Задача 1. Фирма произвежда туристически раници. Търсенето им през месеците март, април, май и юни е 100, 200, 180 и 300 бр. съответно. В течение на тези три месеца фирмата може да произведе 50, 180, 280 и 270 броя съответно (защото обемът на производство на раници зависи и от производството на други изделия). През всеки месец търсенето може да се удовлетвори за сметка на:
1) производството от текущия месец;
2) производството от предишните месеци;
3) производството от следващите месеци.
Раницата се продава за 300 лв. Във втория случай се ~~начисляват~~ начисляват разходи за съхранение от 10 лв. за една раница на месец; а в третия – 30 лв. глоба (неустойка) за просрочие на една раница за един месец. Да се построи транспортен модел за максимизиране на печалбата на фирмата от продажба на раници.

Решение:
Печалбата (от раници) е равна на приходите $780 \cdot 300 = 234000$ лв. минус разходите за производство минус разходите за складиране и неустойка. Тъй като първата компонента е фиксирана; върху втората нямаме влияние (при условието на задачата), то максималната печалба ще се постигне при минимални разходи за съхранение и глоба.
Означаваме месеците март, април, май и юни с индекси 1, 2, 3 и 4 съответно. Тогава

данните за търсенето и предлагането ще бъдат

месец	1	2	3	4
предлагане	50	180	280	270
търсене	100	200	180	300

Тъй като общото предлагане е $50+180+280+270=780$, а общото търсене – $100+200+180+300=780$, транспортният модел ще е затворен.
Означаваме с x_{ij} количеството раници, произведени през месец i и продадени през месец j, а с c_{ij} – разходите за съхранение или неустойка на раница, произведена през месец i и продадена през месец j.
Тъй като за раница, произведена през месец i и продадена през същия месец няма разходи нито за съхранение нито за глоба, то:

$$c_{11}=c_{22}=c_{33}=c_{44}=0$$

Тъй като за раница, произведена през месец i и продадена през месец j, $j>0$ се начисляват по 10 лв. за съхранение, то $c_{ij}=10(j-i)$ при $j>i$, или

$$c_{12}=10,\ c_{13}=20,\ c_{14}=30$$
$$c_{23}=10,\ c_{24}=20,\ c_{34}=10$$

За раница, произведена през месец i и продадена през месец j като $i>j$ се начислява по 30 лв. неустойка, тогава $c_{ij}=30(i-j)$ при $i>j$, или

$$c_{21}=30,\ c_{31}=60,\ c_{41}=90$$
$$c_{32}=30,\ c_{42}=60,\ c_{43}=90$$

Тогава целевата функция, подлежаща на минимизиране ще бъде:

$Z = 10x_{12} + 20x_{13} + 30x_{14} + 10x_{23} + 20x_{24} +$
$+ 10x_{34} + 30x_{21} + 60x_{31} + 90x_{41} + 30x_{32} +$
$+ 60x_{42} + 30x_{43} \to min$

Ограничения, свързани с предлагането:

$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 50$
$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 180$
$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 280$
$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 270$

Ограничения, свързани с търсенето:

$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 100$
$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 200$
$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 180$
$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 300$

Задача 2. Да се реши транспортната задача, ако векторът на предлагане е

$\vec{a} = (160, 140, 170, 130)$;

векторът на търсене –

$\vec{b} = (120, 150, 130, 200)$.

и матрицата на транспортните разходи

$$C = \begin{Vmatrix} 7 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 2 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{Vmatrix}$$

Решение:

По метода на северозападния ъгъл (без съобразяване с коефициентите c_{ij}) съставяме първоначален транспортен план:

	120	150	130	200
160	120^{7}	40^{8}	^{1}	^{2}
140	^{4}	110^{5}	30^{9}	^{8}
170	^{9}	^{2}	100^{3}	70^{6}
130	^{1}	^{4}	^{5}	130^{3}

Този план е неизроден, защото са пълни $m+n-1 = 4+4-1 = 7$ клетки. Първоначалните транспортни разходи са $Z_0 = 120.7 + 40.8 + 110.5 + 30.9 + 100.3 + 70.6 + 130.3 = 840 + 320 + 550 + 270 + 300 + 420 + 390 = 3090$

