

ПУ „Паисий Хилендарски”, ФМИ, катедра „Геометрия”
Упражнения по Аналитична геометрия

Уравнения на права и равнина в пространството. Сфера

1. Относно координатна система $Oxyz$ е дадена точка $A(2, 1, -1)$. Намерете уравненията на
а) равнините през т.А и перпендикулярни съответно на Ox , Oy , Oz ; б) равнините през т.А и успоредни съответно на Oxy , Oyz , Oxz ; в) равнините през т.А и минаващи съответно през Ox , Oy , Oz ; г) правите през т.А и успоредни на осите Ox , Oy , Oz .

2. Дадени са точки $A(1, 2, -2)$, $B(2, -3, 1)$ и $C(0, 1, 3)$. Намерете:

- а) уравнението на равнина през т.А и перпендикулярна на правата BC ;
б) уравнението на равнина през точките A , B и C ;
в) уравнението на височината през точката A на триъгълник ABC .

3. Дадени са точките $A(1, 2, 0)$, $B(-3, 1, 2)$ и равнината $\alpha: 2x + y - 3z + 4 = 0$. Намерете:

- а) уравнението на равнина през точка A , успоредна на α ;
б) уравнението на равнина през точките A и B , перпендикулярна на α .

4. Да се намери уравнението на равнина β , минаваща през правата $p: 3x - 2y + 1 = 0, x - y + z - 3 = 0$ и перпендикулярна на равнината $\alpha: x + 2y - z = 0$.

5. Да се намери прободът P на правата $p: x + y - 5z + 1 = 0, x - y - z + 2 = 0$ с равнината $\alpha: x + y - z + 9 = 0$. Да се намери уравнението на права през точка P и перпендикулярна на α .

6. Да се намери уравнението на равнина α , минаваща през правата $l: 2x - 3y - z = 0, 4x + y + 5z - 28 = 0$ и на разстояние $\sqrt{14}$ от $O(0, 0, 0)$.

7. Дадени са точката $M(3, 1, -4)$, равнината $\alpha: x - 4y + z + 7 = 0$ и правата $a: \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = -4 - \lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$.

Да се намери:

- а) ортогонално симетричната точка на M относно равнината α ; б) ортогонално симетричната точка на M относно правата a ; в) разстоянието от т.М до правата a .

8. Кои от следните повърхнини: $S_1: x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 7$; $S_2: x^2 + y^2 + z^2 + 8x = 0$; $S_3: x^2 + y^2 + z^2 - x - 4y - 6z + 15 = 0$ са сфери? Да се намерят центровете и радиусите на тези сфери.

9. Да се намери уравнението на сфера, която

- а) има радиус 3 и център $A(1, -1, 6)$; б) се допира до равнината $\alpha: 2x - y + z - 7 = 0$ и има център $B(1, 2, -3)$; в) се допира до координатната ос Oy и има център $C(-4, -4, 3)$.

10. Да се намери сферата S през точките $A(1, 2, 2)$, $B(1, 0, 0)$, ако центърът ѝ лежи върху правата $a: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$.

Забележка. Координатната система се счита за декартова, ако не е посочено друго условие.