

**МАТЕМАТИЧЕСКИ
ОСНОВИ**

на

**Международните
Икономически Отношения**



Асен Христов

Пловдив

2019

Съдържание

| | |
|---|----|
| Предговор..... | 3 |
| 1. Значение на международния икономикс..... | 6 |
| 2. Световно стопанство..... | 7 |
| 3. Ранни концепции за международната търговия..... | 9 |
| 3.1. Обща постановка..... | 9 |
| 3.2. Меркантилизъм..... | 9 |
| 3.3. Концепция на Адам Смит за абсолютните предимства..... | 10 |
| 3.4. Концепция на Дейвид Рикардо за относителните предимства..... | 11 |
| 4. Усъвършенстван модел на Дейвид Рикардо..... | 12 |
| 5. Модел на международната търговия, основаващ се на частичния равновесен модел..... | 24 |
| 5.1. Частичен равновесен модел..... | 24 |
| 5.2. Модел на малка и отворена икономика..... | 25 |
| 5.3. Двустранен модел..... | 27 |
| 6. Основни оптимизационни модели в микроикономиката..... | 31 |
| 6.1. Оптимално поведение на фирмата..... | 31 |
| 6.2. Оптимално поведение на потребителя..... | 36 |
| 7. Модел на Хекшер-Олин..... | 38 |
| 7.1. Същност на модела на Хекшер-Олин..... | 38 |
| 7.2. Конструирание на пример за проверка на теоремата на Хекшер-Олин..... | 39 |
| 7.3. Анализ на производството без наличието на стокообмен между двете страни..... | 40 |
| 7.4. Анализ при наличието на стокообмен между двете страни..... | 45 |
| 7.5. Изравняване на цените на ресурсите в модела на Хекшер-Олин..... | 51 |
| 8. Влияние на вносните мита върху международната търговия..... | 53 |
| 8.1. Международна търговска политика..... | 53 |
| 8.2. Модел на малка и отворена икономика..... | 56 |
| 8.3. Модел на двустранен търговски обмен. Митнически войни..... | 60 |

| | |
|--|----|
| 9. Влияние на валутните курсове върху международната търговия... | 65 |
| 10. Несъвършена конкуренция в международната търговия..... | 71 |
| 10.1. Равновесие при монополизиран пазар..... | 72 |
| 10.2. Модели на международна търговия, включващи монопол..... | 73 |
| Литература..... | 78 |

Предговор

Икономическият обмен между страните в света не е от вчера – той съществува от дълбока древност и е играл определена роля в живота на хората, определял е съдбите на кралства и империи. Но в съвременния, все по-глобализиран и мрежово-свързан свят, ролята на международния обмен на стоки, услуги и капитали е определяща за развитието на всяка отделна държава. Световната икономика (наричана от някои автори мегаикономика) е третото ниво на теоретичната и приложна икономика, след микроикономиката и макроикономиката. Но основните методи за анализ на международните икономически отношения са два – микроикономически и макроикономически.

В настоящият учебник са положени основите на микроикономическия анализ на международния стокообмен, като са използвани математическите методи на „неокласическия анализ“.

Настоящата работа се състои от 10 параграфа. В първия параграф са очертани основните теми и въпроси, предмет на микроикономическия анализ на световната търговия. Вторият параграф е посветен на някои основни аспекти на световното стопанство и отношението на отделните страни спрямо него – в качеството им на затворени или отворени икономика. Въпреки, че междудържавна търговия съществува в древността, появата на научни концепции за нея започват в модерната епоха – през XVI-XVIII в. В третия параграф са изложени накратко първите (исторически появили се) концепции за световната търговия – концепцията на меркантилизма и теориите за абсолютните и относителни предимства. Всички те се стремят да отговорят на въпросите: какво обуславя международния стокообмен и кой печели от него. Най-правдоподобната от тези концепции е теорията на Дейвид Рикардо за относителните (сравнителни) предимства – на нея е посветен четвърти параграф, където тя е подкрепена с няколко математически модела. В петия параграф са анализирани няколко модела, основаващи се на (базовия за микроикономиката) модела на частичното микроикономическо равновесие.

За да бъде разбрано изложението в седми параграф (най-труден от икономическа и математическа гледна точка) в шестия параграф е дадено място на двата основни оптимизационни модели в микроикономиката, определящи поведението на фирмите и потребителите. В седми параграф е изложена и подкрепена с математически модел съвременната теория на Хекшер–Олин за факторната надареност като мотив за международен обмен и производствена специализация. Тя не подменя теорията на Д. Рикардо, а я обяснява и надгражда. Отделено е място и за едно важно следствие на теоремата на Хекшер–Олин – теоремата за изравняването на факторните цени.

Последните три параграфа са естествено продължение и по-задълбочено разглеждане на разглежданията в петия параграф. В осми параграф в моделите, основаващи се на частичния равновесен модел в условие на свободна търговия са заменени с

модели, използващи някакви форми на протекционизъм – въвеждане на вносно или износни мита. Разгледан е както случая на малка и отворена икономика, така и случая на двустранен стокообмен, в частност ситуацията, ползваща се с наименованието „митнически войни“. В девети параграф е анализирано влиянието на валутните курсове върху показателите на международния стоков обмен. Във всички параграфи без последния, разглежданията и съответните икономико-математически модели са направени с презумпцията, че във всяка от страните съществува съвършена конкуренция. Последният, десети параграф е посветен на модели с несъвършена конкуренция – разгледан е монопол, явяващ се вносител на част от ресурсите, необходими за производството му и износител на част от продукцията си.

Във всички разглеждани математически модели на международна търговия са направени сравнителни оценки на общественото благосъстояние в страните-участнички в стокообмена. Налага се изводът, че търговията между страните може да бъде взаимноизгодна, а протекционистичните мерки обикновено не постигат резултата, който целят и намаляват общественото благосъстояние.

В настоящия учебник са разгледани само микроикономически модели на международните икономически отношения. Съществуват също така и модели с макроикономическа обосновка. Като цяло, разглежданата в тази работа тематика е бурно развиваща се – много от нобеловите награди за икономика се присъждат за приноси в тази област.

Настоящият учебник е написан, за да подпомогне избираема дисциплина със същото име за студентите от Факултета по математика и информатика при ПУ „П. Хилендарски“. Тя може да бъде полезна за всички математици и информатици с интерес към икономиката и за всички икономисти с интерес (и опит) към математиката.

1. Значение на международния икономикс

В курсовете по микроикономика и макроикономика се разглежда развитието на индивидуалните пазари и на националното стопанство (съответно) преди всичко в условията на затворена икономика. Но на съвременният етап е невъзможно да се анализира реалната икономика в която и да било страна, без да се вземат пред вид връзките, които тя има с останалата част на света. Вносът на разнообразни продукти ни дава възможност да задоволим и развием потребностите си и да повишим жизнения си стандарт. Същевременно, нашият износ допринася за растежа на брутният продукт и развитието на националното ни стопанство.

Паралелно на проблемите, свързани с външната търговия възниква и кръг от въпроси, свързани с валутните отношения между страните. Всяка страна сама избира валутнокурсния си режим и според него реализира платежни отношения с търговските си партньори. Някои от националните валути играят водеща роля в световното стопанство – това са щатският долар, еврото, британският паунд, швейцарският франк и йената. Други валути, като българският лев, имат по-скромно присъствие на валутните пазари и сделки с тях се сключват само в рамките на националното стопанство.

Цялото многообразие на международните икономически отношения могат да се групират в три сфери:

- Външна търговия (реални стокови потоци);
- Международен капиталов обмен (капиталови потоци);
- Международен валутен обмен.

Същевременно, тези отношения се изграждат на договорно-правна основа.

Съвременното стопанство се характеризира със силна обвързаност между страните. Част от връзките имат формален характер и се основават на постигнати договорености в рамките на международни организации за икономическо сътрудничество, каквито се явяват ЕС, АСЕАН (Асоциация на страните от Югоизточна Азия – Индонезия, Сингапур, Малайзия, Филипините, Виетнам, Лаос, Камбоджа, Тайланд, Бирма, Бруней), НАФТА (Североамериканско споразумение за свободна търговия – САЩ, Канада, Мексико), МЕРКОСУР (Южноамерикански общ пазар – Аржентина, Бразилия, Уругвай, Парагвай, Венецуела) и др. Същевременно, 162 държави (по-лесно е да се изброят тези, които не участват, като Беларус, Сърбия, Босна, Алжир, Либия, Северна Корея) са членове на СТО (Световна търговска организация), която има за цел да координира либерализацията на световната търговия. Много междудържавни организации с по-широка дейност също включват в своите обсъждания международните икономически отношения, това са ОИСР (Организация за икономическо сътрудничество и развитие), Г-7 (САЩ, Япония, ФРГ, ОК, Франция, Италия, Канада), Г-20 и др.

Отвореността на националната икономика става проводник на положително или неблагоприятно отражение на фискалната и парична (монетарна) политика, провеждана от големите партньори в една относително по-малка страна. В тази позиция се намира България. В режим на паричен съвет страната с фиксиран курс няма възможност да прави самостоятелна парична политика, която в противен случай се явява мощен инструмент за справяне с икономическите кризи и предизвикателства.

Глобализацията като всеобхватен съвременен процес засяга всички страни и народи. Много български работници напуснаха страната, за да предложат трудовите си услуги в страни от ЕС, САЩ, Канада и др. Същевременно големи световни фирми се установиха в България и произвеждат значителна част от БВП на страната. Тези процеси са неизбежни, но поставят значими въпроси пред вида и насоките на провежданата макроикономическа политика.

Всички тези въпроси в една или друга степен са предмет на международния икономикс. От друга страна, методите за изследване на световната икономика се обособяват в две големи групи – микроикономически и макроикономически.

Микроикономическият анализ се използва основно при изследване на реалните потоци между страните и дава отговор на въпросите:

- Какви фактори определят асортимента, обема и направлението на външно-търговския оборот?
- От какво се определя пропорцията на стоковия обмен между страните?
- Как въздейства външната търговия на благосъстоянието на всяка от страните, участващи в нея и на световното стопанство като цяло?
- Как в хода на външната търговия се формират валутните курсове – цените на националните парични единици на световния валутен пазар?
- Какво е влиянието на митата и други протекционистки мерки върху цените, обемите на международната търговия и благосъстоянието на народите, участващи в нея?

2. Световно стопанство

В ранните етапи от развитието на човешкото общество преобладават затворените, самозадоволяващи се стопански структури. Затворената икономика се характеризира с отделни, обособени производители и потребители, които нямат или рядко осъществяват връзки по между си. Наричаме ги още традиционни стопанства. Те нямат съществени позитивни черти освен предпоставките, които създават за развитие на производството чрез задълбочаване на разделението на труда и постепенна специализация на производството. Непосредствените производители са

фактически под юридическия диктат на собствениците на земята – короната, аристокрацията или църквата. Те нямат големи стимули да развиват както технологиите с които работят, така и продуктите, които произвеждат. Системата на присвояване на създадените от господстващите прослойки снижава ефективността и води до примитивно производство и потребление. Така например, в края на XVII в. във Франция (една от най-развитите европейски държави по онова време) около 15% от населението измира в следствие на две последователни години с изключително слаби реколти, докато в съседна Британия реколтите са били прилични и хората са оцелели. Това е било така заради ограничената търговия с храни. Превозването им е било много скъпо и изхранването на хората невъзможно.

В условията на преобладаващо затворени стопанства съществуват и пазарни отношения – както на границата на формиранията, така и между държавите. В този смисъл не може да се говори за напълно затворени икономики.

На съвременния етап трудно може да се посочи държава, чиято икономика е близо до определението за затворено стопанство. Всички държави в света, дори и най-бедните, общуват икономически със съседите си или с някой голям търговски партньор, който използва работната им сила или природните им дадености.

Отворената икономика е доминиращата форма, характеризираща стопанствата на съвременните държави. Тя представлява такъв тип икономика, която активно осъществява връзки с останалата част на света. Търговията със стоки и услуги е една от формите на реализация на отвореността. Тя се допълва от валутните отношения, формирането на митнически и/или икономически съюзи между няколко държави, дейността на транснационалните фирми и достъпа до трудовите пазари. Отвореността генерира взаимна зависимост между страните. За по-слабо развитите в икономическо отношение държави тя е важен фактор за развитието – чрез навлизането на нови технологии и по-добри форми на мениджмънт и маркетинг.

Степента на отвореност на една икономика може да се измери количествено. За целта се съставя коефициент на отвореност, който се основава на отношението на износа, вноса или общо външната търговия спрямо brutния вътрешен продукт. При тези съпоставки размерите на износа, вноса или БВП трябва да са приведени в една и съща мерна единица, при съответно ниво на цените текущи или постоянни.

Така получаваме различните степени на отвореност:

$$\text{Степен на отвореност} = \frac{\text{Износ}}{\text{БВП}}$$

$$\text{Степен на отвореност} = \frac{\text{Внос}}{\text{БВП}}$$

$$\text{Степен на отвореност} = \frac{\text{Износ} + \text{Внос}}{\text{БВП}}$$

За теоретичните анализи на външната търговия обикновено се използват два (базови) модела: на малката страна с отворена икономика и двустранния модел. В първият се предполага, че обемът на външната търговия на разглежданата страна не влияе на цените на световния пазар и в този смисъл страната е малка. Във втория модел международната търговия се свежда до стокообмен между две страни, всяка от които със своя експорт и импорт въздейства върху пазарната конюнктура в другата страна.

3. Ранни концепции за международната търговия.

3.1. Обща постановка. При анализа на международните икономически отношения има няколко основни въпроса, на които отделните концепции дават различни отговори. Тези въпроси са:

- Каква е базата за осъществяване на сделки в световното стопанство? В тази връзка, кои са факторите, определящи международната алокация на ресурсите и стоките и съответстващата специализация на отделните страни?
- Какво и колко печелят съответните участници в международните сделки?
- Какъв е обхватът и структурата на международните търговски сделки? Какви стоки предлагат страните за износ и какви са техните предпочитания за вносни стоки?
- Какви са оптималните условия, при които държавите търгуват?

3.2. Меркантилизъм. Меркантилизмът е икономическа теория и политика, появила се около 1500 г. в Италия и развивана през XVI – XVIII век в Испания, Португалия, Франция, Нидерландия и Англия. Това е концепция, развила се през епохата на Великите географски открития и първата вълна на колонизация, способствали за увеличаването на световната търговия. Видни представители на меркантилизма в Англия са били Уйлям Стафорд и Томас Мън; във Франция – Антоан Монкретиен и Жан–Батист Колбер; в Италия – Антонио Сера и Гаспари Скаруфи. Характеристиката на икономическите им виждания включва следните основни пунктове:

- Богатството на една държава се измерва в наличното злато и сребро, което тя притежава. То е неизменно в световен мащаб. Външната търговия само го разпределя, но не може да го увеличи. В световен мащаб търговията е дейност с нулев резултат (zero-sum game).
- В рамките на годината е препоръчително повече да се изнася, отколкото да се внася. Така механично нараства богатството на държавата. Желателно е страната да се стреми към положителен търговски баланс. За да се получи това, политиката, която провежда държавата, трябва да е насочена към промоции спрямо националното производство – реализирана главно чрез митата.

В съвременната икономическа мисъл и практика съществува неомеркантилистско направление, според което държавата трябва да осъществява стриктен контрол върху икономиката чрез поддържане на експортно ориентиран модел на икономически растеж.

3.3. Концепция на Адам Смит за абсолютните предимства. Адам Смит (1723-1790) е родоначалник на зрелия икономически класицизъм и на модерната икономическа мисъл. Главният му труд „Богатството на народите“ е една от най-значимите и до днес книги в областта на икономическата теория.

По отношение на външната търговия Смит не споделя възгледите на меркантилистите, че тя е непроизводителна дейност, преразпределяща натрупаното богатство на нациите. Напротив, според него размяната е фактор на икономически растеж. Чрез нея (дори и при отрицателен платежен баланс) е възможно страните да получат по-големи изгоди, отколкото в условията на затворена икономика.

Адам Смит е създател на теорията за абсолютните предимства в международната търговия. От гледна точка на ресурсите, абсолютно предимство има страната, която използва по-малко ресурси за производството на единица от дадената стока. Специализацията в производството е разбрана като създаване на по-големи обеми от стоката, отколкото се нуждае националното потребление. В резултат на специализацията печели както отделната държава, така и световното стопанство. Рестрикциите върху вноса намаляват печалбите от специализацията и правят нацията по-бедна.

Едно по-детайлно изложение на модела на Смит изисква следните предварителни условия:

- разглеждат се страните A и B , произвеждащи стоките X и Y ;
- трудът е единствен производствен фактор. Той се измерва с времетраене, в случая – една година;
- възможна е пълна специализация на всяка от страните върху един от продуктите.

При тези условия, производителността на една единица труд в страните A и B за стоките X и Y се задава с таблицата

| | Стока X | Стока Y |
|------------|-----------|-----------|
| Страна A | 6 | 3 |
| Страна B | 4 | 5 |

Съгласно закона на Смит за абсолютните предимства, страната A трябва да се специализира в производството на стоката X , тъй като тя произвежда за единица ресурс 6 количествени единици от нея, а страната B – 4. Аналогично, страната B трябва да се специализира в производството на стоката Y .

Ако приемем, че всяка от страните разполага с една единица от ресурса, то резултатът от специализацията ще бъде следния

| | Стока X | Стока Y | Нетен резултат по страни |
|-------------------------|---------|---------|--------------------------|
| Страна A | +6 | -3 | +3 |
| Страна B | -4 | +5 | +1 |
| Нетен резултат по стоки | +2 | +2 | |

Обаче, наличието на подобни абсолютни преимущества може да обясни само малка част от международния стокообмен. Това е така, защото тази концепция не отговаря на въпроса – а какво би станало, ако една нация е по-ефективна и по отношение на двете стоки? Тогава не са ясни стимулите на търговските ѝ партньори да внасят продукти, без да имат износ и съответните му приходи.

3.4. Концепция на Дейвид Рикардо за относителните предимства. Най-значимото произведение на Дейвид Рикардо (1772-1823) е „За принципите на политическата икономия и данъчното облагане“ (1817). Идеята за сравнителните (относителните) предимства на една страна пред друга (по отношение на дадена стока) е свързана (също) с разхода на труд за направата на единица от стоката.

Примерът на Рикардо за международната търговия е с производството на вино и вълнен плат (сукно) във Великобритания и Португалия. Тъй като двете страни имат различни производителности на ресурсите, и най-вече на труда, в Англия производството на сукното (една количествена единица) изисква труда на 100 работници, а на вино – 120. В Португалия за производството на стоките са необходими съответно 90 и 80 работници. Според концепцията на А. Смит по-ефективен производител би бил Португалия, който разполага с абсолютно предимство и при двете стоки. Но, според Д. Рикардо при развити търговски отношения Великобритания има интерес да изнася сукно и да внася вино от Португалия, а за Португалия би било по-изгодно да изнася вино срещу плат. В основата на размяната стои законът за сравнителните предимства. Когато Великобритания произвежда плат, тя жертва по-малко труд, а оттам и литри вино, за да създаде един метър от сукното. По същият начин Португалия жертва по-малко плат за производството на единица вино. В числово отношение нещата изглеждат така: ако Англия се откаже от 1 л. вино, тя може да произведе 1,2 м² плат, а в Португалия за сметка на съкращаване на производството на 1 л. вино ще се произведе 8/9 м² плат. Съответно, ако Португалия съкрати производството на 1 м² плат, ще може да произведе със същите разходи на труд 1,125 л. вино, а Англия при съкращаване на производството на 1 м² плат – 5/6 л. вино. Ако приемем, че всяка от страните се нуждае от 1 л. вино и 1 м² плат, то при отсъствието/наличието на стокообмен между двете страни калкулациите изглеждат така:

| стока | Отсъствие на стокообмен | | Наличие на стокообмен | |
|-----------------------|-------------------------|------------|-----------------------|------------|
| | Англия | Португалия | Англия | Португалия |
| 1 м ² плат | 100 | 90 | 200 | - |
| 1 л. вино | 120 | 80 | - | 160 |
| | 220 | 170 | 200 | 160 |

Специализацията в производството на стоките (Англия - 1 м² плат, Португалия – 2 л. вино) съкращава разходите за производството на този набор от стоки в Англия с 20 работници, а в Португалия с 10.

