 дружества по признака “брой на подразделенията”:

3 1 2 3 0 1 2 1

2.2. Изчисляване на неалгебрични средни по данни от ЕЕР (интервален ред на разпределение)

Пример 2.2

Получено е разпределението на търговските дружества по размера на дълготрайните им активи:

Дълготрайни активи (млн.лв)	Брой дружества
1 – 5	6
5 – 9	10
9 – 13	4
13 – 17	3
17 – 21	2
Общо	25

2.2.1. Мода

Изчисляването на модалното значение на признака се осъществява чрез следната формула:

$$Mo = L + \frac{\Delta_1 \cdot h}{\Delta_1 + \Delta_2} \quad \begin{aligned} \Delta_1 &= f_{mo} - f_{mo-1} \\ \Delta_2 &= f_{mo} - f_{mo+1} \end{aligned}$$

където означенията са следните:

- L - долна граница на интервала на модалната група;
- h - ширината на интервала на модалната група;
- f_{mo} - честотата на модалната група;
- f_{mo-1} - честотата на предмодалната група;
- f_{mo+1} - честотата на следмодалната група.

Изчисляването на модалната стойност на дълготрайните активи изисква определяне на елементите от формулата. За целта е необходимо да се определи модалната група. Това е групата с най-много на брой единици (“най-гъсто населената” интервална група).

i	(X]	f _i
1	1 – 5	6
Мо: 2	5 – 9	10
3	9 – 13	4
4	13 – 17	3
5	17 – 21	2

- Най-голямата честота в разпределението е получена във втора група: $f_{mo} = 10$
- Тогава $f_{mo-1} = 6$ $f_{mo+1} = 4$
- $\Delta_1 = f_{mo} - f_{mo-1} = 10 - 6 = 4$ и $\Delta_2 = f_{mo} - f_{mo+1} = 10 - 4 = 6$
- Долната граница и ширината на втория интервал са съответно: $L = 5$ млн.лв, $h = 4$ млн.лв
- $Mo = 5 + \frac{4.4}{4 + 6} = 5 + \frac{16}{10} = 5 + 1,6 = 6,6$ млн.лв

2.2.2. Медиана

Изчисляването на медианното значение на признака се осъществява чрез следната формула:

$$Me = L + \left(\frac{N + 1}{2} - C_{me-1} \right) \frac{h}{f}$$

където означенията са следните:

- L - долна граница на интервала на медианната група;
- N - броят на единиците (обемът на съвкупността);
- h - ширината на интервала на медианната група;
- f - честотата на медианната група;
- C_{me-1} - честотата на предмедианната група.

Изчисляването на медианната стойност на дълготрайните активи изисква определяне на елементите от формулата. За целта е необходимо да се определи медианната група. Това е групата, в която попада медианната единица, имаща следния номер:

$$N_{me} = \frac{N + 1}{2} = \frac{\sum f_i + 1}{2} = \frac{25 + 1}{2} = 13$$

Определянето на интервалната група, в която попада единицата с получения номер, се осъществява с помощта на допълнителна колона в таблицата, съдържаща *кумулятивните честоти* на ЕЕР:

i	(X]	f_i	C_i
1	1 – 5	6	6
Me: 2	5 – 9	10	16
3	9 – 13	4	20
4	13 – 17	3	23
5	17 – 21	2	25
-	$\sum f_i =$	25	-

- Тъй като $C_1=6 < N_{me}=13 \leq 16=C_2$, то медианната група се намира във втория интервал
- Долната граница, ширината и честотата на втория интервал са съответно: $L = 5$ млн.лв, $h = 4$ млн.лв, $f = 10$
- Кумулативна честота на предмедианния интервал: $C_{me-1}=6$
- $Me = 5 + \left(\frac{25+1}{2} - 6 \right) \cdot \frac{4}{10} = 5 + (13 - 6) \cdot 0,4$
- $Me = 5 + 7 \cdot 0,4 = 5 + 2,8 = 7,8$ млн.лв

 Решете самостоятелно следните задачи

А/ Да се намерят модата и медианата на разпределението на търговските дружества по признака “брой на персонала”.

Б/ Да се определят модалният и медианният брой подразделения на дружествата по данни от полученото ЕЕР.

ДОПЪЛНИТЕЛНИ ЗАДАЧИ

Зад.2.1. Като се използват получените в задача 1.1 разпределения, да се изчислят средната аритметична, средната квадратична, модалната и медианната стойност в съвкупността на домакинствата по признаците: (1) брой на заетите лица; (2) брой на децата в домакинство.

Зад.2.2. По данни от разпределението на месеците по месечния обем на продажбите на банани в супермаркета (зад.1.2), да се изчислят средната аритметична, модата и медианата на разпределението.

Зад.2.3. По данни от разпределението на регионалните клонове на Втора Инвестиционна Банка АД по признака “размер на остатъците по срочните депозитни сметки” (зад.1.3), да се изчислят средната аритметична, модата и медианата на разпределението.

Зад.2.4. По данни от разпределението на ценните книжа в инвестиционния портфейл на борсовия посредник по признака “норма на възвръщаемост” (зад.1.4), да се изчислят средната аритметична, модата и медианата на разпределението.