Означаваме с S_{ij} потенциалите на клетките; с u_i потенциалите на редовете и с v_j – потенциалите на стълбовете. На база на равенството

$$S_{ij} = u_i + v_j + c_{ij}$$

и като дадем на първия стълб потенциал 0 ($v_1 = 0$) определяме потенциалите на редовете и стълбовете, имайки пред вид, че потенциалите на запълнените клетки са нули:

$$S_{11} = u_1 + v_1 + c_{11} \Rightarrow 0 = u_1 + 0 + 7 \Rightarrow u_1 = -7$$
$$S_{12} = u_1 + v_2 + c_{12} \Rightarrow 0 = -7 + v_2 + 8 \Rightarrow v_2 = -1$$
$$S_{22} = u_2 + v_2 + c_{22} \Rightarrow 0 = u_2 - 1 + 5 \Rightarrow u_2 = -4$$
$$S_{23} = u_2 + v_3 + c_{23} \Rightarrow 0 = -4 + v_3 + 9 \Rightarrow v_3 = -5$$
$$S_{33} = u_3 + v_3 + c_{33} \Rightarrow 0 = u_3 - 5 + 3 \Rightarrow u_3 = 2$$
$$S_{34} = u_3 + v_4 + c_{34} \Rightarrow 0 = 2 + v_4 + 6 \Rightarrow v_4 = -8$$
$$S_{44} = u_4 + v_4 + c_{44} \Rightarrow 0 = u_4 - 8 + 3 \Rightarrow u_4 = 5$$

Това ни позволява да определим потенциалите на незапълнените клетки:

$S_{13} = u_1 + v_3 + c_{13} = -7 - 5 + 1 = -11$
$S_{14} = u_1 + v_4 + c_{14} = -7 - 8 + 2 = -13$
$S_{21} = u_2 + v_1 + c_{21} = -4 + 0 + 4 = 0$
$S_{24} = u_2 + v_4 + c_{24} = -4 - 8 + 8 = -4$
$S_{31} = u_3 + v_1 + c_{31} = 2 + 0 + 9 = 11$
$S_{32} = u_3 + v_2 + c_{32} = 2 - 1 + 2 = 3$
$S_{41} = u_4 + v_1 + c_{41} = 5 + 0 + 1 = 6$
$S_{42} = u_4 + v_2 + c_{42} = 5 - 1 + 4 = 8$
$S_{43} = u_4 + v_3 + c_{43} = 5 - 5 + 5 = 5$

Окончателно матрицата на оценките на клетките е

$$S = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & -11 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 11 & 3 & 0 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 0 \end{Vmatrix}$$

Тъй като има клетки с отрицателни оценки, транспортният план е неоптимален. Вземаме клетката с най-малка оценка — това е (1, 4); нейната оценка е −13. Изхождайки от клетка (1, 4) и движейки се само през запълнените клетки, трябва да се върнем пак в същата клетка, като е забранено да правим два последователни хода в един и същи ред или стълб. Подходящ е цикъла (означен на първата транспортна таблица) (1, 4) → (3, 4) → (3, 3) → (2, 3) → (2, 2) → (1, 2) → (1, 4). Клетките, към които прибавяме товари са през една, изхождайки от първата, т.е. (1, 4), (3, 3), (2, 2);

От другите клетки – (3,4), (2,3) и (1,2) изваждаме товари. Тъй като в (3,4) има 70; в (2,3) – 30 и в (1,2) – 40 и $\min\{70, 30, 40\} = 30$, то от тях изваждаме по 30 единици товар, които прибавяме към товарите на клетки (1,4), (3,3) и (2,2). Така получаваме нов транспортен план:

	120	150	130	200
160	120^{7}	10^{8}	^{1}	30^{2}
140	^{4}	140^{5}	^{9}	^{8}
170	^{9}	^{2}	130^{3}	40^{6}
130	^{1}	^{4}	^{5}	130^{3}

Сега транспортните разходи са $z_1 = 120.7 + 10.8 + 30.2 + 140.5 + 130.3 + 40.6 + 130.3 = 840 + 80 + 60 + 700 + 390 + 240 + 390 = 2700$

Намираме потенциалите на редовете и стълбовете ($V_1 = 0$):