Американският икономист Готфрид Хаберлер в 1936 г. доразвива тази идея на Д. Рикардо като въвежда в анализа категорията маргинални алтернативни разходи (МОС) – цената на производството на единица допълнителен продукт, изразена като жертвани обеми от друг продукт. Материалните алтернативни разходи са категория на производството, а не на размяната. Те изразяват разликата в производствените възможности на страните. Измерват се в натурални величини – метри, литри, килограми и др. Чрез тях идеята на Д. Рикардо за сравнителните предимства може да се илюстрира не от гледна точка участващия в производството трудов ресурс, а чрез обемите произвеждан продукт за единица време.

Законът за сравнителните предимства изисква сравняване на маргиналните алтернативни разходи за двете стоки между двете страни (ако разглеждаме този опростен модел). По-ефективна като производител е тази страна, която за дадена стока има по-ниски маргинални алтернативни разходи.

4. Усъвършенстван модел на Д. Рикардо

Обаче, в изложената от Д. Рикардо концепция не става ясно:

- по какви цени (в какви пропорции)
- какъв обем стоки

трябва да обменят партньорите, за да постигнат максимални изгоди от международния стокообмен. Това е така, защото в първоначалния модел на Д. Рикардо отсъстват функциите на търсене (ползност) и бюджетните ограничения (производствените потенциали) на страните. Допълвайки модела с необходимите данни и използвайки инструментите на микроикономическия анализ, теорията на сравнителните предимства може да се представи в по-завършен вид. За целта във всяка от страните трябва да се определят:

- обемите на наличните производствени ресурси;
- технологиите за производство на стоките;
- функциите на търсене или ползност.

Различията между страните в тези изходни данни са в основата на специализацията на производството и взаимноизгодния стокообмен.

Сега ще дадем две определения. **Линия на производствените възможности** на една страна е линията, състояща се от точки с координати – количествата от двете стоки, които могат да се произведат при пълно оползотворяване на ресурсите. **Офертна линия** (или линия на търговско предлагане) на дадена страна е линията, получена от съединяване на точките с координати – количествата от двете стоки, която страната консумира (от собствено производство и внос) при различни съотношения на цените на двете стоки и оптимизиране на вътрешното търсене (ползност). Последните линии са разработени от А. Маршал и И. Еджуърт. Те са графична илюстрация на обемите внос, които една страна е в състояние да предложи на световния пазар (представен от една друга страна поради спецификата на илюстрирането в двумерно пространство) и съответните желания за внос. В този смисъл те съдържат елементи и на търсенето (вноса) и на предлагането (износа). От пресичането на офертните линии за двете страни се намира оптималното съотношение на цените на двете стоки, което прави международния стокообмен максимално взаимноизгоден.

Задача 1. Нека в Англия и Португалия за производството на вино и сукно могат да се изразходват общо по 10800 единици труд ($L_A = L_P = 10800$). Приемаме, че данните за производителността за двата продукта в двете страни са същите, като в първоначалния пример и производителността е постоянна при увеличаването на количеството вложен труд. Потребителските предпочитания на населението на двете страни са еднакви и се характеризират с функцията на ползност

$$U = (Q_T + 30)(Q_W + 10),$$

където Q_T е количеството потребено сукно (в m^2), а Q_W – вино (в л.).

- а) Да се определят линиите на производствените възможности за двете страни и да се намерят оптималните произведени количества без наличието на стокообмен между страните.
- б) Да се определят: офертните линии за двете страни; оптималното съотношение на цените на двете стоки и разпределението на количествата внос и износ по стоки и страни при това съотношение на цените.

Решение:

- а) В Англия производството на плат се изразява чрез производствената функция

$$Q_{T,A} = \frac{L_T}{100},$$

а производството на вино –

$$Q_{W,A} = \frac{L_W}{120},$$

където L_T и L_W са количествата труд, изразходвани за производството на плат и вино съответно.

В Португалия технологиите се представят от производствените функции

$$Q_{T,P} = \frac{L_T}{90} \quad \text{и} \quad Q_{W,P} = \frac{L_W}{80}.$$

Първо, ще намерим функциите на производствените възможности $Q_W = Q_W(Q_T)$ за двете страни. Това става чрез използване на производствените функции и ограничението $L_T + L_W = 10800$, валидно и в двете страни.

- Англия:

$$Q_{T,A} = \frac{L_T}{100} = \frac{10800 - L_W}{100} \Rightarrow L_W = 10800 - 100Q_{T,A}$$

$$Q_{W,A} = \frac{L_W}{120} = \frac{10800 - 100Q_{T,A}}{120} = 90 - \frac{5}{6}Q_{T,A}.$$

Тъй като средните разходи за производството на двете стоки са постоянни, то линията на производствените възможности е права линия.

- Португалия:

$$Q_{T,P} = \frac{L_T}{90} = \frac{10800 - L_W}{90} \Rightarrow L_W = 10800 - 90Q_{T,P}$$

$$Q_{W,P} = \frac{L_W}{80} = \frac{10800 - 90Q_{T,P}}{80} = 135 - \frac{9}{8}Q_{T,P}.$$

Второ, ще решим оптимизационните потребителски задачи в Англия и Португалия.

- Англия:

$$U_A = (Q_{T,A} + 30)(Q_{W,A} + 10) \rightarrow \max$$

$$\text{при } Q_{W,A} = 90 - \frac{5}{6}Q_{T,A}$$

Заместваме ограничителното условие във функцията на полезност и получаваме

$$\begin{aligned} U_A &= (Q_{T,A} + 30) \left(100 - \frac{5}{6}Q_{T,A} \right) = 100Q_{T,A} - \frac{5}{6}Q_{T,A}^2 + 3000 - 25Q_{T,A} \\ &= -\frac{5}{6}Q_{T,A}^2 + 75Q_{T,A} + 3000. \end{aligned}$$

От нулирането на първата производна на функцията на полезност намираме както стойностите на $Q_{T,A}$ и $Q_{W,A}$ при които тя достига максимум, така и самия максимум:

$$U_A' = -\frac{5}{3}Q_{T,A} + 75 = 0 \Rightarrow Q_{T,A} = 45 \quad \text{и} \quad Q_{W,A} = 90 - \frac{5}{6} \cdot 45 = 52,5$$

$$U_{A_{max}} = (45 + 30)(52,5 + 10) = 75 \cdot 62,5 = 4687,5.$$

- Португалия:

$$U_P = (Q_{T,A} + 30)(Q_{W,A} + 10)$$

$$\text{при } Q_{W,P} = 135 - \frac{9}{8}Q_{T,P}$$

$$\begin{aligned} U_P &= (Q_{T,P} + 30) \left(145 - \frac{9}{8}Q_{T,P} \right) = 145Q_{T,P} - \frac{9}{8}Q_{T,P}^2 + 4350 - \frac{135}{4}Q_{T,P} \\ &= -\frac{9}{8}Q_{T,P}^2 + \frac{445}{4}Q_{T,P} + 4350 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_P' &= -\frac{9}{4}Q_{T,P} + \frac{445}{4} = 0 \Rightarrow Q_{T,P} = \frac{445}{9} \cong 49,44 \text{ и } Q_{W,P} = 135 - \frac{9}{8} \cdot \frac{445}{9} = \frac{635}{8} \\ &\cong 79,38. \end{aligned}$$

$$U_{P_{max}} = (49,44 + 30)(79,38 + 10) = 79,44 \cdot 89,38 = 7108,3.$$

б) Тъй като в Англия 1 м² плат се разменя за 5/6 л. вино, а в Португалия - 1 м² – за 9/8 л. вино, то за съотношението на цените (цените са относителни, а не абсолютни!) P_T и P_W на плата и виното съответно ще имаме (в условие на стокообмен между страните)

$$\frac{P_T}{P_W} \in \left(\frac{5}{6}, \frac{9}{8} \right); \frac{P_W}{P_T} \in \left(\frac{8}{9}, \frac{6}{5} \right).$$

Нека да е изпълнено предположението на Д. Рикардо за международна търговия според принципа на относителното предимство, тогава Англия ще произвежда само сукно, с част от което ще задоволява вътрешното търсене, а останалото ще предлага за износ. Тя ще го заменя с виното, произведено в Португалия. Нека двете страни са се разбрали, че 1 м² плат се разменя за k л. вино, $k \in \left(\frac{5}{6}, \frac{9}{8} \right)$. При $k = \frac{5}{6}$ получаваме съотношение, характерно за производството в Англия и стокообмен между двете страни не би съществувал. Аналогично е положението при $k = \frac{9}{8}$. Тогава за цените ще имаме $P_T = 1$ и $P_W = \frac{1}{k}$.

С целия си наличен ресурс от труд Англия ще произвежда 108 м² плат и, следователно националният ѝ доход ще възлиза на 108 парични единици. Тогава тя ще трябва да решава следната оптимизационна задача

$$U_A = (Q_{T,A} + 30)(Q_{W,A} + 10) \rightarrow \max$$

$$\text{при } Q_{T,A} + \frac{1}{k}Q_{W,A} = 108.$$

Ограничението в тази задача за условен екстремум означава, че тя харчи националния си доход за плат (собствено производство по цена $P_T = 1$) и вино (внос от

Португалия по цена $P_W = \frac{1}{k}$). Като изключим $Q_{T,A}$ от бюджетното ограничение и заместим във функцията на полезност получаваме

$$U_A = \left(138 - \frac{1}{k} Q_{W,A}\right) (Q_{W,A} + 10) = 138Q_{W,A} + 1380 - \frac{1}{k} Q_{W,A}^2 - \frac{10}{k} Q_{W,A}$$

$$= -\frac{1}{k} Q_{W,A}^2 + \frac{138k - 10}{k} Q_{W,A} + 1380.$$

От нулирането на първата производна на функцията на полезност намираме изразите за $Q_{W,A}$ и $Q_{T,A}$, в които полезността достига своя максимум:

$$U_A' = -\frac{2}{k} Q_{W,A} + \frac{138k - 10}{k} = 0 \Rightarrow Q_{W,A} = 69k - 5;$$

$$Q_{T,A} = 108 - \frac{1}{k} Q_{W,A} = 108 - \frac{1}{k} (69k - 5) = 39 + \frac{5}{k}.$$

Така Англия ще произвежда 108 м^2 плат, като ще запазва за собствено потребление $39 + \frac{5}{k} \text{ м}^2$, а останалите $69 - \frac{5}{k} \text{ м}^2$ ще разменя с Португалия за $69k - 5$ л. вино.

Офертната линия за Англия ще се задава параметрично с уравненията

$$Q_{W,A} = 69k - 5; Q_{T,A} = 39 + \frac{5}{k} \text{ при } k \in \left(\frac{5}{6}, \frac{9}{8}\right).$$

Ако от горните изрази изключим параметъра k , получаваме следното уравнение за офертната линия:

$$Q_{T,A} Q_{W,A} + 5Q_{T,A} - 39Q_{W,A} - 540 = 0.$$

В долната таблица са нанесени стойностите на различните икономически променливи при различни стойности на параметъра k :

| | | | | | | | | |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|-------|
| k | 0,833 | 0,85 | 0,9 | 0,95 | 1 | 1,05 | 1,1 | 1,125 |
| P_T | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| P_W | 1,2 | 1,176 | 1,111 | 1,053 | 1 | 0,952 | 0,909 | 0,889 |
| Вътрешно потребление на плат | 45 | 44,88 | 44,56 | 44,26 | 44 | 43,76 | 43,55 | 43,44 |
| Плат за износ | 63 | 63,12 | 63,44 | 63,74 | 64 | 64,24 | 64,45 | 64,56 |
| Вино внос | 52,48 | 53,65 | 57,1 | 60,55 | 64 | 67,45 | 70,9 | 72,63 |

За да довършим анализа за Англия ще пресметнем полезността при това разпределение на стоките. Ще имаме

$$U_{Amax}(k) = (Q_{T,A} + 30)(Q_{W,A} + 10) = \left(69 + \frac{5}{k}\right) (69k + 5)$$

$$= 4761k + 345 + 345 + \frac{25}{k} = 4761k + 690 + \frac{25}{k}.$$

Съгласно принципа за сравнителното предимство на Д. Рикардо, Португалия ще се специализира в производството на вино, както за задоволяване на вътрешното търсене, така и за износ в Англия. С целия си наличен трудов ресурс тя ще произвежда $1080/80=135$ л. вино по цена $P_W = \frac{1}{k}$, това прави национален доход от $\frac{135}{k}$ парични единици. Тогава тя ще трябва да решава следната оптимизационна задача

$$U_P = (Q_{T,P} + 30)(Q_{W,P} + 10) \rightarrow \max$$

$$\text{при } Q_{T,P} + \frac{1}{k} Q_{W,P} = \frac{135}{k}.$$

Като изключим $Q_{T,P}$ от бюджетното ограничение и заместим във функцията на полезност получаваме

$$U_P = \left(\frac{135}{k} + 30 - \frac{1}{k} Q_{W,P}\right)(Q_{W,P} + 10)$$

$$= \left(\frac{135}{k} + 30\right) Q_{W,P} + \left(\frac{135}{k} + 30\right) 10 - \frac{1}{k} Q_{W,P}^2 - \frac{10}{k} Q_{W,P}$$

$$= -\frac{1}{k} Q_{W,P}^2 + \frac{125 + 30k}{k} Q_{W,P} + \frac{1350 + 300k}{k}.$$

От нулирането на първата производна на функцията на полезност намираме изразите за $Q_{W,P}$ и $Q_{T,P}$, в които полезността достига своя максимум:

$$U_P' = -\frac{2}{k} Q_{W,P} + \frac{125 + 30k}{k} = 0 \Rightarrow Q_{W,P} = 62,5 + 15k;$$

$$Q_{T,P} = \frac{135}{k} - \frac{1}{k} Q_{W,P} = \frac{135}{k} - \frac{1}{k} (62,5 + 15k) = \frac{72,5}{k} - 15.$$

Тогава Португалия ще произвежда общо 135 л. вино, като $62,5 + 15k$ л. ще запази за задоволяване на вътрешното потребление, а останалите $72,5 - 15k$ л. ще изнесе за Англия.

Офертната линия Португалия ще се задава параметрично с уравненията

$$Q_{W,P} = 62,5 + 15k; Q_{T,P} = \frac{72,5}{k} - 15 \text{ при } k \in \left(\frac{5}{6}, \frac{9}{8}\right).$$

Ако от горните изрази изключим параметъра k , получаваме следното уравнение за офертната линия:

$$Q_{T,P} Q_{W,P} - 62,5 Q_{T,P} + 15 Q_{W,P} - 2025 = 0.$$

В долната таблица са нанесени стойностите на различните икономически променливи (за Португалия) при различни стойности на параметъра k :

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|-------|
| k | 0,833 | 0,85 | 0,9 | 0,95 | 1 | 1,05 | 1,1 | 1,125 |
| P_T | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| P_W | 1,2 | 1,176 | 1,111 | 1,053 | 1 | 0,952 | 0,909 | 0,889 |

| | | | | | | | | |
|------------------------------|----|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| Вътрешно потребление на вино | 75 | 75,25 | 76 | 76,75 | 77,5 | 78,25 | 79 | 79,38 |
| Вино за износ | 60 | 59,75 | 59 | 58,25 | 57,5 | 56,75 | 56 | 55,62 |
| Плат внос | 72 | 70,29 | 65,56 | 61,32 | 57,5 | 54,05 | 50,91 | 49,44 |

Накрая да пресметнем полезността в Португалия при това разпределение на стоките. Ще имаме

$$U_{P_{max}}(k) = (Q_{T,P} + 30)(Q_{W,P} + 10) = \left(\frac{72,5}{k} + 15\right)(72,5 + 15k) \\ = \frac{5262,25}{k} + 1087,5 + 1087,5 + 225k = 225k + 2175 + \frac{5262,25}{k}.$$

Състояние на равновесие в стокообмена между Англия и Португалия се получава, когато нито една от страните не може да увеличи благосъстоянието (полезността) си без намаляване на благосъстоянието (полезността) на другата страна. Графично това се постига при пресичането на двете офертни линии. За да получим равновесната стойност на параметъра k трябва да изравним количествата плат и вино, които двете страни си разменят:

| | Внос | Износ |
|------|-----------------------|--------------------|
| Плат | $\frac{72,5}{k} - 15$ | $69 - \frac{5}{k}$ |
| Вино | $69k - 5$ | $72,5 - 15k$ |

Горните две уравнения водят до $84k = 77,5$, което има решение $k = 0,9226$. Така получаваме следната картина:

Англия произвежда 108 м^2 плат, от който запазва за вътрешно потребление $Q_{T,A}(k = 0,9226) = 39 + \frac{5}{0,9226} = 44,419 \text{ м}^2$, а останалите $108 - 44,419 = 63,581 \text{ м}^2$ разменя с Португалия за $Q_{W,A}(k = 0,9226) = 69 \cdot 0,9226 - 5 = 58,659 \text{ л.}$ вино.

Португалия произвежда 135 л. вино, като за вътрешно потребление отива $Q_{W,P}(k = 0,9226) = 62,5 + 15 \cdot 0,9226 = 76,339 \text{ л.}$, останалото вино $135 - 76,339 = 58,661 \text{ л.}$ се изнася за Англия срещу $Q_{T,P}(k = 0,9226) = \frac{72,5}{0,9226} - 15 = 63,582 \text{ м}^2$ плат.

Да пресметнем благосъстоянието (полезността), достигнато в двете страни в следствие на търговския стокообмен между тях:

$$\text{Англия} - U_A = (Q_{T,A} + 30)(Q_{W,A} + 10) = (44,419 + 30)(58,659 + 10) = 5110.$$

$$\text{Португалия} - U_P = (Q_{T,P} + 30)(Q_{W,P} + 10) = (63,582 + 30)(76,339 + 10) = 8080.$$

Да припомним, че благосъстоянието на Англия без международен стокообмен възлизаше на 4687,5, а на Португалия – 7108,3, така че и двете страни са се възползвали от международната търговия, за да увеличат значително благосъстоянието си.

Моделът може да се опрости значително, ако вместо функция на полезност за страните е зададена структура на потреблението, за която се предполага, че е предварително оптимизирана.

Задача 2. По-долу са представени данни за производствените възможности на Мароко и Испания за производството на портокали и пшеница:

| страна \ продукт | Мароко | | | | Испания | | | |
|------------------|----------|----|----|----|----------|----|---|----|
| | варианти | | | | варианти | | | |
| | A | B | C | D | A | B | C | D |
| портокали | 30 | 24 | 18 | 0 | 10 | 4 | 6 | 0 |
| пшеница | 0 | 6 | 12 | 30 | 0 | 12 | 8 | 20 |

а) Изразете в аналитичен вид линиите на производствени възможности за двете страни; x – портокали, y – пшеница (данните в таблицата са в хил. т.).

б) Оценете сравнителните предимства и съотношението на цените, при което може да съществува взаимноизгоден стокообмен между тях.

в) Оценете экспортните възможности на всяка от страните към трети страни (без стокообмен между двете страни), ако цените са $P_x = 9$, $P_y = 6$, а оптималната структура на потреблението е: Мароко – (20,6), Испания – (4,10).

г) Оценете экспортните възможности на всяка от страните към трети страни при наличието на стокообмен между тях, при същите цени и структура на потреблението. Оценете също производството, вноса, износа и салдото на всяка от тях.

