

ПУ "Паисий Хилендарски", ФМИ, катедра „Геометрия”
Упражнения по аналитична геометрия

Безкрайни елементи и хомогенни координати

1. В разширеното тримерно пространство са дадени точките а) $A(3, -2, 4, 6)$, $B(3, 2, 0, 3)$; б) $A(4, 2, -3, 1)$, $B(0, 4, 21, 0)$; в) $A(3, -2, 4, 0)$, $B(3, 4, 7, 0)$. Да се намерят безкрайните точки върху правата AB .
2. Да се намерят общите безкрайни точки на равнините:
а) $\alpha: x + y - 3 = 0$, $\beta: 2x + 3y + z - 4 = 0$;
б) $\alpha: x + 2y - 3z + 4 = 0$, $\beta: 2x + 4y - 6z + 7 = 0$.
3. В равнината с хомогенни координати са дадени точките $A(-1, 0, 1)$, $B(3, 6, -1)$, $C(4, 3, 2)$. Да се изрази като линейна комбинация на A , B и C медицентърът на $\triangle ABC$.

Проективни, афинни и метрични свойства на фигура от 2. степен

1. Да се намери полярата на точка $A(0, -1)$ относно кривата от 2. степен $c: 18x^2 - y^2 + 22xy - 58x - 39y + 40 = 0$.
2. Да се намерят допирателните прави към кривата $c: y^2 - 2x = 0$ в общите ѝ точки с правата $l: y - 2 = 0$.
3. Да се намери точка Q , спрегната на $P(1, -1)$ относно кривата $c: x^2 - 3y^2 + 2xy - 6x + 1 = 0$, която да лежи на правата $l: x + 2y - 1 = 0$.
4. Да се намери полюсът на правата $p: 2x + 5y - 1 = 0$ относно кривата от 2. степен $c: x^2 + y^2 + 6xy - 4x + 2y = 0$.
5. Да се намерят допирателните прави през точка $A(-1, -1)$ към кривата от 2. степен $c: 2x^2 + 2xy - 2x + 2y + 1 = 0$.
6. Да се направи афинна класификация на кривите:
 $c_1: x^2 + 4y^2 - 50t^2 + 4xy - 20xt + 10yt = 0$; $c_2: 5x^2 + 2y^2 + 18t^2 + 4xy - 24xt - 12yt = 0$;
 $c_3: x^2 - 2y^2 + 3t^2 - 2xy - 4xt - 6yt = 0$.
7. Да се направи афинна класификация на кривите от 2. степен в семейството $c_\lambda: x^2 + \lambda y^2 - 4xy + 4x - 2y + 1 = 0$ в зависимост от стойностите на реалния параметър λ .
8. Да се намерят центровете на фигурите от 2. степен: $c_1: x^2 + 2y^2 + 3t^2 - 2xy - 4xt - 6yt = 0$;
 $c_2: x^2 + y^2 + 3t^2 - 2xy - 4xt - 6yt = 0$; $c_3: x^2 + y^2 - 4t^2 + 2xy + 2xt + 2yt = 0$.
9. В равнината е дадена кривата от втора степен
 $c: 2x^2 - 3y^2 + 5xy + 3x + 16y = 0$. Да се намерят:
а) диаметърът на c , който минава през точка $A(1, -2)$;
б) диаметърът на c , успореден на абсцисната ос и неговия спрегнат диаметър.
10. За всяка от кривите от втора степен
а) $c: 17x^2 + 8y^2 + 12xy + 20\sqrt{5}x + 20 = 0$; б) $c: x^2 + 4y^2 + 4xy - 20x + 10y - 50 = 0$;
в) $c: 4x^2 - y^2 + 10\sqrt{2}xy + 6\sqrt{6}x + 6\sqrt{3}y - 9 = 0$; г) $c: 8y^2 + 6xy - 12x - 26y + 11 = 0$;
д) $c: 5x^2 + 5y^2 + 8xy - 18x - 18y + 9 = 0$; е) $c: 9x^2 + 16y^2 - 24xy - 10x - 70y + 125 = 0$,
зададени относно декартова координатна система $K=Oxy$, да се намери метричното канонично уравнение и координатната смяна на K , чрез която то се получава. Да се изобрази кривата спрямо K и да се определят фокусите и осите ѝ спрямо K .