$S_{11} = u_1 + V_1 + c_{11} \Rightarrow 0 = u_1 + 0 + 7 \Rightarrow u_1 = -7$

$S_{12} = u_1 + V_2 + c_{12} \Rightarrow 0 = -7 + V_2 + 8 \Rightarrow V_2 = -1$

$S_{14} = u_1 + V_4 + c_{14} \Rightarrow 0 = -7 + V_4 + 2 \Rightarrow V_4 = 5$

$S_{22} = u_2 + V_2 + c_{22} \Rightarrow 0 = u_2 - 1 + 5 \Rightarrow u_2 = -4$

$S_{34} = u_3 + V_4 + c_{34} \Rightarrow 0 = u_3 + 5 + 6 \Rightarrow u_3 = -11$

$S_{33} = u_3 + V_3 + c_{33} \Rightarrow 0 = -11 + V_3 + 3 \Rightarrow V_3 = 8$

$S_{44} = u_4 + V_4 + c_{44} \Rightarrow 0 = u_4 + 5 + 3 \Rightarrow u_4 = -8$

Сега можем да пресметнем оценките на незапълнените клетки:

$S_{13} = u_1 + V_3 + c_{13} = -7 + 8 + 1 = 2$

$S_{21} = u_2 + v_1 + c_{21} = -4 + 0 + 4 = 0$
$S_{23} = u_2 + v_3 + c_{23} = -4 + 8 + 9 = 13$
$S_{24} = u_2 + v_4 + c_{24} = -4 + 5 + 8 = 9$
$S_{31} = u_3 + v_1 + c_{31} = -11 + 0 + 9 = -2$
$S_{32} = u_3 + v_2 + c_{32} = -11 - 1 + 2 = -10$
$S_{41} = u_4 + v_1 + c_{41} = -8 + 0 + 1 = -7$
$S_{42} = u_4 + v_2 + c_{42} = -8 - 1 + 4 = -5$
$S_{43} = u_4 + v_3 + c_{43} = -8 + 8 + 5 = 5$

Така получаваме матрицата на оценките за втората транспортна таблица:

$$S = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 9 \\ -2 & -10 & 0 & 0 \\ -7 & -5 & 5 & 0 \end{Vmatrix}$$

Транспортният план е неоптимален (поради наличието на отрицателни оценки S_{ij}'). Избираме най-малката оценка – за клетка (3, 2) оценката е –10. Съставяме цикъл, изхождайки от клетка (3, 2), това е $(3,2) \Rightarrow (3,4) \Rightarrow (1,4) \Rightarrow$ $\Rightarrow (1,2) \Rightarrow (3,2)$. Ще прибавяме товари към (3, 2) и (1, 4), а ще изваждаме от (3, 4) и (1, 2). В (3, 4) има 40, а в (1, 2) – 10; $\min\{40, 10\} = 10$, следователно от (3, 4) и (1, 2) ще извадим 10, а към (3, 2) и (1, 4) ще прибавим 10. Така получаваме третата транспортна таблица:

	120	150	130	200	u_i
160	$\overset{7}{120}$	8	1	$\overset{2}{40}$	$u_1=-7$
140	4	$\overset{5}{140}$	9	8	$u_2=-14$
170	9	$\overset{2}{10}$	$\overset{3}{130}$	$\overset{6}{30}$	$u_3=-11$
130	1	4	5	$\overset{3}{130}$	$u_4=-8$
v_j	$v_1=0$	$v_2=9$	$v_3=8$	$v_4=5$	

$$Z_2=120.7+40.2+140.5+10.2+130.3+30.6+$$
$$+130.3=840+80+700+20+390+180+390=$$
$$=2500$$

$$S=\begin{Vmatrix} 0 & 10 & 2 & 0 \\ -10 & 0 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 5 & 5 & 0 \end{Vmatrix}$$

Отново транспортният план е неоптимален; клетката с най-малка оценка е (2, 1). Цикълът е $(2,1)^{(+)} \to (1,1)^{(-)} \to (1,4)^{(+)} \to (3,4)^{(-)} \to (3,2)^{(+)} \to (2,2)^{(-)} \to (2,1)^{(+)}$. В клетките с (−) товарите са: (1, 1) − 120; (3, 4) − 30; (2, 2) → 140; $\min\{120; 60; 140\}=30$. Така, че от товарите в клетки (1, 1), (3, 4) и (2, 2) ще изваждам 30, а към товарите в клетки (2, 1), (1, 4) и (3, 2) ще прибавим 30. Така получаваме таблица, съответстваща на четвърти транспортен план