Решение:

а) От данните в таблицата се вижда, че и в двете страни зависимостта е линейна. Съставяме отрезките уравнения на двете линии на производствените възможности:

- Мароко:

$$\frac{x}{30} + \frac{y}{30} = 1 \quad \text{или} \quad x + y = 30.$$

- Испания:

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{20} = 1 \quad \text{или} \quad 2x + y = 20.$$

Можем да съставим и параметричните уравнения на тези линии, ако приемем за параметър λ – тази част от земята, засята с портокали ($\lambda \in [0,1]$). Тогава ще имаме:

- Мароко:

$$(x, y) = \lambda(30,0) + (1 - \lambda)(0,30) = (30\lambda, 30 - 30\lambda).$$

- Испания:

$$(x, y) = \lambda(10,0) + (1 - \lambda)(0,20) = (10\lambda, 20 - 20\lambda).$$

б) В Мароко 1 т. портокали се заменя с 1 т. пшеница, а в Испания замяната е 1 т. портокали към 2 т. пшеница. Така, че Испания има относително предимство за пшеницата, а Мароко – за портокалите. Може да съществува стокообмен между двете страни, ако е изпълнено съотношението на цените

$$\frac{P_x}{P_y} \in (1,2).$$

в) Двете страни трябва да имат производствена структура, отговаряща на структурата на оптималното им потребление.

Мароко произвежда 20 хил. т. портокали, които ангажират $\frac{2}{3}$ от ресурсите и 6 хил. т. пшеница, ангажиращи $\frac{1}{5}$. Следователно, $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$ от ресурсите на Мароко са заети за задоволяване на вътрешните потребности и $\frac{2}{15}$ остават свободни. Тъй като Мароко се специализира в портокалите, то тези площи трябва да се засеят с портокали, които ще дадат добив от $\frac{2}{15} \cdot 30 = 4$ хил. т. и приход от 36 х. парични единици, които се явяват експортния потенциал на Мароко в този случай.

За да задоволи собствените си потребности, Испания произвежда 4 хил. т. портокали, които заемат $\frac{2}{5}$ от наличната земя и 10 хил. т. пшеница, заемащи $\frac{1}{2}$ или общо $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$, следователно $\frac{1}{10}$ от земята остава свободна, за да се засее със продукция за експорт. Поради относителното предимство тази продукция е пшеница, чийто добив е $\frac{1}{10} \cdot 20 = 2$ хил. т. на стойност 12 хил. парични единици - експортния потенциал на Испания при положение, че не съществува стокообмен с Мароко.

г) При наличие на стокообмен между двете страни Мароко ще произведе 20 хил. т. портокали за собствени нужди и 4 хил. т. за износ към Испания или общо 24 хил. т., заемащи 0,8 от земята. Останалите 0,2 части от земята ще бъдат засети отново с портокали, чийто добив ще бъде $0,2 \cdot 30 = 6$ хил. т. на стойност 54 хил. парични единици – това е експортния потенциал на Мароко към трети страни.

Испания засява 10 хил. т. пшеница за собствени нужди и още 6 хил. т. за Мароко, общо 16 хил. т., ангажиращи 80% от земята. От останалите 20%, засети с пшеница се получават $0,2 \cdot 20 = 4$ хил. т. на стойност 24 хил. парични единици – експортния потенциал на Испания към трети страни.

Мароко произвежда 30 хил. т. портокали, от които 10 хил. т. за износ, от които получава 90 хил. парични единици постъпления; внася 6 хил. т. пшеница (от Испания) на стойност 36 хил. парични единици, салдото за Мароко възлиза на 54 хил. парични единици.

Испания произвежда 20 хил. т. пшеница, като от тях изнася 10 хил. т. Постъпленията от износ са 60 хил. Вносът на 4 хил. т. портокали от Мароко е на стойност 36 хил., така че салдото на Испания от международната търговия е 24 хил.

Задача 3. На далечен остров две съседни страни Екомания и Еколандия имат различни производствени възможности за производството на картофи, царевица и пшеница, описани при пълно използване на хомогенната площ във всяка една страна само за една от културите:

| Производствени възможности | картофи | царевица | пшеница |
|----------------------------|---------|----------|---------|
| Екомания | 2000 | 500 | 200 |
| Еколандия | 1800 | 1200 | 300 |

а) Да се съставят уравненията на повърхнините на производствените възможности на страните. (x – картофи, y – царевица, z – пшеница)

б) Да се оценят сравнителните предимства и съотношенията на цените, благоприятстващи международния стокообмен.

в) При цени $P_x = 50$ еко, $P_y = 120$ еко и $P_z = 360$ еко да се оцени експортния потенциал на всяка от страните без наличие на стокообмен между тях, ако техните оптимални потребности от тези продукти са:

| Оптимална потребност | картофи | царевица | пшеница |
|----------------------|---------|----------|---------|
| Екомания | 1000 | 100 | 50 |
| Еколандия | 600 | 300 | 100 |

г) Да се оцени експортния потенциал на страните при наличие на тристранен стокообмен, както и вноса, износа и салдото на всяка от тях.

Решение:

а) Отрезковите уравнения са:

- Екомания:

$$\frac{x}{2000} + \frac{y}{500} + \frac{z}{200} = 1;$$

- Еколандия:

$$\frac{x}{1800} + \frac{y}{1200} + \frac{z}{300} = 1,$$

а общите: Екомания - $x + 4y + 10z = 2000$; Еколандия - $x + 1,5y + 6z = 1800$.

б) За да оценим сравнителните предимства, разглеждаме селскостопанските култури по двойки:

- картофи, царевица: в Екомания 1 количествена единица царевица се сменя от 4 к. е. картофи, а в Еколандия – от 1,5, следователно Екомания има сравнително предимство по отношение на картофите, а Еколандия – на царевичата.

- царевица, пшеница: в Екомания 1 количествена единица пшеница се сменя от 2,5 к. е. царевица, а в Еколандия – от 4, следователно Екомания има сравнително предимство по отношение на пшеницата, а Еколандия – на царевичата.

- пшеница, картофи: в Екомания 1 количествена единица пшеница се сменя от 10 к. е. картофи, а в Еколандия – от 6, следователно Екомания има сравнително предимство по отношение на картофите, а Еколандия – на пшеницата.

Така получаваме, че Екомания има ясен приоритет за картофите, а Еколандия – за царевичата. По отношение на пшеницата липсва страна с изявено предимство.

Съотношенията на цените, при които би била възможна изгодна търговия между страните, трябва да бъдат в следните граници:

$$\frac{P_y}{P_x} \in (1,5; 4), \quad \frac{P_z}{P_y} \in (2,5; 4), \quad \frac{P_z}{P_x} \in (6; 10).$$

в) Първо, проверяваме, че оптимални потребности на страните са в рамките на производствените им възможности:

- Екомания: трябва да е изпълнено неравенството $x + 4y + 10z < 2000$. И наистина $1000 + 4 \cdot 100 + 10 \cdot 50 = 1900 < 2000$.

- Еколандия: неравенството е $x + 1,5y + 6z = 1800$. Имаме $600 + 1,5 \cdot 300 + 6 \cdot 100 = 1650 < 1800$.

Получаваме, че потребностите на двете страни са в рамките на производствените им възможности.

Тогава Екомания ще отглежда 1000 к. е. картофи с $\frac{1}{2}$ от земята, 100 к. е. царевица с $\frac{1}{5}$ от земята и 50 к. е. пшеница с $\frac{1}{4}$ от земята или общо с $\frac{19}{20}$ от земята ще задоволява вътрешните си потребности. Останалите $\frac{1}{20}$ от земята ще използва (според относителното си предимство) за картофи и ще получи 100 к. е. от тях при цена от 50 еко за к. е. или общо експортен потенциал на стойност от 5000 еко.

Еколандия ще отдели за 600 к. е. картофи $\frac{1}{3}$ от земята, за 300 к. е. царевица – $\frac{1}{4}$, за 100 к. е. пшеница – $\frac{1}{3}$ или с $\frac{11}{12}$ от земята ще задоволи вътрешните си потребности. Останалите $\frac{1}{12}$ от земята ще бъдат засети с царевица, от което ще се получи реколта от 100 к. е. при цена от 120 еко за к. е. се получава експортен потенциал на стойност от 12000 еко.

г) Трябва да проверим, че дадените цени удовлетворяват съотношенията, необходими за взаимноизгоден стокообмен между Екомания и Еколандия:

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{120}{50} = 2,4 \in (1,5; 4),$$

$$\frac{P_z}{P_y} = \frac{360}{120} = 3 \in (2,5; 4),$$

$$\frac{P_z}{P_x} = \frac{360}{50} = 7,2 \in (6; 10).$$

- Екомания:

Производство – 2000 к. е. картофи по 50 еко за к. е. = 100000 еко

Износ - 1000 к. е. картофи по 50 еко за к. е. = 50000 еко

Внос – 100 к. е. царевица по 120 еко за к. е. + 50 к. е. пшеница по 360 еко за к. е. = 12000 еко + 18000 еко = 30000 еко

Салдо – 50000 еко – 30000 еко = 20000 еко.

- Еколандия:

Производство – 1200 к. е. царевица по 120 еко за к. е. = 144000 еко

Износ – 900 к. е. царевица по 120 еко за к. е. = 108000 еко

Внос – 600 к. е. картофи по 50 еко за к. е. + 100 к. е. пшеница по 360 еко за к. е. = 30000 еко + 36000 еко = 66000 еко

Салдо – 108000 еко – 66000 еко = 42000 еко.

Вижда се, че печалбата от специализацията въз основа на сравнителните предимства за Екомания е 15000 еко, а за Еколандия – 30000 еко.

От разгледаните примери става ясно, че законът за сравнителните предимства, открит и формулиран от Д. Рикардо позволява на база специализация на страните в бизнеса и международна търговия и сътрудничество, те да извличат взаимна изгода и повишаване на собственото си благосъстояние. Тук се сещаме за забележителната мисъл на Бъртранд Ръсел – „Ако хората се ръководеха от личния си интерес, а те не го правят – с изключение на малък брой светци, целият човешки род щеше да си сътрудничи. Нямаше да има повече войни, армии и бомби.“

Законът на Д. Рикардо наистина е впечатляващ, защото противоречи на интуицията – Пол Самюелсън, прочут икономист на XX век, твърди, че законът на Рикардо е единственото твърдение в цялата социална наука, която едновременно е вярна и не е тривиална.

Специализираните бизнес и търговия – които по същество са дейности на сътрудничество между групи, са залегнали в основата на човешкия напредък. Както Мат Ридли обяснява (в „Произходът на добродетелта“) много добре:

„Преди 200000 години сечивата от каменната ера са изминавали дълги разстояния от каменните кариери...Доколкото неандерталците живеели общо взето по един и същ начин, техните заместници (кроманьонците) започнали да проявяват големи местни вариации в каменоделските си технологии и стилове в изкуството. Изобретяването (на търговията) представлява един от много малкото моменти в еволюцията, когато Homo Sapiens се натъкнал на конкурентно екологично предимство над другите видове, което било наистина уникално. Просто няма друго животно, което да използва закона за относителното предимство между групи. В рамките на групите...разделението на труда се използва отлично от мравките и къртиците. Но не и между групите. Дейвид Рикардо обяснява един трик, който нашите предци измислили много години преди това. Законът за относителното предимство е един от екологичните козове, с които разполага нашият вид.“

5. Модели на международната търговия, основаващи се на частичния равновесен модел

5.1. Частичен равновесен модел. Потребителите, които търсят дадена стока заедно с фирмите, които я предлагат образуват пазар на тази стока. В този пазар дефинираме две функции - на търсене (Demand) и предлагане (Supply). Под функция на пазарно търсене $q = x(p)$ ще разбираме количеството на стоката q , което потребителите желаят да придобият при тази (или по-ниска) цена на стоката p . Под функция на пазарно предлагане $q = y(p)$ ще разбираме количеството q , което фирмите са съгласни да предлагат на цена p (или по-висока от нея). И двете функции са сумарни – количеството $q = x(p)$ включва търсенето от страна на потребителите при цени по-високи от p , съответно предлаганото от производителите количество $q = y(p)$ включва предлагането на цени по-ниски от p . Именно, поради горната забележка, естествено следва, че функциите на пазарно търсене и предлагане са монотонни функции на цената – функцията на търсене е намаляваща, а функцията на предлагане - растяща. От математическа гледна точка е ясно, че при изпълнението на определени (тривиални) условия тези две функции ще из-

равнят своите стойности. В това се състои моделът на частично пазарно равновесие. Той "излъчва" две равновесни стойности - равновесна цена $p = p_E$ и равновесно количество $q = q_E$, така че да е в сила:

$$x(p_E) = y(p_E) = q_E$$

Частичното пазарно равновесие за дадена стока (ако съществува и е единствено) е най-добрия начин за разпределяне на произведената от производителите стока между потребителите на база формираните за нея функции на търсене и предлагане.

Нека p_E е равновесната цена и нека p_1 е цената, нулираща функцията на търсене ($p_1 : x(p_1) = 0$). Ако един потребител търси стоката при цена $p \in (p_E, p_1)$, той с удоволствие ще даде по-ниската цена p_E за същото количество. Ако сумираме тези „печалби“ на всички потребители, които търсят стоката при цени по-високи от пазарната равновесна цена, ще получим величината на потребителския излишък. По-точно: **потребителски излишък** CS е общата сума парични единици, които потребителите са съгласни да заплатят за закупуване на стоката, при цени по-високи от равновесната. Ще имаме

$$CS = \int_{p_E}^{p_1} x(p) dp = \int_0^{q_E} p(x) dx - p_E q_E = \int_0^{q_E} [p(x) - p_E] dx,$$

където $p(x)$ е обратната функция на търсене.

Излишък на производителите (търговски излишък) TS – това е общата сума парични единици, които търговците са съгласни да получат от продажби на стоката, при цени по-ниски от пазарно установената. Аналогично, за TS получаваме

$$TS = \int_{p_2}^{p_E} y(p) dp = p_E q_E - \int_0^{q_E} p(y) dy = \int_0^{q_E} [p_E - p(y)] dy,$$

където $p_2 : y(p_2) = 0$, т.е. цената при която стоката започва да се предлага, а $p(y)$ е обратната функция на предлагане.

Като сумираме двата излишъка, получаваме **общата изгода** PB за всички, участващи в пазара на стоката

$$PB = CS + TS.$$

5.2. Модел на малка и отворена икономика.

Задача 4. За една страна е известно, че функциите на пазарно търсене и предлагане на зърно са линейни. Производителите на зърно започват да го предлагат от цена 100 парични единици за тон, а при цена от 200 п. е. са склонни да предложат 1 млн. т. Купувачите при тази цена биха закупили 3 млн. т., а при цена от 300 п. е. – 2 млн. т. От друга страна, световната цена на зърното е 200 п. е. за т., като може да се внесе произволно голямо количество без допълнителни разходи. Да се наме-

рят параметрите на пазарното равновесие – цена и количество в случаите на нереализиран или реализиран внос. Да се пресметне изменението на публичното благо в следствие на внос на зърно.

Решение:

Първо, трябва да възстановим пазарните функции на търсене и предлагане (без внос) на зърно. Ако функцията на пазарно търсене е от вида $x(p) = a - bp$ ($a > 0, b > 0$), то условията за функцията на търсене ни водят до следната система за неизвестните коефициенти a и b :

$$x(200) = a - 200b = 3$$

$$x(300) = a - 300b = 2.$$

Решенията на тази система са $a = 5$ и $b = 0,01$, така че функцията на пазарно търсене е $x(p) = 5 - 0,01p$.

Нека линейната функция на пазарно предлагане да е от вида $y(p) = -a + bp$ ($a > 0, b > 0$). Тогава условията за функцията на предлагане ни водят до системата:

$$y(100) = -a + 100b = 0$$

$$y(200) = -a + 200b = 1$$

с решения $a = 1$ и $b = 0,01$, следователно функцията на пазарно предлагане е $y(p) = -1 + 0,01p$.

Системата от уравнения за този равновесен модел ще бъде

$$q = x(p) = 5 - 0,01p = -1 + 0,01p = y(p).$$

От решенията $p_E = 300$ и $q_E = 2$ получаваме количеството и цената на зърното при условие на автаркия.

Сега може да пресметнем потребителския излишък CS_1 и търговския излишък TS_1 при отсъствие на внос. Тъй като $x(p) = 5 - 0,01p = 0$ при $p = 500$, то това е горната граница на цената на търсене. Излишъкът CS_1 ще бъде равен на лицето на триъгълника с върхове точките с координати $(p = 300, q = 0)$, $(p = 500, q = 0)$ и $(p = 300, q = 2)$, следователно

$$CS_1 = \frac{500 - 300}{2} \cdot 2 = 200 \text{ млн. п. е.}$$

Аналогично, излишъкът TS_1 ще бъде равен на лицето на триъгълника с върхове точките с координати $(p = 300, q = 0)$, $(p = 100, q = 0)$ и $(p = 300, q = 2)$ или

$$TS_1 = \frac{300 - 100}{2} \cdot 2 = 200 \text{ млн. п. е.}$$

Тъй като световната цена на зърното е по-ниска от националната (получена от изравняване на местното търсене и предлагане), то при внос равновесната цена ще бъде равна на световната $p_E = 200$, а търгуваното количество ще бъде $q_E = x(p_E) = x(200) = 3$. От друга страна местното предлагане при тази цена е $y(200) = 1$, така че 1 млн. т. от търсенето ще бъдат задоволени от местното предлагане, а 2 млн. т. – от внос.

Потребителският излишък CS_2 в този случай ще бъде равен на лицето на триъгълника с върхове точките с координати $(p = 200, q = 0)$, $(p = 500, q = 0)$ и $(p = 200, q = 3)$ и ще възлиза на

$$CS_2 = \frac{500 - 200}{2} 3 = 450 \text{ млн. п. е.},$$

а търговският излишък TS_2 – на лицето на триъгълника с върхове точките с координати $(p = 200, q = 0)$, $(p = 100, q = 0)$ и $(p = 200, q = 1)$ или

$$TS_2 = \frac{200 - 100}{2} 1 = 50 \text{ млн. п. е.}$$

Тогава за измененията на излишъците и общественото благо вследствие на вноса получаваме

$$\Delta CS = CS_2 - CS_1 = 450 - 200 = 250 \text{ млн. п. е.},$$

$$\Delta TS = TS_2 - TS_1 = 50 - 200 = -150 \text{ млн. п. е.}$$

$$\Delta PB = \Delta CS + \Delta TS = 250 - 150 = 100 \text{ млн. п. е.}$$

Коментар. От решението на горната задача става ясно едно общовалидно правило на международната търговия: тя допринася за повишаване на общото благосъстояние, повишаваща благосъстоянието на потребителите в по-голяма степен, отколкото се понижават печалбите на местните производители. Оттук се виждат основните пречки пред свободната търговия; те имат преди всичко политически характер – местните производители имат по-големи възможности за политическо влияние и манипулация, те често успяват да представят своите интереси като интереси на цялото общество. Ако 5 млн. души печелят по 2 лв. всеки, а 5 фирми губят по 1 млн., то последните усещат загубата си в много по-голяма степен, отколкото първите – печалбата. Въпреки, че като цяло обществото би спечелило 5 млн. лв., то губещите биха направили всичко възможно, за да не допуснат евентуалната си загуба.

Трябва да се отбележи, че свободната търговия има и друго, косвено последствие. Тя пренасочва националния капитал от сфери с по-неефективно приложение към сфери с по-ефективно приложение и по този начин също съдейства за повишаването на общото благосъстояние, макар и в една по-далечна перспектива.

5.3. Двустранен модел

Задача 5. В страната A дадена стока се търси от две групи потребители по различен начин: първата група формира функция на търсене $x_{1A}(p) = 100 - 2p$, а втората - $x_{2A}(p) = 50 - 3p$. Производителите в тази страна имат функция на предлагане $y_A(p) = 3p - 10$. В страната B функцията на търсене е $x_B(p) = 80 - 4p$, а функцията на предлагане - $y_B(p) = 12p$.

а) Да се намерят равновесните цени и количества в страните, както и излишъците и общото благо в случай на липса на стокообмен между тях.

б) Същото, като в а) при стокообмен между страните. Да се оценят измененията в резултат от стокообмена в излишъците и общото благо.

Решение:

а) Първо, трябва да пресметнем равновесните показатели в страната A . За целта трябва да се определи сумарната функция на търсене $x_A(p)$. Тъй като за функцията на търсене на първата група потребители $x_{1A}(p)$ $p \in (0, 50)$, а за втората $x_{2A}(p)$ $p \in (0, \frac{50}{3})$, то за $x_A(p)$ ще имаме

$$x_A(p) = \begin{cases} x_{1A} + x_{2A} = 150 - 5p & \text{при } p \in (0, \frac{50}{3}) \\ x_{1A}(p) = 100 - 2p & \text{при } p \in (\frac{50}{3}, 50) \end{cases}$$

Равновесието в страната A ще се установи при $x_A(p) = y_A(p)$. В първия интервал $p \in (0, \frac{50}{3})$ това води до уравнението $150 - 5p = 3p - 10$ с решение $p = 20$, което не е в този интервал. За интервала $p \in (\frac{50}{3}, 50)$ уравнението е $100 - 2p = 3p - 10$ с решение $p = 22 \in (\frac{50}{3}, 50)$. Окончателно за равновесната цена в страната A е $p_A = 22$, а равновесното количество $q_A = 56$. За отбелязване е, че цялото произведено в страната A количество отива за първата група потребители: $q_{1A} = 56$, $q_{2A} = 0$.

Сега можем да определим съответните излишъци за страната A . За потребителските излишъци ще имаме

$$CS_{1A} = \frac{50 - 22}{2} 56 = 784, CS_{2A} = 0, CS_A = CS_{1A} + CS_{2A} = 784,$$

а за излишъка на производителите –

$$TS_A = \frac{22 - \frac{10}{3}}{2} 56 = \frac{1568}{3} = 522,67.$$

Тогава общественото благо за страната A ще възлиза на

$$PB_A = CS_A + TS_A = 1306,67.$$

Равновесните показатели в страната B се определят от решенията на системата $q_B = x_B(p) = 80 - 4p = 12p = y_B(p)$, следователно $p_B = 5$ и $q_B = 60$. Да пресметнем излишъците за страната B :

$$\text{Потребителски излишък} - CS_B = \frac{20-5}{2} 60 = 450,$$

$$\text{Излишък на производителите} - TS_B = \frac{5-0}{2} 60 = 150,$$

$$\text{Обществено благо} - PB_B = CS_B + TS_B = 600.$$

На рис. 1 са дадени графиките на функциите на търсене и предлагане, както и пресечните им точки за страните A и B .

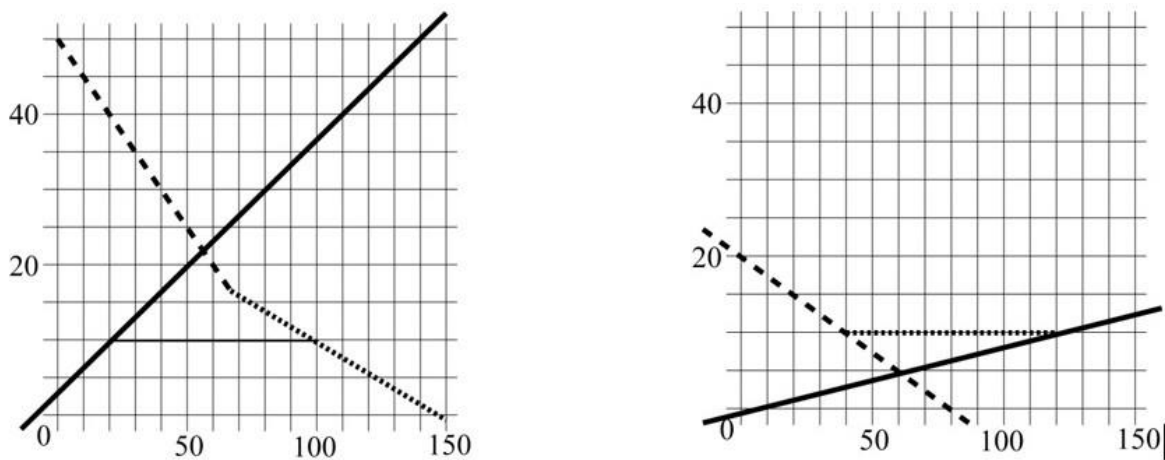


Рис. 1. Пазарно равновесие в страните без наличие на стокообмен между тях

б) Сега трябва да установим показателите на пазарното равновесие за тази стока в случай на стокообмен между страните A и B . Тъй като в страната B е постигната по-ниска равновесна цена ($p_B = 5 < 22 = p_A$), то тази страна ще играе ролята на износител, а страната A – на вносител.

Нека с $Im_A(p)$ да означим търсенето в страната A на стоката от внос. Такова търсене ще съществува при цени $p < 22$. То ще представлява разликата между търсенето и предлагането в страната A . За това ще имаме

$$Im_A(p) = \begin{cases} x_A(p) - y_A(p) = 150 - 5p - 0 = 150 - 5p \text{ за } p \in \left(0, \frac{10}{3}\right) \\ x_A(p) - y_A(p) = 150 - 5p - (3p - 10) = 160 - 8p \text{ за } p \in \left(\frac{10}{3}, \frac{50}{3}\right) \\ x_A(p) - y_A(p) = 100 - 2p - (3p - 10) = 110 - 5p \text{ за } p \in \left(\frac{50}{3}, 22\right). \end{cases}$$

С $Ex_B(p)$ ще означим предлагането от страната B на стоката за износ. Ясно е, че такова предлагане ще има при цени $p > 5$ и то ще представлява разликата от местното предлагане и търсене. Тогава ще имаме

$$Ex_B(p) = \begin{cases} y_B(p) - x_B(p) = 12p - (80 - 4p) = 16p - 80 \text{ за } p \in (5, 20) \\ y_B(p) - x_B(p) = 12p - 0 = 12p \text{ за } p \in (20, \infty). \end{cases}$$

Сечението на дефиниционните области за $Im_A(p)$ и $Ex_B(p)$ е интервала $p \in (5, 22)$, който се разделя на подинтервалите $p \in (5, \frac{50}{3})$, $p \in (\frac{50}{3}, 20)$ и $p \in (20, 22)$, в които тези функции имат различни аналитични изрази.

За подинтервала $p \in (5, \frac{50}{3})$ изравняването на функциите на търсене на внос $Im_A(p)$ и предлагане на износ $Ex_B(p)$ води до уравнението $160 - 8p = 16p - 80$ с решение $p = 10$. Тогава ще имаме $Im_A(10) = Ex_B(10) = 80$.

Тогава потреблението в страната A ще бъде разпределено така: за първата група потребители $q_{1A} = x_{1A}(10) = 80$, а за втората - $q_{2A} = x_{2A}(10) = 20$; общото потребление ще възлиза на $q_A = 100$. То ще се реализира от местно производство в размер на $y_A(10) = 20$ и внос от страната B - $Im_A(10) = 80$.

Излишъци в страната A :

Потребителски излишък за първата група
 $CS_{1A}' = \frac{50-10}{2} 80 = 1600$,

Потребителски излишък за втората група
 $CS_{2A}' = \frac{\frac{50}{3}-10}{2} 20 = \frac{200}{3} = 66,67$,

Общ потребителски излишък $CS_A' =$
 $CS_{1A}' + CS_{2A}' = 1666,67$,

Излишък на производителите $TS_A' =$
 $\frac{10-10}{2} 20 = \frac{200}{3} = 66,67$,

Обществено благо $PB_A' = CS_A' + TS_A' =$
 $1733,33$.

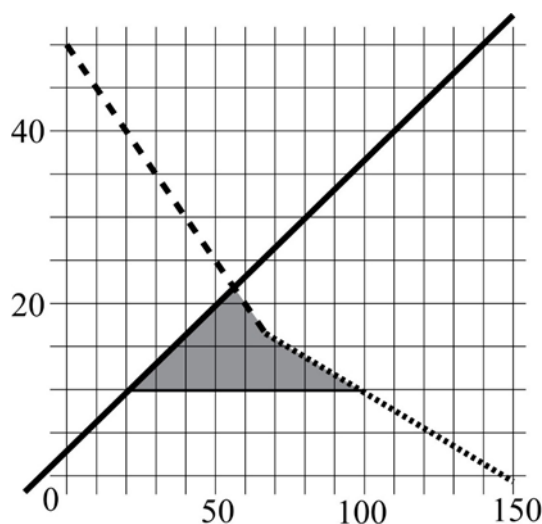


Рис. 2. Изменение на благосъстоянието в страната A

На рис. 2. лицето на заштрихованата фигура е изменението на общественото благо в страната A вследствие на стокообмена между двете страни.

Производството в страната B ще бъде в размер на $y_B(10) = 120$. То ще се разпределя на вътрешно потребление $x_B(10) = 40$ и износ (към страната A) $Ex_B(10) = 80$.

Излишъци за страната B :

Потребителски излишък - $CS_B' = \frac{20-10}{2} 40 = 200$,

Излишък на производителите - $TS_B' = \frac{10-0}{2} 120 = 600$,

Обществено благо - $PB_B' = CS_B' + TS_B' = 800$.

За да сравним резултатите от случаите без и със стокообмен между страните *A* и *B* нанасяме резултатите за излишъците, получени в а) и б) в следната таблица:

| | без стокообмен | със стокообмен | изменение |
|----------------------------------|----------------|----------------|-----------|
| потр. изл. на I гр. в <i>A</i> | 784 | 1600 | +816 |
| потр. изл. на II гр. в <i>A</i> | 0 | 66,67 | +66,67 |
| потр. изл. в <i>A</i> | 784 | 1666,67 | +882,67 |
| изл. на пр. в <i>A</i> | 522,67 | 66,67 | -456 |
| общ. благо в <i>A</i> | 1306,67 | 1733,33 | +426,67 |
| потр. изл. в <i>B</i> | 450 | 200 | -250 |
| изл. на пр. в <i>B</i> | 150 | 600 | +450 |
| общ. благо в <i>B</i> | 600 | 800 | +200 |
| общ. благо в <i>A</i> и <i>B</i> | 1906,67 | 2533,33 | +626,67 |

Изводи:

- и двете страни повишават благосъстоянието си вследствие на търговският обмен между тях: $\Delta PB_A = PB_A' - PB_A = +426,67$, $\Delta PB_B = PB_B' - PB_B = +200$;
- печелившите групи са потребителите в страната-вносител и производителите в страната-износител: $\Delta CS_A = CS_A' - CS_A = +882,67$, $\Delta TS_B = TS_B' - TS_B = +450$;
- губещите групи са производителите от страната-вносител и потребителите от страната-износител: $\Delta TS_A = TS_A' - TS_A = -456$, $\Delta CS_B = CS_B' - CS_B = -250$;
- загубите на губещите групи са по-малки от печалбите на печелившите групи.

6. Основни оптимизационни модели в микроикономиката

Основните икономически агенти в микроикономиката са фирмите (производители, търговци) и потребителите.

6.1. Оптимално поведение на фирмата. Основната оптимизационна задача на фирмата се състои в производството на фиксирано количество продукция с минимални разходи, т. е.:

$$C = vK + wL \rightarrow \min$$

$$\text{ако } Q = F(K, L),$$

където C са разходите на фирмата (vK – разходи за капитал, wL – разходи за труд); K, L – количество, вложени в производството капитал и труд (ресурси) съответно; v, w – цените на капитала и труда; $F(K, L)$ – производствена функция, показваща какво е максималното количество продукция Q при вложени количества капитал K и труд L .

В тази задача за условен екстремум са дадени: v (минимално допустима норма на възвращаемост на капитала), w (номинална работна заплата) и производствената функция $F(K, L)$, задаваща технологията на производство.

При решаване на задачата могат да се намерят:

- оптималното съотношение (връзка) между K и L , така че разходите C за производството на количество продукция Q да са минимални;
- функциите $K = K(Q)$ и $L = L(Q)$ при това оптимално съотношение;
- функцията на разходите на фирмата $C = C(Q)$, показваща минималните разходи за производството на количество продукция Q .

Задачата се решава чрез метода на множителя на Лагранж. Конструира се функцията на Лагранж:

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = vK + wL + \lambda(Q - F(K, L)).$$

От условията от първи ред (нулиране на първите частни производни) получаваме

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = v - \lambda \frac{\partial F}{\partial K} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\frac{\partial F}{\partial K}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda \frac{\partial F}{\partial L} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{w}{\frac{\partial F}{\partial L}}.$$

Като приравним двата израза за λ получаваме

$$(\lambda =) \frac{v}{\frac{\partial F}{\partial K}} = \frac{w}{\frac{\partial F}{\partial L}} \Rightarrow \frac{\frac{\partial F}{\partial K}}{\frac{\partial F}{\partial L}} = \frac{v}{w}.$$

На икономически език горното условие се изразява така: съотношението на маргиналните производителности на факторите на производство ($\frac{\partial F}{\partial K}$ и $\frac{\partial F}{\partial L}$) в режим на оптимално поведение на фирмата трябва да съвпада със съотношението на цените им.

От друга страна, за пълния диференциал на функцията $Q = F(K, L)$ ще имаме

$$dQ = \frac{\partial F}{\partial K} dK + \frac{\partial F}{\partial L} dL.$$

При $Q = const \Rightarrow dQ = 0$, тогава получаваме

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial L}}{\frac{\partial F}{\partial K}}.$$

Частното

$$\frac{dK}{dL} = MRTS_{L,K}$$

се нарича маргинална норма на технологично заместване на капитал с труд. Тя показва с колко трябва да се намали K при малко увеличение на L , така че количеството произведена продукция да се запази. Получаваме

$$MRTS_{L,K} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial L}}{\frac{\partial F}{\partial K}} = -\frac{w}{v},$$

т. е. маргиналната норма на заместване на факторите на производство в условие на оптималност трябва да бъде по абсолютна стойност обратно пропорционална на цените им.

Основната оптимизационна задача на фирмата притежава дуална задача, а именно

$$Q = F(K, L) \rightarrow \max$$

ако $C = vK + wL,$

т. е. какво е максималното количество продукция, което може да се произведе с фиксирани разходи.

Лесно може да се провери, че дуалната задача води до абсолютно същото условие. Освен това, двете задачи имат едно и също решение: ако $Q = Q_0$ е ограничението на правата задача, а $C = C_0$ е минимума на разходите, то ако поставим $C = C_0$ като ограничение на дуалната задача, максимумът на количеството продукция ще бъде $Q = Q_0$.

Задача 6. За производствените функции: а) функцията на Кооб-Дъглас $Q = K^\alpha L^{1-\alpha}$; б) $Q = K^{0,5} L^{0,25}$ да се намерят функциите $K = K(Q)$, $L = L(Q)$ и $C = C(Q)$ при положение, че фирмата работи в оптимален режим.

Решение:

а) За частните производни на тази производствена функция (маргиналните производности на ресурсите) получаваме

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} \quad \text{и} \quad \frac{\partial F}{\partial L} = (1-\alpha) K^\alpha L^{-\alpha}.$$

Тогава от формулата за оптимално разпределение на ресурсите ще имаме

$$\frac{v}{w} = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}}{\frac{\partial F}{\partial L}} = \frac{\alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha}}{(1-\alpha)K^{\alpha} L^{-\alpha}} = \frac{\alpha L}{(1-\alpha)K} \Rightarrow K = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{w}{v} L.$$

Като заместим K от горния израз в производствената функция, получаваме

$$Q = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{w}{v} \right)^{\alpha} L \Rightarrow L = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{v}{w} \right)^{\alpha} Q \text{ и } K = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{v}{w} \right)^{\alpha-1} Q.$$

Като заместим така получените изрази за K и L в израза за C , ще имаме

$$C = \left[v \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{v}{w} \right)^{\alpha-1} + w \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{v}{w} \right)^{\alpha} \right] Q = \left(\frac{v}{\alpha} \right)^{\alpha} \left(\frac{w}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} Q.$$

б) Получаваме последователно

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{L^{\frac{1}{4}}}{2K^{\frac{1}{2}}} \text{ и } \frac{\partial F}{\partial L} = \frac{K^{\frac{1}{2}}}{4L^{\frac{3}{4}}},$$

$$\frac{v}{w} = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}}{\frac{\partial F}{\partial L}} = \frac{4L^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}}}{2K^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}} = \frac{2L}{K} \Rightarrow K = \frac{2Lw}{v},$$

$$Q = \left(\frac{2Lw}{v} \right)^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{2w}{v} \right)^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{4}} \Rightarrow L = \left(\frac{v}{2w} \right)^{\frac{2}{3}} Q^{\frac{4}{3}} \text{ и } K = \left(\frac{2w}{v} \right)^{\frac{1}{3}} Q^{\frac{4}{3}},$$

$$C = vK + wL = v \left(\frac{2w}{v} \right)^{\frac{1}{3}} Q^{\frac{4}{3}} + w \left(\frac{v}{2w} \right)^{\frac{2}{3}} Q^{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2^{\frac{2}{3}}} v^{\frac{2}{3}} w^{\frac{1}{3}} Q^{\frac{4}{3}}.$$

Забележка. Функцията $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$ се нарича мултипликативна функция. Тя е основен инструмент за моделиране на производството. Ясно е, че функцията на Кооб-Дъглас е частен случай на мултипликативна функция при $\alpha + \beta = 1$.

Основно предположение за поведението на конкуриращата се фирма в микроикономиката е нейният стремеж към максимализирането на печалбата. При условията на основната задача за фирмата, печалбата (като разлика от приходи и разходи) ще се изразява така

$$\Pi = R - C = pQ - C(Q) = pF(K, L) - (vK + wL).$$

Условието от първи ред на тази задача за безусловен максимум ще бъде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial K} = p \frac{\partial F}{\partial K} - v = 0 &\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial K} = \frac{v}{p} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial L} = p \frac{\partial F}{\partial L} - w = 0 &\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p}. \end{aligned}$$

На икономически език горните условия се изказват така: за да максимализира печалбата си, фирмата влага толкова ресурси, за да изравни маргиналните им производителности с относителните им цени.

Ако разделим горните две равенства, получаваме условието за оптимално разпределение на ресурсите

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial K}}{\frac{\partial F}{\partial L}} = \frac{v}{w}.$$

Ако разглеждаме печалбата като функция на една променлива – количеството произведена продукция Q , то след диференциране на функцията на една променлива $\Pi(Q) = pQ - C(Q)$, получаваме условието от първи ред $\Pi'(Q) = p - C'(Q) = 0$ или $p = C'(Q)$. С други думи, за да получи максимална печалба, фирмата трябва да произведе такова количество продукция, при което маргиналните разходи се изравняват с цената на произведената продукция. Условието от втори ред $\Pi''(Q) = -C''(Q) < 0 \Rightarrow C''(Q) > 0$ показва, че функцията на разходите трябва да е изпъкнала.

Задача 7. За производствената функция $Q = K^{0,5}L^{0,25}$ да се намерят стойностите на количеството произведена продукция Q и количествата, вложени в производството ресурси K и L при условие, че печалбата се максимализира.

Решение:

Тъй като от решението на предишната задача имаме готов израз за разходите като функция на произведеното количество, ще използваме условието $p = C'(Q)$ или

$$p = C'(Q) = 2^{\frac{4}{3}}v^{\frac{2}{3}}w^{\frac{1}{3}}Q^{\frac{1}{3}}.$$

След като повдигнем двете страни на горния израз на трета степен и изразим Q получаваме

$$Q = \frac{p^3}{16v^2w}.$$

Заместваме получения израз за Q в изразите за K и L (чрез Q) от решението на предишната задача и получаваме

$$K = \frac{p^4}{16v^3w} \quad \text{и} \quad L = \frac{p^4}{64v^2w^2}.$$

Да отбележим, че тези изрази за K , L и Q могат да се получат и директно, чрез използване на условията

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{v}{p} \quad \text{и} \quad \frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p}.$$

Забележка. Ако гледаме на цените v , w и p не като на параметри, а като на променливи, то от решаването на задачата за максимизиране на печалбата на конкурентната фирма получаваме функциите $Q = Q(v, w, p)$ – функция на предлагане (на произведената стока), $K = K(v, w, p)$ – функция на търсене на капитал и $L = L(v, w, p)$ – функция на търсене на труд.