	120	150	130	200	u_i
160	90^{7}	^{8}	^{1}	170^{2}	−7
140	30^{4}	110^{5}	^{9}	^{8}	−4
170	^{9}	40^{2}	130^{3}	^{6}	−1
130	^{1}	^{4}	^{5}	130^{3}	−2
v_j	0	−1	−2	5	

$Z_3 = 630+140+120+550+80+390+390 =$
$= 2300$

$$S = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \\ 8 & 0 & 0 & 10 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{Vmatrix}$$

Този план също не е оптимален. Клетката с минимална (отрицателна) оценка е (1, 3). Образуваме цикъла $(1,3)^{(+)} \to (1,1)^{(-)} \to (2,1)^{(+)} \to (2,2)^{(-)} \to (3,2)^{(+)} \to (3,3)^{(-)} \to (1,3)$.
В клетките с (−) имаме товари (1, 1) − 90; (2, 2) − 110 и (3, 3) − 130. Тъй като min{90, 110, 130} = 90, то от тези клетки вадим 90 единици товар, а в клетките с (+) (1, 3), (2, 1) и (3, 2) прибавяме 90. Така получаваме петата транспортна таблица:

	120	150	130	200	u_i
160	^{7}	^{8}	90^{1}	70^{2}	$u_1 = 1$
140	120^{4}	20^{5}	^{9}	^{8}	$u_2 = -4$
170	^{9}	130^{2}	40^{3}	^{6}	$u_3 = -1$
130	^{1}	^{4}	^{5}	130^{3}	$u_4 = 0$
v_j	$v_1 = 0$	$v_2 = -1$	$v_3 = -2$	$v_4 = -3$	

$Z_4 = 90 + 140 + 480 + 100 + 260 + 120 + 390 = 1580$

$$S = \begin{Vmatrix} 8 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 8 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \end{Vmatrix}$$

Тъй като всички оценки $s_{ij} \geq 0$ са неотрицателни, този транспортен план е оптимален, т.е. $Z_{min} = Z_4 = 1580$. Получава се при

$x_{11} = 0,\ x_{12} = 0,\ x_{13} = 90,\ x_{14} = 70$
$x_{21} = 120,\ x_{22} = 20,\ x_{23} = 0,\ x_{24} = 0$
$x_{31} = 0,\ x_{32} = 130,\ x_{33} = 40,\ x_{34} = 0$
$x_{41} = 0,\ x_{42} = 0,\ x_{43} = 0,\ x_{44} = 130.$

Задача 3. Съществуват четири бази A_1, A_2, A_3 и A_4 и четири търговски пункта B_1, B_2, B_3 и B_4. Разстоянията между базите и търговските пунктове са зададени с матрицата

$$\begin{Vmatrix} 9 & 3 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 11 \\ 5 & 8 & 8 & 4 \\ 6 & 12 & 5 & 9 \end{Vmatrix}$$

Необходимо е да се намери такова взаимноеднозначно съответствие между бази и търговски пунктове, при което сумата от разстоянията да е минимална.

Решение:

Намираме минимумите по редове и ги изваждаме от всеки елемент от съответния ред:

9	3	4	8	−3
4	6	7	11	−4
5	8	8	4	−4
6	12	15	9	−6

→

6	0	1	5
0	2	3	7
1	4	4	0
0	6	9	3

Намираме минимумите по стълбове и ги изваждаме от всеки елемент от съответния стълб

6	0	1	5
0	2	3	7
1	4	4	0
0	6	9	3
−0	−0	−1	−0

→

6	0	0	5
0	2	2	7
1	4	3	0
0	6	8	3

Вторият ред е с една нула - ограждаме я (на позиция (2,1)) и зачеркваме нулата на позиция (4,1). Вторият и третият стълб са с по една нула - избираме нулата на позиция (1,2) и я ограждаме, а нулата на позиция (1,3) - зачеркваме. Нулата на позиция (3,4) е сама в реда и стълба си, затова я ограждаме. Получаваме

6	0	~~0~~	5
0	2	2	7
1	4	3	0
~~0~~	6	8	3

Оградените нули са 3, така че плана не е оптимален.