6.2. Оптимално поведение на потребителя. Основната задача на потребителя се състои в постигането на максимална полезност при закупуване на продукти с фиксиран бюджет. Тя има вида

$$U = F(x_1, x_2) \rightarrow \max$$

$$\text{ако } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m,$$

където $U = F(x_1, x_2)$ е функцията на полезност на потребителя, показваща какво е субективното му удовлетворение при закупуване на два продукта в количества x_1 и x_2 ; p_1 и p_2 са цените на тези продукти, а m е бюджетът, с който потребителят разполага за закупуването на продуктите.

Дадени са: цените p_1 и p_2 на продуктите, бюджета m и функцията на полезност $U = F(x_1, x_2)$. При решаването на задачата могат да се намерят:

- оптималните количества от продуктите x_1 и x_2 , така че полезността да е максимална;
- полезността U , която потребителят е постигнал, следвайки оптимално поведение.

Забележка. Ако разглеждаме p_1 , p_2 и m като независими променливи, получаваме функциите $x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$ и $x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$ – функции на потребителското търсене на двата продукта.

Задачата се решава по метода на вариране на множителя (на Лагранж). Образоваме функцията на Лагранж:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = F(x_1, x_2) + \lambda(m - p_1 x_1 - p_2 x_2).$$

От условията от първи ред (нулиране на първите частни производни) получаваме

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial F}{\partial x_1} - \lambda p_1 \Rightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial x_1}}{p_1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial F}{\partial x_2} - \lambda p_2 \Rightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial x_2}}{p_2}.$$

Като приравним двата израза за λ получаваме

$$\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial x_1}}{p_1} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x_2}}{p_2} \Rightarrow \frac{\frac{\partial F}{\partial x_1}}{\frac{\partial F}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Тези две равенства могат да се изкажат така (на икономически език):

- при оптимално поведение потребителят изхарчва всеки свой лев с еднаква маргинална полезност (λ – маргинална полезност на похарчените пари);
- съотношението на маргиналните полезности на стоките трябва да съвпада със съотношението на цените им.

От друга страна, за пълния диференциал на функцията на полезност $U = F(x_1, x_2)$ ще имаме

$$dU = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} dx_2.$$

При $U = const \Rightarrow dU = 0$, тогава получаваме

$$\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x_2}}{\frac{\partial F}{\partial x_1}}.$$

Частното

$$\frac{dx_1}{dx_2} = MRS_{x_2, x_1}$$

се нарича маргинална норма на заместване на първия продукт с втория продукт. Тя показва с колко трябва да се намали количеството на първия продукт при малко увеличение на количеството на втория продукт, така че полезността да се запази. Окончателно получаваме

$$MRS_{x_2, x_1} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x_2}}{\frac{\partial F}{\partial x_1}} = -\frac{p_2}{p_1},$$

т. е. маргиналната норма на заместване на продуктите трябва да бъде по абсолютна стойност обратно пропорционална на цените им.

Аналогично със случая на фирмата, и при производителя съществува задача, дуална на основната. При нея трябва да се минимализират разходите (разходите) на потребителя с цел – постигане на определено ниво на полезност:

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \rightarrow \max,$$

$$\text{ако } F(x_1, x_2) = U.$$

И в този случай, за решенията на двете взаимно дуални потребителски задачи, важи същото, което беше отбелязано при задачите на фирмата. Освен това, прави впечатление, че математически основната задача на фирмата е близка с дуалната задача на потребителя и обратното.

Задача 8. Да се намерят оптималните количества стоки x_1 и x_2 за мултипликативната функция на полезност

$$U = x_1^\alpha x_2^\beta.$$

Решение:

За първите частни производни на функцията на полезност получаваме

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^\beta \quad \text{и} \quad \frac{\partial U}{\partial x_2} = \beta x_1^\alpha x_2^{\beta-1}.$$

Тогава от условието за оптималност ще имаме

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^\beta}{\beta x_1^\alpha x_2^{\beta-1}} = \frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{p_1 x_1}{p_2 x_2} = \frac{\alpha}{\beta}.$$

Последното равенство показва, че в условие на оптималност и мултипликативна функция на полезност, съотношението на бюджетите, изразходвани за закупуване на продуктите трябва да съвпада със съотношението на степенните показатели във функцията.

Като заместим $p_1 x_1$ с $\frac{\alpha}{\beta} p_2 x_2$ в бюджетното ограничение, получаваме

$$\frac{\alpha}{\beta} p_2 x_2 + p_2 x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{\beta m}{(\alpha + \beta) p_2} \quad \text{и} \quad x_1 = \frac{\alpha m}{(\alpha + \beta) p_1}.$$

7. Модел на Хекшер–Олин

7.1. Същност на модела на Хекшер–Олин. По-нататъшно развитие на теорията на международния стокообмен се наблюдава в трудовете на шведските икономисти Ели Хекшер (1879 – 1952) и Бертил Олин (1899 – 1979). Ако Дейвид Рикардо е свързвал сравнителните предимства в производството на отделните стоки с различната ефективност на използването на производствените фактори, то Хекшер и Олин с различната снабденост (надареност) на страните с тези фактори. В статията си „Ефектът на външната търговия върху разпределението на дохода“ (1919) Е. Хекшер за пръв път поставя проблема за ролята на изобилния фактор в производството при формирането на експортната стратегия на дадена страна. По-късно, в произведението си „Междурегионална и международна търговия“ (1933

г.) Б. Олин преоткрива значимостта в разположението на факторите и начина на тяхното използване във външната търговия.

Тъй като относително излишните фактори на производство се предлагат на по-ниска цена, а дефицитните – на по-висока, то страните, в които на единица човешки ресурси се падат по-вече капиталови ресурси ще изнасят капиталоемки стоки, в противен случай ще се осъществява износ на трудоемки стоки. Този извод е получил наименованието **теорема на Хекшер–Олин**.

Теорията на Хекшер–Олин не предполага в анализите сравнителните предимства, тя ги обяснява. Разликите в относителната **факторна надареност** с производствени фактори и в техните цени са случай на дотърговска разлика в относителните стокови цени между двете страни. И това създава реални предпоставки за международната търговия.

Икономистите многократно са подлагали на проверка теоремата на Хекшер–Олин. Резултатите на тези проверки почти винаги потвърждавали теорията, но има такива, които я отхвърлят. Първи и най-известен сред тях е **парадоксът на Леонтиев**. Той използва данни за състоянието на американската икономика през 1947 г. Прилагайки своя метод разходи-производство (input-output), той достига до извод, опровергаващ теоремата на Хекшер–Олин.

В какво се състои парадокса на Леонтиев. Американската икономика разполага с изобилие от капитал. Следователно, според теоремата на Хекшер–Олин, Леонтиев очаква да получи като резултат износ, който е доминиран от капиталоемки стоки и внос, състоящ се предимно от трудоемки стоки. Резултатите от теста на Леонтиев са впечатляващи: американският внос е с 30% по-капиталоемок от износа. Основен източник на противоречието между изследването на Леонтиев и теоремата е фактът, че при наблюдаването на капиталоемкостта Леонтиев включва само физически капитал, изключвайки човешкия капитал. Последният се формира от личните качества на работната сила, подобрени от образованието, придобитата квалификация и уменията на работниците. В този смисъл, като се вземе пред вид, че в американската работна сила е инвестиран много повече капитал, отколкото в работниците в другите страни, то присъствието на голям трудов компонент в износа го прави по-капиталоемок. Подобно на проблема с човешкия капитал е този с разходите за научни изследвания. Влагането на капитал „на знанието“ в крайната продукция повишава стойността ѝ. Преобладаващата част от американският износ съдържа значителна компонента на високотехнологичен капитал, който съчетан с човешкия капитал дава ново обяснение на вида и интензитета на международната търговия.

7.2. Конструирание на пример за проверка на теоремата на Хекшер–Олин. За теоретичната проверка на тази теорема посредством модел на стокообмен между две страни е нужно да се използват производствени функции с два взаимозаменяеми фактора на производство. В резултат се получава модел с две

страни, произвеждащи и потребяващи две стоки, в производството на които се използват два фактора на производство – модел $2 \times 2 \times 2$.

Нека страната A да разполага с 200 единици труд и с 500 единици капитал, а страната B – с 400 ед. труд и 300 ед. капитал. Във всяка от страните се произвеждат две стоки – храни (F) и дрехи (H). За да се съсредоточим върху различната снабденост на страните с производствените фактори, приемаме че в двете страни се използват технологии с постоянна възвращаемост от мащаба, представени от производствените функции

$$Q_F = L_F^{3/4} K_F^{1/4} \quad \text{и} \quad Q_H = L_H^{1/4} K_H^{3/4}$$

И че в двете страни потребителите имат еднакви предпочитания, изразяващи се чрез функцията на полезност

$$U = Q_F Q_H.$$

Като приложим условието за оптималност за двете технологии (еднакви в двете страни), получаваме

$$\frac{\frac{\partial Q_F}{\partial L_F}}{\frac{\partial Q_F}{\partial K_F}} = \frac{\frac{3 K_F^{1/4}}{4 L_F^{1/4}}}{\frac{1 L_F^{3/4}}{4 K_F^{3/4}}} = \frac{3 K_F}{L_F} = \frac{w}{v}; \quad \frac{\frac{\partial Q_H}{\partial L_H}}{\frac{\partial Q_H}{\partial K_H}} = \frac{\frac{1 K_H^{3/4}}{4 L_H^{3/4}}}{\frac{3 L_H^{1/4}}{4 K_H^{1/4}}} = \frac{K_H}{3 L_H} = \frac{w}{v}.$$

(Направили сме предположението, че съотношението на цените на ресурсите, вероятно различно в двете страни, е еднакво за двата отрасъла.)

Приравнявайки двата израза за $\frac{w}{v}$ получаваме

$$\frac{w}{v} = \frac{3 K_F}{L_F} = \frac{K_H}{3 L_H} \Rightarrow K_F = \frac{L_F K_H}{9 L_H} (*)$$

Очакванията, въз основа на теоремата на Хекшер–Олин ще бъдат, че тъй като в страната A капиталът е изобилен фактор, а технологията за производство на дрехи (H) е по-капиталоемка, то A ще се специализира в производството на дрехи, а B – на храни (F).

7.3. Анализ на производството без наличието на стокообмен между двете страни.

1. В страната A .

Тъй като в A общото количество труд е 200 единици, а капитал – 500 ед., то ще са изпълнени съотношенията

$$L_F + L_H = 200 \quad \text{и} \quad K_F + K_H = 500.$$

На базата на горните равенства, както и на (*), можем да изразим величините L_F, L_H, K_F, K_H чрез една от тях, например, нека това да е L_F . Ще имаме

$$\begin{aligned} L_H &= 200 - L_F; K_H = 500 - K_F; K_F = \frac{L_F K_H}{9L_H} = \frac{L_F(500 - K_F)}{9(200 - L_F)} \Rightarrow 1800K_F - 9K_F L_F \\ &= 500L_F - L_F K_F \Rightarrow K_F = \frac{500L_F}{1800 - 8L_F}; K_H = 500 - \frac{500L_F}{1800 - 8L_F} \\ &= \frac{900000 - 4000L_F - 500L_F}{1800 - 8L_F} = \frac{4500(200 - L_F)}{1800 - 8L_F} = \frac{1125}{2} \frac{200 - L_F}{225 - L_F}. \end{aligned}$$

Нека сега да положим $L_F = x$ и да изразим произведените количества храна $Q_{F,A}$ и дрехи $Q_{H,A}$ чрез x и на база на техните производствени технологии. Ще имаме

$$\begin{aligned} Q_{F,A} &= L_F^{3/4} K_F^{1/4} = x^{3/4} \left(\frac{1125x}{2(225 - x)} \right)^{1/4} = \frac{5^{3/4}}{2^{1/4}} \frac{x}{(225 - x)^{1/4}}; \\ Q_{H,A} &= L_H^{1/4} K_H^{3/4} = (200 - x)^{1/4} \left(\frac{1125(200 - x)}{2(225 - x)} \right)^{3/4} = \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4}}{2^{3/4}} \frac{(200 - x)}{(225 - x)^{3/4}}. \end{aligned}$$

Получените количества $Q_{F,A}$ и $Q_{H,A}$ заместваме във функцията на потребителска полезност и получаваме

$$U_A = Q_{F,A} Q_{H,A} = \frac{5^{3/4}}{2^{1/4}} \frac{x}{(225 - x)^{1/4}} \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4}}{2^{3/4}} \frac{(200 - x)}{(225 - x)^{3/4}} = \frac{375\sqrt{3}}{2} \frac{x(200 - x)}{(225 - x)^2}.$$

Максимализирането на полезността на потребителите от страната А ни води до уравнението

$$\left(\frac{200x - x^2}{225 - x} \right)' = 0.$$

Ще имаме

$$\begin{aligned} \frac{(200 - 2x)(225 - x) + (200x - x^2)}{(225 - x)^2} &= \frac{45000 - 200x - 450x + 2x^2 + 200x - x^2}{(225 - x)^2} \\ &= \frac{45000 - 450x + x^2}{(225 - x)^2} = 0. \end{aligned}$$

Квадратното уравнение $x^2 - 450x + 45000 = 0$ има корените $x_{1,2} = 225 \pm \sqrt{225^2 - 45000} = 225 \pm 75 \Rightarrow x_1 = 300, x_2 = 150$. Тъй като $x = L_F \leq 200$, то $x = x_2 = 150$.

Сега можем да получим количествата на трудовите ресурси $L_{F,A}, L_{H,A}, K_{F,A}, K_{H,A}$. Ще имаме

$$L_{F,A} = x = 150; L_{H,A} = 200 - L_{F,A} = 50; K_{F,A} = \frac{125}{2} \frac{L_{F,A}}{225 - L_{F,A}} = \frac{125}{2} \frac{150}{75} \\ = 125; K_{H,A} = 500 - K_{F,A} = 375.$$

Можем да получим и произведените количества продукти:

$$Q_{F,A} = L_{F,A}^{3/4} K_{F,A}^{1/4} = 150^{3/4} \cdot 125^{1/4} = (6 \cdot 5^2)^{3/4} \cdot 5^{3/4} = 6^{3/4} \cdot 25 \cdot 5^{1/4} \\ \cong 143,3;$$

$$Q_{H,A} = L_{H,A}^{1/4} K_{H,A}^{3/4} = 50^{1/4} \cdot 375^{3/4} = (2 \cdot 5^2)^{1/4} \cdot (3 \cdot 5^3)^{3/4} = 2^{1/4} \cdot 25 \cdot 15^{3/4} \\ \cong 226,6.$$

При тези стойности на $Q_{F,A}$ и $Q_{H,A}$ достигнатото ниво на полезност (благосъстояние) в страната A ще бъде

$$U_A = Q_{F,A} Q_{H,A} = 143,3 \cdot 226,6 \cong 32472.$$

Интерес за по-нататъшните разглеждания ще бъде така наречената **маргинална норма на продуктово заместване**

$$MRPS_{H,F} = \frac{dQ_F}{dQ_H} = \frac{Q_F'}{Q_H'},$$

която показва при така изразходваните производствени фактори, с колко трябва да се намали производството на храни (F), ако производството на дрехи (H) се увеличи с една (малка) единица. Трябва да пресметнем

$$MRPS_{H,F}^A(x = 150) = \frac{Q_{F,A}'(150)}{Q_{H,A}'(150)}.$$

За $Q_{F,A}'(x)$ получаваме

$$Q_{F,A}'(x) = \frac{5^{3/4}}{2^{1/4}} \left(\frac{x}{(225 - x)^{1/4}} \right)' = \frac{5^{3/4}}{2^{1/4}} \frac{(225 - x)^{1/4} + \frac{x}{4(225 - x)^{3/4}}}{(225 - x)^{1/2}} \\ = \frac{5^{3/4}}{2^{1/4}} \frac{4(225 - x) + x}{4(225 - x)^{5/4}} = \frac{5^{3/4}}{2^{1/4}} \frac{3(300 - x)}{4(225 - x)^{5/4}}.$$

За $Q_{H,A}'(x)$ ще имаме

$$Q_{H,A}'(x) = \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4}}{2^{3/4}} \left(\frac{200 - x}{(225 - x)^{3/4}} \right)' = \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4}}{2^{3/4}} \frac{-(225 - x)^{3/4} + \frac{3(200 - x)}{4(225 - x)^{1/4}}}{(225 - x)^{3/2}} \\ = \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4}}{2^{3/4}} \frac{3(200 - x) - 4(225 - x)}{4(225 - x)^{7/4}} = \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4}}{2^{3/4}} \frac{(x - 300)}{4(225 - x)^{7/4}}.$$

Тогава за маргиналната норма на продуктово заместване $MRPS_{H,F}^A(x)$ получаваме

$$MRPS_{H,F}^A(x) = \frac{Q_{F,A}'(x)}{Q_{H,A}'(x)} = -\frac{2^{1/2}}{5^{3/2} \cdot 3^{1/2}} (225 - x)^{1/2} = -\frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{15}} (225 - x).$$

Окончателно ще имаме

$$MRPS_{H,F}^A(x = 150) = -\frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{15}} 75 = -\frac{\sqrt{10}}{5} \cong -0,632.$$

Забележка. Параметрично зададената линия $Q_{F,A} = Q_{F,A}(x)$, $Q_{H,A} = Q_{H,A}(x)$, $x \in [0,200]$ е линията на производствените възможности за страната А. Лесно може да се покаже, че тя загражда изпъкнала област в равнината с координати Q_F , Q_H . Съгласно известната от курса по математически анализ геометрична интерпретация на производната, маргиналната норма на продуктово заместване е равна на тангенса на ъгъла, сключван от допирателната с абсцисната ос.

2. В страната В.

Съответните ограничения в страната В добиват вида

$$L_F + L_H = 400 \text{ и } K_F + K_H = 300.$$

Тогава ще имаме

$$\begin{aligned} L_H = 400 - L_F; K_H = 300 - K_F; K_F &= \frac{L_F K_H}{9L_H} = \frac{L_F(300 - K_F)}{9(400 - L_F)} \Rightarrow 3600K_F - 9K_F L_F \\ &= 300L_F - L_F K_F \Rightarrow K_F = \frac{300L_F}{3600 - 8L_F}; K_H = 300 - \frac{300L_F}{3600 - 8L_F} \\ &= \frac{1080000 - 2400L_F - 300L_F}{3600 - 8L_F} = \frac{2700(400 - L_F)}{3600 - 8L_F} = \frac{675}{2} \frac{400 - L_F}{450 - L_F}. \end{aligned}$$

Полагаме $L_F = x$ и изразяваме произведените количества храна $Q_{F,B}$ и дрехи $Q_{H,B}$ чрез x , използвайки съответните производствени функции.

$$Q_{F,B} = L_F^{3/4} K_F^{1/4} = x^{3/4} \left(\frac{75x}{2(450 - x)} \right)^{1/4} = \frac{3^{1/4} \cdot 5^{1/2}}{2^{1/4}} \frac{x}{(450 - x)^{1/4}};$$

$$Q_{H,B} = L_H^{1/4} K_H^{3/4} = (400 - x)^{1/4} \left(\frac{675}{2} \frac{400 - x}{450 - x} \right)^{3/4} = \frac{3^{9/4} \cdot 5^{3/2}}{2^{3/4}} \frac{400 - x}{(450 - x)^{3/4}}.$$

Получените количества от стоките $Q_{F,B}$ и $Q_{H,B}$ замествахме във функцията на потребителска полезност и получаваме

$$U_B = Q_{F,B}Q_{H,B} = \frac{3^{1/4} \cdot 5^{1/2}}{2^{1/4}} \frac{x}{(450-x)^{1/4}} \frac{3^{9/4} \cdot 5^{3/2}}{2^{3/4}} \frac{400-x}{(450-x)^{3/4}}$$

$$= \frac{225\sqrt{3}x(400-x)}{2(450-x)^2}.$$

Максимализирането на полезността на потребителите от страната B ни води до уравнението

$$\left(\frac{400x - x^2}{450 - x}\right)' = 0.$$

Ще имаме

$$\frac{(400 - 2x)(450 - x) + (400x - x^2)}{(450 - x)^2}$$

$$= \frac{180000 - 400x - 900x + 2x^2 + 400x - x^2}{(450 - x)^2}$$

$$= \frac{180000 - 900x + x^2}{(450 - x)^2} = 0.$$

Квадратното уравнение $x^2 - 900x + 180000 = 0$ има корените $x_{1,2} = 450 \pm \sqrt{450^2 - 180000} = 450 \pm 150 \Rightarrow x_1 = 600, x_2 = 300$. Тъй като $x = L_F \leq 400$, то $x = x_2 = 300$.

Сега можем да получим количествата на трудовите ресурси $L_{F,B}, L_{H,B}, K_{F,B}, K_{H,B}$.
Ще имаме

$$L_{F,B} = x = 300; L_{H,B} = 400 - L_{F,B} = 100; K_{F,B} = \frac{75}{2} \frac{L_{F,B}}{450 - L_{F,B}} = \frac{75}{2} \frac{300}{150}$$

$$= 75; K_{H,B} = 300 - K_{F,B} = 225.$$

Можем да получим и произведените количества продукти в страната B :

$$Q_{F,B} = L_{F,B}^{3/4} K_{F,B}^{1/4} = 300^{3/4} \cdot 75^{1/4} = (2^2 \cdot 3 \cdot 5^2)^{3/4} \cdot (3 \cdot 5^2)^{1/4} = 150\sqrt{2}$$

$$\cong 212,1;$$

$$Q_{H,B} = L_{H,B}^{1/4} K_{H,B}^{3/4} = 100^{1/4} \cdot 225^{3/4} = (2^2 \cdot 5^2)^{1/4} \cdot (3^2 \cdot 5^2)^{3/4} = 75\sqrt{6}$$

$$\cong 183,7.$$

При тези стойности на $Q_{F,B}$ и $Q_{H,B}$ достигнатото ниво на полезност ще бъде

$$U_B = Q_{F,B}Q_{H,B} = 212,1 \cdot 183,7 = 38963.$$

Сега ще пресметнем маргиналната норма на продуктово заместване в страната B :

$$MRPS_{H,F}^B(x = 300) = \frac{Q_{F,B}'(300)}{Q_{H,B}'(300)}.$$

За $Q_{F,B}'(x)$ получаваме

$$\begin{aligned} Q_{F,B}'(x) &= \frac{3^{1/4} \cdot 5^{1/2}}{2^{1/4}} \left(\frac{x}{(450-x)^{1/4}} \right)' = \frac{3^{1/4} \cdot 5^{1/2}}{2^{1/4}} \frac{(450-x)^{1/4} + \frac{x}{4(450-x)^{3/4}}}{(450-x)^{1/2}} \\ &= \frac{3^{1/4} \cdot 5^{1/2}}{2^{1/4}} \frac{4(450-x) + x}{4(450-x)^{5/4}} = \frac{3^{1/4} \cdot 5^{1/2}}{2^{1/4}} \frac{3(600-x)}{4(450-x)^{5/4}}. \end{aligned}$$

За $Q_{H,B}'(x)$ ще имаме

$$\begin{aligned} Q_{H,B}'(x) &= \frac{3^{9/4} \cdot 5^{3/2}}{2^{3/4}} \left(\frac{400-x}{(450-x)^{3/4}} \right)' = \frac{3^{9/4} \cdot 5^{3/2}}{2^{3/4}} \frac{-(450-x)^{3/4} + \frac{3(400-x)}{4(450-x)^{1/4}}}{(225-x)^{3/2}} \\ &= \frac{3^{9/4} \cdot 5^{3/2}}{2^{3/4}} \frac{3(400-x) - 4(450-x)}{4(450-x)^{7/4}} = \frac{3^{9/4} \cdot 5^{3/2}}{2^{3/4}} \frac{(x-600)}{4(450-x)^{7/4}}. \end{aligned}$$

Тогава за маргиналната норма на продуктово заместване $MRPS_{H,F}^B(x)$ получаваме

$$MRPS_{H,F}^B(x) = \frac{Q_{F,B}'(x)}{Q_{H,B}'(x)} = -\frac{2^{1/2}}{3 \cdot 5} (450-x)^{1/2} = -\frac{1}{15} \sqrt{2(450-x)}.$$

Окончателно ще имаме

$$MRPS_{H,F}^B(x=300) = -\frac{1}{15} \sqrt{300} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \cong -1,155.$$

7.4. Анализ при наличието на стокообмен между двете страни.

За нуждите на стокообмена между страните A и B въвеждаме международни цени - P_F на храните и P_H на дрехите. Тогава, например, за страната A производеният национален доход ще бъде

$$M_A = P_F Q_{F,A} + P_H Q_{H,A},$$

$$\text{като } Q_{F,A} = Q_{F,A}(x) \text{ и } Q_{H,A} = Q_{H,A}(x),$$

т.е. точката с координати $(Q_{F,A}, Q_{H,A})$ ще бъде разположена на линията на производствените възможности на страната A . Тогава условието от първи ред за максимизирането на националния доход на страната A $M_A(x)$ ще бъде

$$M_A'(x) = P_F Q_{F,A}'(x) + P_H Q_{H,A}'(x) = 0$$

т.е.

$$\frac{dQ_{F,A}}{dQ_{H,A}} = \frac{Q_{F,A}'}{Q_{H,A}'} = -\frac{P_H}{P_F}$$

ИЛИ

$$MRPS_{H,F}^A = -\frac{P_H}{P_F}.$$

Аналогично, за страната B ще имаме

$$MRPS_{H,F}^B = -\frac{P_H}{P_F}.$$

Това може да се изкаже така: при условие на оптимален двустранен стокообмен, страните ще произведат количество стоки, изравняващи техните маргинални норми на продуктово заместване помежду си и (по абсолютна стойност) с реципрочното съотношение на международните цени.

Ако положим съотношението на международните цени $\frac{P_H}{P_F} = \lambda$, то получаваме

$$MRPS_{H,F}^A = MRPS_{H,F}^B = -\lambda.$$

Сега можем да пристъпим към икономическия анализ при наличието на двустранен обмен.

1. В страната A .

Тъй като за маргиналната норма на продуктово заместване в страната A в 5.3. сме получили израза $MRPS_{H,F}^A(x) = -\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{15}(225-x)}$, а от друга страна $MRPS_{H,F}^A = -\lambda$, то ще имаме

$$\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{15}(225-x)} = \lambda.$$

Горното равенство ни позволява да изразим x чрез λ :

$$\frac{2}{375}(225-x) = \lambda^2 \Rightarrow x = 225 - 187,5\lambda^2.$$

Това ни позволява да изразим $Q_{F,A}$ и $Q_{H,A}$ чрез λ :

$$Q_{F,A} = \frac{5^{3/4} x}{2^{1/4} (225-x)^{1/4}} = \frac{5^{3/4} 225 - 187,5\lambda^2}{2^{1/4} (187,5)^{1/4} \lambda^{1/2}} = \frac{1}{3^{1/4}} \frac{225 - 187,5\lambda^2}{\lambda^{1/2}},$$

$$Q_{H,A} = \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4} (200-x)}{2^{3/4} (225-x)^{3/4}} = \frac{3^{3/2} \cdot 5^{9/4} (187,5\lambda^2 - 25)}{2^{3/4} (187,5)^{3/4} \lambda^{3/2}} = 3^{3/4} \frac{187,5\lambda^2 - 25}{\lambda^{3/2}}.$$

Тогава националният доход на страната A , при цени $P_F = 1$ и $P_H = \lambda$ ще бъде:

$$\begin{aligned}
M_A &= 1 \cdot Q_{F,A} + \lambda \cdot Q_{H,A} = \frac{1}{3^{1/4}} \frac{225 - 187,5\lambda^2}{\lambda^{1/2}} + 3^{3/4} \cdot \lambda \frac{187,5\lambda^2 - 25}{\lambda^{3/2}} \\
&= \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (225 - 187,5\lambda^2 + 562,5\lambda^2 - 75) \\
&= \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (375\lambda^2 + 150).
\end{aligned}$$

Сега ще добавим допълнително условие, за да може параметъра λ (т.е. оптималното съотношение на цените) да бъде определен еднозначно, така че двете страни да извлекат максимална изгода от стокообмена между тях. Тъй като страната A се специализира в производството на дрехи (H), а B – на храни (F), то A трябва да произвежда повече дрехи, отколкото е вътрешното потребление, а B – храни. Трябва да бъдат изпълнени и условията

$$Q_{F,A}^{im} = Q_{F,B}^{ex} \text{ и } Q_{H,A}^{ex} = Q_{H,B}^{im},$$

т.е. количеството храни, които A внася трябва да съвпада с количеството храни, изнасяни от B и количеството износ на дрехи от A трябва да е равно на количеството дрехи внос от B .

Тогава, като отчетем, че максимализирането на националния доход на A всъщност отчита производството (предлагането) на храни $Q_{F,A}^S$ и дрехи $Q_{H,A}^S$ в тази страна, получаваме очевидните равенства

$$Q_{F,A}^{im} = Q_{F,A}^D - Q_{F,A}^S \text{ и } Q_{H,A}^{ex} = Q_{H,A}^S - Q_{H,A}^D.$$

(с $Q_{F,A}^D$ сме означили вътрешното търсене на храни, а с $Q_{H,A}^D$ – на дрехи). $Q_{F,A}^D$ и $Q_{H,A}^D$ трябва да се определят от максимализирането на функцията на полезност, т.е. от решенията на оптимизационната задача

$$\begin{aligned}
U_A &= Q_{F,A}^D Q_{H,A}^D \rightarrow \max, \\
\text{ако } 1 \cdot Q_{F,A}^D + \lambda \cdot Q_{H,A}^D &= M_A.
\end{aligned}$$

Решенията са

$$Q_{F,A}^D = \frac{M_A}{2} \text{ и } Q_{H,A}^D = \frac{M_A}{2\lambda}.$$

Тъй като $Q_{F,A}^S = \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (225 - 187,5\lambda^2)$, то за $Q_{F,A}^{im}$ получаваме

$$\begin{aligned}
Q_{F,A}^{im} &= Q_{F,A}^D - Q_{F,A}^S = \frac{1}{2} \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (375\lambda^2 + 150) - \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (225 - 187,5\lambda^2) \\
&= \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (375\lambda^2 - 150).
\end{aligned}$$

Аналогично, за $Q_{H,A}^{ex}$ ще имаме

$$Q_{H,A}^{ex} = Q_{H,A}^S - Q_{H,A}^D = 3^{3/4} \frac{187,5\lambda^2 - 25}{\lambda^{3/2}} - \frac{1}{2\lambda} \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (375\lambda^2 + 150)$$

$$= \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{3/2}} (375\lambda^2 - 150).$$

2. В страната B .

Тъй като

$$MRPS_{H,F}^B = -\frac{1}{15} \sqrt{2(450 - x)} = -\lambda,$$

получаваме $x = 112,5(4 - \lambda^2)$.

Това ни позволява да изразим $Q_{F,B}^S$ и $Q_{H,B}^S$ чрез λ :

$$Q_{F,B}^S = \frac{3^{1/4} \cdot 5^{1/2}}{2^{1/4}} \frac{x}{(450 - x)^{1/4}} = \frac{112,5(4 - \lambda^2)}{3^{1/4} \lambda^{1/2}},$$

$$Q_{H,B}^S = \frac{3^{9/4} \cdot 5^{3/2}}{2^{3/4}} \frac{400 - x}{(450 - x)^{3/4}} = \frac{3^{3/4}(112,5\lambda^2 - 50)}{\lambda^{3/2}}.$$

Националният доход на страната B , при цени $P_F = 1$ и $P_H = \lambda$ ще бъде:

$$M_B = 1 \cdot Q_{F,B}^S + \lambda \cdot Q_{H,B}^S = \frac{112,5(4 - \lambda^2)}{3^{1/4} \lambda^{1/2}} + \lambda \frac{3^{3/4}(112,5\lambda^2 - 50)}{\lambda^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (225\lambda^2 + 300).$$

Сега от решаването на задачата за максимизиране на полезността, ще намерим вътрешното търсене (потребление) $Q_{F,B}^D$ и $Q_{H,B}^D$:

$$U_B = Q_{F,B}^D Q_{H,B}^D \rightarrow \max,$$

$$\text{ако } 1 \cdot Q_{F,B}^D + \lambda \cdot Q_{H,B}^D = M_B.$$

Получаваме

$$Q_{F,B}^D = \frac{M_B}{2} = \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{1/2}} (112,5\lambda^2 + 150)$$

$$Q_{H,B}^D = \frac{M_B}{2\lambda} = \frac{1}{3^{1/4}\lambda^{3/2}} (112,5\lambda^2 + 150).$$

Тогава за износа на храни от B към A ще имаме

$$\begin{aligned}
Q_{F,B}^{ex} &= Q_{F,B}^S - Q_{F,B}^D = \frac{112,5(4 - \lambda^2)}{3^{1/4} \lambda^{1/2}} - \frac{1}{3^{1/4} \lambda^{1/2}} (112,5\lambda^2 + 150) \\
&= \frac{1}{3^{1/4} \lambda^{1/2}} (300 - 225\lambda^2),
\end{aligned}$$

а за вноса на дрехи от A :

$$\begin{aligned}
Q_{H,B}^{im} &= Q_{H,B}^D - Q_{H,B}^S = \frac{1}{3^{1/4} \lambda^{3/2}} (112,5\lambda^2 + 150) - \frac{3^{3/4}(112,5\lambda^2 - 50)}{\lambda^{3/2}} \\
&= \frac{1}{3^{1/4} \lambda^{3/2}} (300 - 225\lambda^2).
\end{aligned}$$

3. Намиране на всички показатели за вътрешно производство (предлагане), потребление (търсене) и търговски стокообмен между страните A и B .

От уравнението

$$Q_{F,A}^{im}(\lambda) = Q_{F,B}^{ex}(\lambda)$$

определяме равновесната стойност на λ :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{3^{1/4} \lambda^{1/2}} (375\lambda^2 - 150) &= \frac{1}{3^{1/4} \lambda^{1/2}} (300 - 225\lambda^2) \Rightarrow 600\lambda^2 = 450 \Rightarrow \lambda^2 = \frac{3}{4} \text{ и } \lambda \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0,866.
\end{aligned}$$

(Решението на другото уравнение $Q_{H,A}^{ex}(\lambda) = Q_{H,B}^{im}(\lambda)$ дава същата стойност за λ).

Това ни позволява да намерим всички други равновесни стойности в случай на стокообмен между страните:

$$Q_{F,A}^S = \frac{1}{3^{1/4}} \frac{225 - 187,5 \frac{3}{4}}{\left(\frac{3}{4}\right)^{1/4}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 675}{3 \cdot 8}} \cong 68,9,$$

$$Q_{H,A}^S = 3^{3/4} \frac{187,5 \frac{3}{4} - 25}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3/2}} = \frac{925\sqrt{2}}{4} \cong 327,$$

$$M_A = 1 \cdot Q_{F,A}^S + \lambda \cdot Q_{H,A}^S = 68,9 + 0,866 \cdot 327 = 352,1,$$

$$Q_{F,A}^D = \frac{M_A}{2} = \frac{352,1}{2} = 176,04; \quad Q_{H,A}^D = \frac{M_A}{2\lambda} = \frac{352,1}{2 \cdot 0,866} = 203,28,$$

$$Q_{F,A}^{im} = Q_{F,A}^D - Q_{F,A}^S = 176,04 - 68,9 = 107,14,$$

$$Q_{H,A}^{ex} = Q_{H,A}^S - Q_{H,A}^D = 327 - 203,28 = 123,72,$$

$$Q_{F,B}^S = \frac{112,5 \left(4 - \frac{3}{4}\right)}{3^{1/4} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1/2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2625}{3 \cdot 8}} = 298,5,$$

$$Q_{H,B}^S = \frac{3^{3/4} \left(112,5 \frac{3}{4} - 50\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3/2}} = \frac{275\sqrt{2}}{4} = 97,2,$$

$$M_B = 1 \cdot Q_{F,B}^S + \lambda \cdot Q_{H,B}^S = 298,5 + 0,866 \cdot 97,2 = 382,7,$$

$$Q_{F,B}^D = \frac{M_B}{2} = \frac{382,7}{2} = 191,34; \quad Q_{H,B}^D = \frac{M_B}{2\lambda} = \frac{382,7}{2 \cdot 0,866} = 220,94,$$

$$Q_{F,B}^{ex} = Q_{F,B}^S - Q_{F,B}^D = 298,5 - 191,34 = 107,16,$$

$$Q_{H,B}^{im} = Q_{H,B}^D - Q_{H,B}^S = 220,94 - 97,2 = 123,74.$$

Вижда се, че са изпълнени условията

$$Q_{F,A}^{im} = Q_{F,B}^{ex} \quad \text{и} \quad Q_{H,A}^{ex} = Q_{H,B}^{im}$$

(разликите идват от грешки при закръглянето).

Достигнатите нива на полезност (благосъстояние) на страните са

$$U_A' = Q_{F,A}^D Q_{H,A}^D = 176,04 \cdot 203,28 = 35785 > 32472 = U_A,$$

$$U_B' = Q_{F,B}^D Q_{H,B}^D = 191,34 \cdot 220,94 = 42275 > 38963 = U_B.$$

Извод. Страната *A*, имаща относително по-високо съотношение капитал/труд, вследствие на международния стокообмен, увеличава производството на капиталоемкия продукт (*H*) за сметка на съкращаването на трудоемкия (*F*), а разполагащата с повече трудови ресурси страна *B* увеличава дела на трудоемкия продукт (*F*) и съкращава капиталоемкия (*H*). По такъв начин, въпреки че в двете страни са еднакви и технологиите на производство и полезностите на потребителите, отворената икономика предизвиква изменение на структурата на производство във всяка страна. Обаче, вследствие на изпъкналостта на линиите на производствените възможности, не се достига до пълна специализация. В резултат на изменението на производствените структури и международния стокообмен, благосъстоянието на страните нараства. Това най-добре се вижда в следната таблица, обобщаваща резултатите от 7.3. и 7.4.:

| показател | страната А | | | страна В | | |
|-----------|------------|--------|---------|----------|--------|--------|
| | 7.3. | 7.4. | Δ | 7.3. | 7.4. | Δ |
| Q_F^S | 143,30 | 68,90 | -74,40 | 212,10 | 298,50 | +86,40 |
| Q_F^D | 143,30 | 176,04 | +32,74 | 212,10 | 191,34 | -20,76 |
| Q_H^S | 226,60 | 327,00 | +100,40 | 183,70 | 97,20 | -86,50 |
| Q_H^D | 226,60 | 203,28 | -23,32 | 183,70 | 220,94 | +37,24 |
| U | 32472 | 35785 | +3313 | 38963 | 42275 | +3312 |

7.5. Изравняване на цените на ресурсите в модела на Хекшер–Олин. За да довършим анализа на конструирания в 7.2. пример, ще проверим какви са съотношенията на цените на ресурсите (капитал и труд) в случаите без и с наличието на международен стокообмен.

1. Без наличие на международен стокообмен. Тъй като в страната А капиталът е изобилен фактор, а в страната В – трудът, то може да се очаква, че в случай на затворено стопанство ще е изпълнено неравенството

$$\frac{w_A}{v_A} > \frac{w_B}{v_B}.$$

Тъй като всички показатели са пресметнати при предположение за изравняване на маргиналните норми на технологично заместване за двете стоки и в двете страни:

$$MRTS_{L,K} = -\frac{w}{v} = -3\frac{K_F}{L_F} = -3\frac{K_H}{L_H},$$

то съотношението на цените на ресурсите $\frac{w}{v}$ можем да пресметнем само за продукта (F) (за всяка от страните).