Минималният брой линии, зачеркващи всички нули е 3 — първият ред и първият и четвърти стълб. Получаваме

6	0	0	5
0	2	2	7
1	4	3	0
0	6	8	3

Минимума на числата в незачеркнатите позиции е

$$\min\{2, 2, 4, 3, 6, 8\} = 2$$

От всички незачеркнати клетки вадим 2; ~~от~~ към пресечните клетки на зачеркващите линии (1, 1) и (1, 4) — прибавяме 2, а останалите — без промяна. Ще имаме

8	0	0	7
0	0	0	7
1	2	1	0
0	4	6	3

В четвъртия ред има една нула (на позиция (4, 1)) — ограждаме я и зачеркваме тази на позиция (2, 1). В четвърти стълб има една нула (на позиция (3, 4)) — ограждаме я. Така получаваме таблицата

8	0	0	7
0	0	0	7
1	2	1	0
0	4	6	3

От останалите нули ограждаме тази на позиция (2, 2), тези които са на същия ред (на позиция (2,3)) и стълб (на позиция (1,2)) зачеркваме. Нулата на позиция (1,3) също я ограждаме. Така получаваме таблицата

8	$\cancel{0}$	0	7
$\cancel{8}$	0	$\cancel{0}$	7
1	2	1	0
0	4	6	3

Сега във всеки ред и стълб има по една нула $\Rightarrow$ планът е оптимален. Разпределението търговски бази – обекти е

от A_1 към B_3 с разход 4
от A_2 към B_2 — " — 6
от A_3 към B_4 — " — 4
от A_4 към B_1 — " — 6

минимален общ разход 20

Задача 4. Дадени са три вида финансови инструменти A, B и C. Техните доходности са $r_A=10$, $r_B=15$ и $r_C=25$; рисковете им са $\sigma_A=4$, $\sigma_B=6$ и $\sigma_C=10$; а ковариациите – $cov_{A,B}=15$, $cov_{A,C}=-6$ и $cov_{B,C}=10$.

Да се намерят:

а) структурата на портфейл, съставен от трите финансови инструмента с доходност не по-малка от тази на B и минимален риск;

б) структурата на портфейл, съставен от трите финансови инструмента с риск не по-голям от този на B и максимална доходност.

Решение:

Първо да съставим формулите за доходност-

та и риска на портфейл, съдържащ A, B и C.
За доходността r_p ще имаме:

$$r_p = r_A n_A + r_B n_B + r_C n_C = 10n_A + 15n_B + 25n_C$$

Но $n_A + n_B + n_C = 1 \Rightarrow n_C = 1 - n_A - n_B$
Така получаваме

$$r_p = 10n_A + 15n_B + 25(1 - n_A - n_B) = 25 - 15n_A - 10n_B$$

Сега да пресметнем σ_p^2:

$$\sigma_p^2 = \sigma_A^2 n_A^2 + \sigma_B^2 n_B^2 + \sigma_C^2 n_C^2 + 2cov_{A,B} n_A n_B + 2cov_{A,C} n_A n_C + 2cov_{B,C} n_B n_C =$$
$$= 16n_A^2 + 36n_B^2 + 100(1 - n_A - n_B)^2 + 30n_A n_B - 12n_A(1 - n_A - n_B) + 20n_B(1 - n_A - n_B) =$$
$$= 16n_A^2 + 36n_B^2 + 100 + 100n_A^2 + 100n_B^2 - 200n_A - 200n_B + 200n_A n_B + 30n_A n_B - 12n_A + 12n_A^2 + 12n_A n_B + 20n_B - 20n_A n_B - 20n_B^2 =$$
$$= 128n_A^2 + 116n_B^2 + 222n_A n_B - 212n_A - 180n_B + 100$$

а) Трябва да решим оптимизационната задача

$$\sigma_p^2 = 128n_A^2 + 116n_B^2 + 222n_A n_B - 212n_A - 180n_B + 100 \Rightarrow min$$

при $r_p = 25 - 15n_A - 10n_B \geq 15$

Знаем, че при тези задачи от квадратичното оптимиране решението се постига на границата, затова

$$r_p = 25 - 15n_A - 10n_B = 15 \Rightarrow$$
$$10 = 15n_A + 10n_B$$

Тази задача се свежда до задача за екстремум на една променлива - изразяваме $n_B = 1 - 1{,}5n_A$ и заместваме в целевата функция:

$$\sigma_p^2 = 128n_A^2 + 116(1 - 1{,}5n_A)^2 + 222n_A(1 - 1{,}5n_A)$$

$-212n_A - 180(1-1,5n_A) + 100 =$
$= 128n_A^2 + 116 - 348n_A + 261n_A^2 + 222n_A$
$-333n_A^2 - 212n_A - 180 + 270n_A + 100 =$
$= 56n_A^2 - 68n_A + 36$