- в страната А. Въз основа на получените резултати в 7.3. ще имаме

$$\frac{w_A}{v_A} = 3\frac{K_{F,A}}{L_{F,A}} = 3\frac{125}{150} = 2,5,$$

т.е. без международна търговия ще имаме цени на ресурсите в страната А:

$$v_A = 1 \text{ и } w_A = 2,5.$$

- за страната В се получава

$$\frac{w_B}{v_B} = 3\frac{K_{F,B}}{L_{F,B}} = 3\frac{75}{300} = 0,75.$$

или цените на ресурсите ще бъдат

$$v_B = 1 \text{ и } w_B = 0,75.$$

2. При наличието на международен стокообмен.

- в страната A :

$$L_{F,A} = x = 225 - 187,5 \frac{3}{4} = 84,375,$$
$$K_{F,A} = \frac{125}{2} \frac{L_{F,A}}{225 - L_{F,A}} = 62,5 \frac{84,375}{140,625} = 37,5$$
$$\frac{w_A}{v_A} = 3 \frac{K_{F,A}}{L_{F,A}} = 3 \frac{37,5}{84,375} = 1,333.$$

- в страната B :

$$L_{F,B} = x = 450 - 112,5 \frac{3}{4} = 365,625,$$
$$K_{F,B} = \frac{75}{2} \frac{L_{F,B}}{450 - L_{F,B}} = 37,5 \frac{365,625}{84,375} = 162,5,$$
$$\frac{w_B}{v_B} = 3 \frac{K_{F,B}}{L_{F,B}} = 3 \frac{162,5}{365,625} = \frac{4}{3} = 1,333.$$

По такъв начин, при наличието на международен стокообмен, в страните се изравняват не само цените на потребителските стоки, но и цените на ресурсите.

Теоремата за изравняването на цените на производствените фактори е заслуга на нобеловия лауреат Пол Самуелсон, поради което разглежданата теория често се нарича теория на Хекшер-Олин-Самуелсон.

Според тази теория, може да доведе до изравняване на абсолютната и относителна възвращаемост на един хомогенен фактор между две и повече страни. В този смисъл външната търговия е заместител на международното движение на производствени ресурси. Хомогенен фактор означава, че в двете страни, например трудът има еднаква степен на образование, квалификация и производителност, а капиталът – еднаква производителност, достъпност и степен на риск.

В страната A нараства търсенето на капитал, а в страната B – на труд (поради специализацията на A в капиталоемката стока, а на B – в трудоемката). От това нараства лихвеният процент в страната A и работната заплата в страната B . Същевременно, в страната A спада търсенето на труд, а в страната B – на капитал, което води до понижаването на работната заплата в A и на лихвения процент в B . Следователно, международната търговия намалява дотърговските различия в работните заплати и лихвените проценти.

В същите направления, в които се движат факторните цени, се движат и реалният доход, който получават собствениците на производствени ресурси. Международната търговия води до спад на реалният доход на собствениците на труд в страната A и до покачване на дохода на собствениците на капитал. В страната B е обратното.

8. Влияние на вносните мита върху международната търговия

8.1. Международна търговска политика.

Както вече се убедихме в предходните глави, няма нищо по-добро от свободната търговия, базирана на международното разделение на труда и специализацията. Правилно избрания модел на специализация, въз основа на сравнителните и конкурентни предимства, е гаранция за ефективност на икономиката и ръст на благосъстоянието.

За съжаление обаче в съвременните условия е много трудно да се прилага в световен мащаб подобен модел на либерална международна търговия. Трябва да се отчита влиянието на множество фактори – вътрешни и външни. Всички местни производители застават зад искания за свободна пазарна конкуренция, по-малка намеса на държавата и минимум регулация. Но щом се окаже, че чуждестранният вносител предлага аналогична на местната стока на по-ниска цена и застрашава по този начин печалбите на националните производители, веднага се отправят претенции към правителството за ограничаване на вноса, за защита на националното производство, за мерки срещу чуждата конкуренция.

Нито едно правителство, дори и най-либералното, не може да игнорира напълно подобни искания. Зад тях стоят политически лобита, частно-икономически интереси, значими от социална гледна точка отрасли и работни места. Понякога мерките за контрол на вноса и насърчаване на износа могат да са предизвикани от нуждата да се уравни платежния баланс на страната, да се намали търговския дефицит, да се стимулират експортноориентираните отрасли, носители на потенциал за икономически растеж. Всичко това поражда необходимостта от активна национална търговска политика.

В продължение на повече от 70 години международната търговия се развива с два пъти по-бързи темпове от тези на икономическия растеж на световната икономика. (През периода 1945-2015 световната икономика е нараствала със среден годишен темп от 2,8% или 7 пъти, а световната търговия – с темп от 5,3% или 35 пъти). Това се дължи до голяма степен на усилията на международните търговски организации да утвърждават принципите на свободната търговия и да ограничават и контролират протекционизма.

Протекционизмът е съзнателно провеждана от правителството на една държава политика на защита на националното производство от конкуренцията на чуждия внос. Състои се в поставяне на бариери пред вноса (мита, квоти, нетарифни ограничения). По този начин се създава изкуствено по-благоприятна среда за импортозаместващите отрасли. От този тип политика печелят традиционните за провеждащата я страна сектори, дребните търговци, нискоквалифицираните работници. Губещи са потребителите (т.е. всички) поради по-високите цени, по-малките обеми, затрудненото разпространение на научно-техническия прогрес.

Аргументи „за“ протекционизма:

1. **Теорията за нововъзникващите отрасли** и необходимостта те да бъдат временно защитени. Основна теза е нуждата от време за даден сектор на националната икономика за изгради и утвърди сравнителни предимства и благодарение на икономистите от мащаба да достигне размери, които да му позволят да се възползва от тези предимства след отварянето на пазара за световната търговия. Изводът от тази теория е, че международното разделение на труда не е дадено веднъж завинаги – то може да еволюира, включвайки нови, развиващи се страни в международната търговия. В този смисъл няма „традиционни вносители и износители“. С преднамерена корпоративна и национална политика правителствата могат да изградят сравнителни и конкурентни предимства.
2. **Защита на работни места и доходи** в традиционни отрасли на местната икономика. Когато чуждият внос е по-конкурентен, той измества от пазара националните производители: част от фирмите фалират, а други са принудени да намалят обемите на производство или да търпят загуби от функционирането си. Това води до увеличаване на безработицата, спад в доходите и оттам по-малко търсене и в другите отрасли. Това е вярно, но само в краткосрочен период. Диференциацията на митата създава неравноправни условия за развитието на различен вид дейности, като ангажира трудов и производствен капитал в неконкурентни отрасли, вместо да го съсредоточи в най-печелившите сектори. Така се отлага структурната реформа и се забавя специализацията в дейности със сравнителни предимства. Специализацията в тях е единствената възможност за страната да е конкурентна в дългосрочен план. Протекционизмът даже не „предпазва“ местните работни места и производства – той ги разрушава, като ощетява износните производства и производствата, зависещи от внос.
3. **Защитата на стратегически национални икономически и политически интереси.** Да не се поставя изцяло под чужда зависимост страната по отношение на вноса на даден стратегически продукт (енергия, основни храни, военно оборудване, информационни продукти), да се диверсифицира риска и да се гарантира националният интерес, звучи разумно. Но и тук примерите на страни, провеждащи протекционизъм са негативни. Европейската аграрна политика, замислена да осигури самоизхранването на ЕС, днес генерира свръхпроизводство и излишъци, носи разходи на евробюджета и струва скъпо като цени на селскостопански продукти на европейския потребител.
4. **Подкрепа на платежния баланс**, когато той е с дефицит, като се прибегва до мерки за контрол върху вноса. Внимателното наблюдение обаче показва, че този ефект трудно се реализира директно. Ограниченията на вноса, увеличавайки относителната му цена, могат да преместят ресурси от експортните към импортнозаместващите отрасли, намалявайки по такъв начин разполагаемите ресурси за експортно производство. Ако страната, основен

търговски партньор прибегне до ответна политика (митническа война), резултатът ще е свиване на износа и дори е възможно влошаване на състоянието на платежния баланс.

Аргументи „против“ протекционизма. Привържениците на либералната търговия твърдят, че премахването на препятствията пред свободното движение на стоки ще доведе до национална специализация (на базата на сравнителни и конкурентни предимства) и това ще доведе до оптималното използване на световните ресурси. Според тях тя има няколко специфични ползи:

- Засилва конкуренцията на вътрешните пазари и разрушава монополизма, понижава цените и увеличава избора на потребителите.
- Дава възможност на страните да се специализират в стоките и услугите, в които имат относително предимство.
- Поощрява международното разпространение на технологии и ноу-хау, което позволява на развиващите се страни да се изравняват с развитите.
- Световната търговия и сътрудничество водят до увеличаване на изгледите за световен мир.

Според защитниците на либералната теория протекционизмът има отрицателно влияние върху разпределение на доходите, понеже митата или други видове ограничителни мерки създават икономически или монополни ренти. Те насочват доходите от потребителите и незащитените отрасли в икономиката към защитените такива. Може би една от най-сериозните опасности на търговските ограничения е склонността им да защитават неконкурентните индустрии. Според Гилпин привържениците на протекционизма искат да постигнат определени политически или икономически цели, а не икономически ползи от свободната търговия за цялото общество. Както се видя от аргументите за „прохождащия“ отрасъл, всички национални държави са следвали и ще следват протекционистки подходи, за да предпазят прохождащите си индустрии.

Форми на протекционизъм. Класическите форми на прилагане на протекционистка политика включват налагането на вносни мита, нетарифните ограничения, ценовия дъмпинг, държавните помощи (било като преки плащания, било като възлагане на държавни поръчки на местни фирми, било като субсидия за научно-развойна дейност), квоти и системно пазарно приспособяване. От директен и явен протекционизъм днес все повече се преминава към скритите форми на тази политика.

Въвеждането на вносни мита е основно класическо средство, чрез което държавата въздейства на икономиката през ограничаване на вноса. Има два начина за установяване на вносни мита;

- във вид на фиксирана сума за всяка единица внесена стока;
- във вид на процентно отчисление от цената на внесената стока.

Вносните мита влияят не само на пазарната конюнктура на облагаемата стока, но и на икономиката на цялата страна, тъй като всички пазари взаимодействат помежду си.

8.2. Модел на малка и отворена икономика. Ако страната е потребител на незначителна част от стоката в световен мащаб, то обемът на предлагане на стоката от външните пазари може да се счита за свършено еластичен по цената както преди, така и след въвеждане на вносното мито. Тогава графиката на линията на външно предлагане ще бъде права, успоредна на абсцисата (S_{im} на рис. 3). Пресичането на линиите на вътрешно предлагане и търсене на стоката (S и D) определят равновесното съчетание на цена P_2 и количество Q_2 в затворената икономика. Ако цената на стоката на световните пазари е P_0 , то количеството на продадената стока става Q_4 (от пресичането на S_{im} -линията с D -линията), като Q_0 е количеството, реализирано от местните търговци (от пресичането на S_{im} -линията с S -линията), тогава $Q_4 - Q_0$ е обема на вноса.

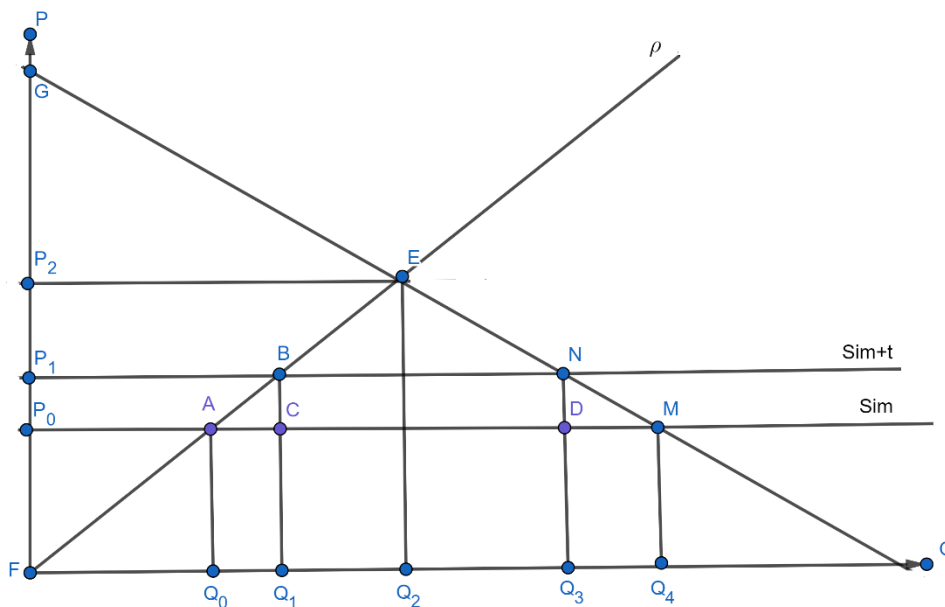


Рис. 3. Модел на малка и отворена икономика - влияние на вносното мито върху микроикономическото равновесие

Първо да оценим влиянието на безмитния международен стокообмен. За потребителския излишък CS_0 , търговския излишък TS_0 и публичното благо PB_0 при липса на внос ще имаме

$$CS_0 = S_{\Delta P_2 E G}, \quad TS_0 = S_{\Delta P_2 E F}, \quad PB_0 = S_{\Delta F E G}.$$

За стойностите на тези величини при безмитен внос ще имаме

$$CS_1 = S_{\Delta P_0 M G} = S_{\Delta P_2 E G} + S_{P_0 M E P_2} = CS_0 + (P_2 - P_0) \frac{Q_2 + Q_4}{2},$$

$$\begin{aligned}
TS_1 &= S_{\Delta P_0 AF} = S_{\Delta P_2 EF} - S_{P_2 P_0 AE} = TS_0 - (P_2 - P_0) \frac{Q_0 + Q_2}{2}, \\
PB_1 &= CS_1 + TS_1 = CS_0 + (P_2 - P_0) \frac{Q_2 + Q_4}{2} + TS_0 - (P_2 - P_0) \frac{Q_0 + Q_2}{2} \\
&= PB_0 + (P_2 - P_0) \frac{Q_4 - Q_0}{2}.
\end{aligned}$$

Изводите са ясни:

- 1) ефект на цените $P_2 \searrow P_0$;
- 2) ефект на потреблението $Q_2 \nearrow Q_4$;
- 3) ефект върху местното производство $Q_2 \searrow Q_0$;
- 4) ефект на преразпределението: излишъкът на потребителите нараства за сметка намаляването на излишъка на производителите;
- 5) ефект на икономическата печалба: като цяло обществото е облагодетелствано, защото потребителският излишък е нараснал повече от намаляването на търговския излишък. Обществото като цяло е облагодетелствано в парично изражение със сума, равна на производението на половината от вноса и разликата от вътрешната и международна цена.

Нека сега да анализираме икономическата ситуация след въвеждане на мито в размер на t парични единици на единица от количеството на вносната стока. Тогава ефектите са:

- 1) ефект на цените: тогава цената нараства от P_0 до $P_1 = P_0 + t$;
- 2) ефект на защита на местното производство: то нараства от Q_0 до Q_1 (получаващо се от пресичането на линията $S_{im} + t$ с S -линията);
- 3) ефект на потреблението: то се съкращава от Q_4 до Q_3 (получаващо се от пресичането на линията $S_{im} + t$ с D -линията);
- 4) ефект на вноса: той се съкращава от $Q_4 - Q_0$ до $Q_3 - Q_1$, т.е. намалява с $(Q_4 - Q_3) + (Q_1 - Q_0)$;
- 5) ефект на платежния баланс: той се съкращава с производението от съкращението на вноса и цената без мито, т.е. $[(Q_4 - Q_3) + (Q_1 - Q_0)]P_0$;
- 6) ефект на митните сборове: те възлизат на $(Q_3 - Q_1)(P_1 - P_0) = t(Q_3 - Q_1)$;
- 7) ефект на преразпределението: за излишъкът на потребителите ще имаме

$$CS_2 = S_{\Delta P_1 NG} = S_{\Delta P_0 MG} - S_{P_0 MNP_1} = CS_1 - \frac{Q_4 + Q_3}{2} t,$$

а за излишъка на производителите:

$$TS_2 = S_{\Delta P_1 BF} = S_{\Delta P_0 AF} + S_{P_1 P_0 AB} = TS_1 + \frac{Q_1 + Q_0}{2} t,$$

т.е. излишъкът на потребителите намалява за сметка на нарастване на излишъка на производителите.

- 8) ефект на икономическата загуба: за величината на общественото благосъстояние ще имаме

$$PB_2 = CS_2 + TS_2 + T = CS_1 - \frac{Q_4 + Q_3}{2}t + TS_1 + \frac{Q_1 + Q_0}{2}t + t(Q_3 - Q_1)$$

$$= PB_1 - \frac{(Q_1 - Q_0) + (Q_4 - Q_3)}{2}t,$$

като с T сме означили сумата на митническите сборове. Ясно е, че с въвеждането на мито обществото като цяло претърпява загуба – нарастването на излишъка на производителите плюс приходите на държавата не могат да компенсират намаляването на излишъка на потребителите.

Задача 9. Пазарът на свинско месо в България се характеризира с функция на търсене $Q^D = 120 - 10P$ и функция на предлагане $Q^S = 10P$.

а) пресметнете показателите, характеризиращи този пазар (цена, количество, излишък на потребителите, излишък на производителите, обществена полза) в случай на автаркия.

б) ако международната цена е $P = 2$, да се пресметнат всички показатели в условие на свободна (безмитна) търговия.

в) да се пресметнат същите показатели, ако държавата е въвела мито от 2 парични единици за една количествена единица. Да се нанесат в таблица цената P , количеството на търсене Q^D , количеството на вътрешно предлагане Q^S , количеството внос $Q^{im} = Q^D - Q^S$, излишък на потребителите CS , излишък на производителите TS , постъпленията от митнически сборове T и публичното благо PB в случаите а), б) и в).

г) какво мито трябва да въведе държавата, за да максимализира обществената полза?

д) какво мито трябва да въведе държавата, за да максимализира постъпленията от митнически сборове?

е) нека пазара на птиче месо да се характеризира с функция на вътрешно търсене $Q^D = 80 - 10P$, функция на вътрешно предлагане $Q^S = 10P$ и международна цена $P = 5$. Какво трябва да е вносното мито за свинско месо, така че общото салдо по платежния баланс за двете стоки да е нулево.

Решение:

а) Пазарното равновесие в случай на автаркия се изразява от системата

$$Q^D = 120 - 10P = 10P = Q^S$$

с решение $P = 6$, $Q = 60$. Тогава за излишъците получаваме

$$CS = (12 - 6) \frac{60}{2} = 180 \quad \text{и} \quad TS = (6 - 0) \frac{60}{2} = 180,$$

следователно публичното благо възлиза на $PB = CS + TS = 180 + 180 = 360$.

б) При $P = 2$ имаме $Q^D(2) = 100$ и $Q^S(2) = 20$, тогава за количеството внесено свинско месо ще имаме $Q^{im} = Q^D - Q^S = 100 - 20 = 80$. Да пресметнем съответните излишъци:

$$CS = (12 - 2) \frac{100}{2} = 500, \quad TS = (2 - 0) \frac{20}{2} = 20$$

и публично благо $PB = CS + TS = 500 + 20 = 520$.