Приравняваме първата производна на целевата функция на нула:

$(\sigma_p^2)' = 112n_A - 68 = 0 \Longleftrightarrow n_A = 0,607$

Тогава ще имаме

$$(\sigma_p^2)_{min} = \sigma_p^2(n_A = 0,607) =$$
$$= 56.(0,607)^2 - 68.0,607 + 36 = 15,357$$

За минималният риск на този оптимален портфейл получаваме

$$(\sigma_p)_{min} = \sqrt{15,357} \cong 3,92,$$

т.е. получихме портфейл, който е по-малко рисков и от А (още по-вече от В), а има същата доходност като В.

От $n_A = 0,607$ получаваме $n_B = 1 - 1,5n_A =$
$= 1 - 1,5.0,607 = 0,0895 \Rightarrow n_C = 1 - n_A - n_B =$
$= 1 - 0,607 - 0,0895 = 0,3035$, т.е. А – 60,7%, В – 8,95% и С – 30,35%. Поразителното е, че в този портфейл с доходността на В тъкмо В участва най-малко (само с около 9%, което е контраинтуитивно).

б) Сега задачата е

$$r_p = 25 - 15n_A - 10n_B \rightarrow max$$

при $\sigma_p^2 = 128n_A^2 + 116n_B^2 + 222n_An_B - 212n_A - 180n_B + 100 \le \sigma_B^2 = 36$

Съставяме функцията на Лагранж

$$\mathcal{L}(n_A, n_B; \lambda) = 25 - 15n_A - 10n_B + \lambda(128n_A^2 + 116n_B^2 + 222n_An_B - 212n_A - 180n_B + 64)$$

Условията от първи ред на тази задача са:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_A} = -15 + \lambda(256n_A + 222n_B - 212) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_B} = -10 + \lambda(232 n_B + 222 n_A - 180) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 128 n_A^2 + 116 n_B^2 + 222 n_A n_B - 212 n_A - 180 n_B + 64 = 0$$

От първите две уравнения получаваме

$$256 n_A + 222 n_B - 212 = \frac{15}{\lambda}$$

$$232 n_B + 222 n_A - 180 = \frac{10}{\lambda}$$

Разделяме левите и десни страни на първото равенство със съответните страни на второто:

$$\frac{256 n_A + 222 n_B - 212}{232 n_B + 222 n_A - 180} = 1,5$$

или

$$256 n_A + 222 n_B - 212 = 348 n_B + 333 n_A - 270 \Rightarrow$$

$$77 n_A + 126 n_B = 58 \Rightarrow n_B = 0,46 - 0,611 n_A$$

Заместваме в третото уравнение и получаваме

$$128 n_A^2 + 116(0,46 - 0,611 n_A)^2 + 222 n_A(0,46 - 0,611 n_A) - 212 n_A - 180(0,46 - 0,611 n_A) + 64 = 0$$

или

$$128 n_A^2 + 24,55 - 65,21 n_A + 43,31 n_A^2 + 102,12 n_A - 135,64 n_A^2 - 212 n_A - 82,8 + 109,98 n_A + 64 = 0$$

Окончателно получаваме квадратното уравнение $35,67 n_A^2 - 65,11 n_A + 5,85 = 0$. Имаме $D = (65,11)^2 - 4 \cdot 35,67 \cdot 5,85 \cong 3405$ и $\sqrt{D} \cong 58,35$

Тогава $(n_A)_{1,2} = \frac{65,11 \pm 58,35}{}$. При знак „+" корена е вън от инт. $71,34$ $n_A \in [0, 1]$, затова $n_A = 0,095$. Тогава получаваме $n_B = 0,402$ и $n_C = 0,503$. Така за максималната доходност ще имаме $(\tau_p)_{max} = \tau_p(n_A = 0,095, n_B = 0,402) = 25 - 15 \cdot 0,095 - 10 \cdot 0,402 = 19,555$.