в) Продажната цена ще се получи като към цената без мито прибавим митото: $P = 2 + t = 2 + 2 = 4$. За вътрешното търсене и предлагане ще имаме $Q^D(4) = 80$ и $Q^S(4) = 40$, тогава импортното количество е $Q^{im} = Q^D - Q^S = 80 - 40 = 40$. Пресмятаме излишъците

$$CS = (12 - 4) \frac{80}{2} = 320, \quad TS = (4 - 0) \frac{40}{2} = 80,$$

сумата от митническите сборове $T = Q^{im}t = 40 \cdot 2 = 80$ и публичното благо $PB = CS + TS + T = 320 + 80 + 80 = 480$. Нанасяме резултатите от а), б) и в) в таблица

| вариант | P | Q^D | Q^S | Q^{im} | CS | TS | T | PB |
|---------|-----|-------|-------|----------|------|------|-----|------|
| а) | 6 | 60 | 60 | 0 | 180 | 180 | 0 | 360 |
| б) | 2 | 100 | 20 | 80 | 500 | 20 | 0 | 520 |
| в) | 4 | 80 | 40 | 40 | 320 | 80 | 80 | 480 |

г) $t = 0$, защото при въвеждането на каквото и да било мито общественото благосъстояние намалява.

д) При мито t парични единици за една количествена единица цената на стоката на вътрешния пазар ще е $P = 2 + t, t \in (0,4)$. Тогава за вътрешното търсене ще имаме $Q^D(2 + t) = 120 - 10(2 + t) = 100 - 10t$, а за вътрешното предлагане - $Q^S(2 + t) = 10(2 + t) = 20 + 10t$. За количеството на внос получаваме $Q^{im} = Q^D - Q^S = 100 - 10t - (20 + 10t) = 80 - 20t$. Митническите сборове ще възлизат на $T = Q^{im}t = (80 - 20t)t = 80t - 20t^2$. За първата производна ще имаме $T' = 80 - 40t$, следователно условието от първи ред ще бъде $T' = 0$ или $t = 2$. Тъй като условието от втори ред е $T'' = -40 < 0$, то става дума за максимум, който е $T_{max} = T(2) = 80$.

е) Вътрешното търсене на птиче месо при $P = 5$ е $Q^D(5) = 80 - 10 \cdot 5 = 30$, а вътрешното предлагане - $Q^S(5) = 10 \cdot 5 = 50$. Въпреки, че равновесието на вътрешния пазар на птиче месо $Q^D = 80 - 10P = 10P = Q^S$ се постига при $P = 4$ и $Q = 40$, то производителите не могат да бъдат задължени да продават птичето месо на цена $P = 4$, защото те при цена $P = 5$ могат да реализират износ в неограничени количества. За да се разбере това, трябва да образуваме функция на

общо (вътрешно и външно) търсене. Тя ще има вида $Q^D(P) = 80 - 10P$ за $P \in (5,8)$ и $Q^D(5) = \infty$ (защото сме приели, че външното търсене е неограничено за $P = 5$). Тогава функцията на вътрешно предлагане ще се пресича с новата функция на общо търсене в точката с координати $P = 5$ и $Q = Q^S = 50$ и това ($Q^D(5) < Q^S(5)$) ще предполага наличието на износ в количествен размер от $Q^{ex} = Q^S(5) - Q^D(5) = 50 - 30 = 20$, който в парично изражение ще възлиза на $Ex = p_{ex}Q^{ex} = 100$. Вноса на свинско месо е $Im = p_{im}Q^{im} = 2(80 - 20t) = 160 - 40t$. Изравняването на паричните стойности на експорта на птиче месо и импорта на свинско месо $Ex = Im$ се постига при $160 - 40t = 100$, следователно $t = 1,5$.

8.3. Модел на двустранен търговски обмен. Митнически войни.

Задача 10. Търсенето и предлагането на пазара на птиче месо в Русия се описва с функциите $Q_R^D = 240 - 40P$ и $Q_R^S = 20P$, а в САЩ - $Q_U^D = 80 - 10P$ и $Q_U^S = 40 + 10P$.

а) Да се намерят показателите на пазарното равновесие във всяка от страните, ако международната търговия е забранена.

б) Каква ще бъде промяната на величините, характеризиращи пазарното равновесие при наличие на свободна и безмитна търговия между двете страни?

в) Русия въвежда защитно мито от 0,8\$ за една количествена единица. Как ще се променят равновесните величини, характеризиращи пазара на птиче месо в двете страни?

г) САЩ, в желанието си да увеличи благосъстоянието на своите граждани (или да намали благосъстоянието на гражданите на Русия) въвежда субсидия от 1\$ за количествена единица изнесена продукция (като отговор на наложеното от Русия мито). Да се пресметнат показателите, характеризиращи пазарното равновесие в двете страни.

д) Какво би станало, ако САЩ вместо субсидия на износа от 1\$ въведат данък върху износа от 10%?

е) Какво би станало, ако САЩ въведат данък върху износа в размер от 0,4\$ за единица изнесена продукция (като контрапункт на 10%-я данък от д))?

ж) Какво вносно мито трябва да въведе Русия, ако иска да максимализира общественото си благосъстояние?

з) Какъв данък върху износа трябва да въведе САЩ (като отговор на вносно мито от 0,8\$, въведено от Русия), ако иска да максимализира общественото си благосъстояние?

Решение:

а) Намираме равновесните показатели за всяка от страните, ако търговският обмен между тях не съществува.

Русия: $Q_R^D = Q_R^S \Leftrightarrow 240 - 40P = 20P \Leftrightarrow P = 4$ и $Q = 80$. За излишъците ще имаме $CS_R = (6 - 4) \frac{80}{2} = 80$, $TS_R = (4 - 0) \frac{80}{2} = 160$, $PB_R = CS_R + TS_R = 240$.

САЩ: $Q_U^D = Q_U^S \Leftrightarrow 80 - 10P = 40 + 10P \Leftrightarrow P = 2$ и $Q = 60$, $CS_U = (8 - 2) \frac{60}{2} = 180$, $TS_R = (2 - 0) \frac{60+40}{2} = 100$, $PB_R = CS_R + TS_R = 280$.

б) При наличието на свободна и безмитна търговия между двете страни САЩ ще играят ролята на износител, а Русия – на вносител (защото вътрешната цена в САЩ е по-ниска от тази в Русия).

Тогава в Русия при $P \in (0,4)$ ще се формира функция на търсене от внос $Q_R^{im} = Q_R^D - Q_R^S = 240 - 40P - 20P = 240 - 60P$, а в САЩ за $P \in (2,8)$ – функция на предлагане за износ $Q_U^{ex} = Q_U^S - Q_U^D = 40 + 10P - (80 - 10P) = 20P - 40$. Общо равновесие на двата пазара ще настъпи при изравняване на руското търсене от внос с американското предлагане на износ: $Q_R^{im} = Q_U^{ex} \Leftrightarrow 240 - 60P = 20P - 40$, $P = 3,5$, $Q_R^{im} = Q_U^{ex} = 30$.

Да пресметнем съответните излишъци:

Русия: $Q_R^D = 100$, $Q_R^S = 70$, $CS_R = (6 - 3,5) \frac{100}{2} = 125$, $TS_R = (3,5 - 0) \frac{70}{2} = 122,5$, $PB_R = CS_R + TS_R = 247,5$.

САЩ: $Q_U^D = 45$, $Q_U^S = 75$, $CS_U = (8 - 3,5) \frac{45}{2} = 101,25$, $TS_R = (3,5 - 0) \frac{75+40}{2} = 201,25$, $PB_R = CS_R + TS_R = 302,5$.

Извод: при наличието на свободна безмитна търговия печелившите страни са: потребителите от страната-вносител и производителите от страната-износител, а губещи: производителите от страната-вносител и потребителите от страната-износител. Но и в двете страни общото благосъстояние нараства – загубите на губещите страни са по-малки от печалбите на печелившите.

в) Ако Русия въведе мито от 0,8\$ за една количествена единица, то цената на птичето месо в Русия ще възлиза на $P + 0,8$, а в САЩ – на P . Тогава функцията на търсене от внос в Русия ще се промени на $Q_R^{im} = 240 - 60(P + 0,8) = 192 - 60P$, а в САЩ функцията на предлагане за износ ще остане същата $Q_U^{ex} = 20P - 40$. Общо равновесие на двата пазара ще настъпи при изравняване на руското търсене от внос с американското предлагане на износ: $Q_R^{im} = Q_U^{ex} \Leftrightarrow 192 - 60P = 20P - 40$, $P = 2,9$, $Q_R^{im} = Q_U^{ex} = 18$.

Да пресметнем съответните излишъци:

$$\text{Русия: } P = 3,7 \quad Q_R^D = 92, Q_R^S = 74, CS_R = (6 - 3,7) \frac{92}{2} = 105,8, TS_R = (3,7 - 0) \frac{74}{2} = 136,9, T_R = 18 \cdot 0,8 = 14,4, PB_R = CS_R + TS_R + T_R = 257,1.$$

$$\text{САЩ: } P = 2,9 \quad Q_U^D = 51, Q_U^S = 69, CS_U = (8 - 2,9) \frac{51}{2} = 130,05, TS_R = (2,9 - 0) \frac{69+40}{2} = 158,05, PB_R = CS_R + TS_R = 288,1.$$

Извод: при наличието на вносно мито печелившите страни са: потребителите от страната-износител, производителите от страната-вносител и страната-вносител като цяло, а губещи: производителите от страната-износител, потребителите от страната-вносител и страната-износител като цяло. Общото благосъстояние на света като цяло намалява – печалбата на страната-вносител е по-малка от загубата на страната-износител.

г) Ако Русия въведе мито от 0,8\$ за една количествена единица, а САЩ субсидира износа с 1\$, то цената на птичето месо в Русия ще възлиза на $P + 0,8 - 1$, а в САЩ – на P . Тогава функцията на търсене от внос в Русия ще се промени на $Q_R^{im} = 240 - 60(P - 0,2) = 252 - 60P$, а в САЩ функцията на предлагане за износ ще остане същата (като в б) и в)) $Q_U^{ex} = 20P - 40$. Общо равновесие на двата пазара ще настъпи при изравняване на руското търсене от внос с американското предлагане на износ: $Q_R^{im} = Q_U^{ex} \Leftrightarrow 252 - 60P = 20P - 40, P = 3,65, Q_R^{im} = Q_U^{ex} = 33$.

Да пресметнем съответните излишъци:

$$\text{Русия: } P = 3,45 \quad Q_R^D = 102, Q_R^S = 69, CS_R = (6 - 3,45) \frac{102}{2} = 130,05, TS_R = (3,45 - 0) \frac{69}{2} = 119,025, T_R = 33 \cdot 0,8 = 26,4, PB_R = CS_R + TS_R + T_R = 275,475.$$

$$\text{САЩ: } P = 3,65 \quad Q_U^D = 43,5, Q_U^S = 76,5, CS_U = (8 - 3,65) \frac{43,5}{2} = 94,6125, TS_R = (3,65 - 0) \frac{76,5+40}{2} = 212,6125, T_U = -33, PB_R = CS_R + TS_R + T_U = 274,225.$$

Извод: при наличието на отговор от страна на страната-износител на вноското мито, въведено от страната-вносител чрез субсидия на износа печелившите страни са: потребителите от страната-вносител, производителите от страната-износител и страната-вносител като цяло, а губещи: производителите от страната-вносител, потребителите от страната-износител и страната-износител като цяло. Общото благосъстояние на света като цяло нараства – печалбата на страната-вносител е по-голяма от загубата на страната-износител.

Забележка. Изводите са направени при сравняване на показателите от г) със съответните показатели от в).

д) Ако Русия въведе мито от 0,8\$ за една количествена единица, а като отговор на това САЩ наложи данък върху износа от 10%, то цената на птичето месо в Русия ще възлиза на $1,1P + 0,8$, а в САЩ – на P . Тогава функцията на търсене от внос в

Русия ще се промени на $Q_R^{im} = 240 - 60(1,1P + 0,8) = 192 - 66P$, а в САЩ функцията на предлагане за износ ще остане същата (като в б), в) и г)) $Q_U^{ex} = 20P - 40$. Общо равновесие на двата пазара ще настъпи при изравняване на руското търсене от внос с американското предлагане на износ: $Q_R^{im} = Q_U^{ex} \Leftrightarrow 192 - 66P = 20P - 40, P = 2,7, Q_R^{im} = Q_U^{ex} = 14$.

Да пресметнем съответните излишъци:

Русия: $P = 3,77 \quad Q_R^D = 89,2, Q_R^S = 75,4, CS_R = (6 - 3,77) \frac{89,2}{2} = 99,46, TS_R = (3,77 - 0) \frac{75,4}{2} = 142,13, T_R = 13,8 \cdot 0,8 = 11,04, PB_R = CS_R + TS_R + T_R = 252,63$.

САЩ: $P = 2,7 \quad Q_U^D = 53, Q_U^S = 67, CS_U = (8 - 2,7) \frac{53}{2} = 140,45, TS_U = (2,7 - 0) \frac{67+40}{2} = 144,45, T_U = 14 \cdot 2,7 \cdot 0,1 = 3,78, PB_U = CS_U + TS_U + T_U = 288,68$.

Извод: при наличието на отговор от страна на страната-износител на вносното мито, въведено от страната-вносител чрез облагане с данък на износа печелившите страни са: потребителите от страната-износител, производителите от страната-вносител и страната-износител като цяло, а губещи: производителите от страната-износител, потребителите от страната-вносител и страната-вносител като цяло. Общото благосъстояние на света като цяло намалява – печалбата на страната-износител е по-малка от загубата на страната-вносител.

Забележка. Изводите са направени при сравняване на показателите от д) със съответните показатели от в).

е) Ако Русия въведе мито от 0,8\$ за една количествена единица, а като отговор на това САЩ наложи данък върху износа от 0,4\$, то цената на птичето месо в Русия ще възлиза на $P + 0,8 + 0,4 = P + 1,2$, а в САЩ – на P . Тогава функцията на търсене от внос в Русия ще се промени на $Q_R^{im} = 240 - 60(P + 1,2) = 168 - 60P$, а в САЩ функцията на предлагане за износ ще остане същата (като в б), в) и г)) $Q_U^{ex} = 20P - 40$. Общо равновесие на двата пазара ще настъпи при изравняване на руското търсене от внос с американското предлагане на износ: $Q_R^{im} = Q_U^{ex} \Leftrightarrow 168 - 60P = 20P - 40, P = 2,6, Q_R^{im} = Q_U^{ex} = 12$.

Да пресметнем съответните излишъци:

Русия: $P = 3,8 \quad Q_R^D = 88, Q_R^S = 76, CS_R = (6 - 3,8) \frac{88}{2} = 96,8, TS_R = (3,8 - 0) \frac{76}{2} = 144,4, T_R = 12 \cdot 0,8 = 9,6, PB_R = CS_R + TS_R + T_R = 250,8$.

САЩ: $P = 2,6 \quad Q_U^D = 54, Q_U^S = 66, CS_U = (8 - 2,6) \frac{54}{2} = 145,8, TS_U = (2,6 - 0) \frac{66+40}{2} = 137,8, T_U = 12 \cdot 0,4 = 4,8, PB_U = CS_U + TS_U + T_U = 288,4$.

Сравнението на показателите на благосъстоянието спрямо случай в) са същите, като в д).

ж) Ако Русия въведе мито от $t\$$ за една количествена единица, то цената на птичето месо в Русия ще възлиза на $P + t$, а в САЩ – на P . Тогава функцията на търсене от внос в Русия ще се промени на $Q_R^{im} = 240 - 60(P + t) = 240 - 60t - 60P$, а в САЩ функцията на предлагане за износ ще остане същата $Q_U^{ex} = 20P - 40$. Общо равновесие на двата пазара ще настъпи при изравняване на руското търсене от внос с американското предлагане на износ: $Q_R^{im} = Q_U^{ex} \Leftrightarrow 240 - 60t - 60P = 20P - 40, P = 3,5 - 0,75t, Q_R^{im} = Q_U^{ex} = 30 - 15t$.

Цената в Русия ще бъде $P + t = 3,5 - 0,75t + t = 3,5 + 0,25t$, тогава търсенето ще възлиза на $Q_R^D = 240 - 40(3,5 + 0,25t) = 100 - 10t$, а предлагането - $Q_R^S = 20(3,5 + 0,25t) = 70 + 5t$. За излишъците ще имаме

$$CS_R = (6 - (3,5 + 0,25t)) \frac{Q_R^D}{2} = (2,5 - 0,25t) \frac{100 - 10t}{2} = 20(2,5 - 0,25t)^2,$$

$$TS_R = ((3,5 + 0,25t) - 0) \frac{Q_R^S}{2} = (3,5 + 0,25t) \frac{70 + 5t}{2} = 10(3,5 + 0,25t)^2.$$

Сумата от митническите сборове ще възлиза на

$$T_R = Q_R^{im} t = (30 - 15t)t = 30t - 15t^2.$$

Тогава, за общественото благосъстояние в Русия получаваме

$$\begin{aligned} PB_R &= CS_R + TS_R + T_R = 20(2,5 - 0,25t)^2 + 10(3,5 + 0,25t)^2 + 30t - 15t^2 \\ &= 125 - 25t + 1,25t^2 + 122,5 + 17,5t + 0,625t^2 + 30t - 15t^2 \\ &= 247,5 + 22,5t - 13,125t^2. \end{aligned}$$

Условието от първи ред $PB_R' = 0$ води до уравнението $22,5 - 26,25t = 0, t = 0,857$. Тъй като условието от втори ред е $PB_R'' = -26,25 < 0$, то въпросният екстремум е максимум. Получаваме $PB_{R_{max}} = PB_R(t = 0,857) = 257,143$.

з) Ако Русия въведе мито от $0,8\$$ за една количествена единица, а като отговор на това САЩ наложи данък върху износа от $d\$$, то цената на птичето месо в Русия ще възлиза на $P + 0,8 + d$, а в САЩ – на P . Тогава функцията на търсене от внос в Русия ще се промени на $Q_R^{im} = 240 - 60(P + 0,8 + d) = 192 - 60d - 60P$, а в САЩ функцията на предлагане за износ ще остане същата (като в б), в) и г)) $Q_U^{ex} = 20P - 40$. Общо равновесие на двата пазара ще настъпи при изравняване на руското търсене от внос с американското предлагане на износ: $Q_R^{im} = Q_U^{ex} \Leftrightarrow 192 - 60d - 60P = 20P - 40, P = 2,9 - 0,75d, Q_R^{im} = Q_U^{ex} = 18 - 15d$.

Тогава търсенето в САЩ ще възлиза на $Q_U^D = 80 - 10(2,9 - 0,75d) = 51 + 7,5d$, а предлагането - $Q_U^S = 40 + 10(2,9 - 0,75d) = 69 - 7,5d$.

За съответните излишъци ще имаме

$$CS_U = (8 - (2,9 - 0,75d)) \frac{Q_U^D}{2} = (5,1 + 0,75d) \frac{51 + 7,5d}{2} = 5(5,1 + 0,75d)^2,$$

$$\begin{aligned}
 TS_U &= ((2,9 - 0,75d) - 0) \frac{Q_U^S + 40}{2} = (2,9 - 0,75d) \frac{(69 - 7,5d) + 40}{2} \\
 &= 5(2,9 - 0,75d)(10,9 - 0,75d).
 \end{aligned}$$

Сумата от митническите сборове ще възлиза на

$$T_U = Q_U^{ex} d = (18 - 15d)d = 18d - 15d^2.$$

Тогава, за общественото благосъстояние в САЩ получаваме

$$\begin{aligned}
 PB_U &= CS_U + TS_U + T_U \\
 &= 5(5,1 + 0,75d)^2 + 5(2,9 - 0,75d)(10,9 - 0,75d) + 18d - 15d^2 \\
 &= 130,05 + 38,25d + 2,8125d^2 + 158,05 - 51,75d + 2,8125d^2 \\
 &\quad + 18d - 15d^2 = 288,1 + 4,5d - 9,375d^2.
 \end{aligned}$$

Условието от първи ред $PB_U' = 0$ води до уравнението $4,5 - 18,75d = 0$, $d = 0,24$. Тъй като условието от втори ред е $PB_U'' = -18,75 < 0$, то въпросният екстремум е максимум. Получаваме $PB_{U_{max}} = PB_U(d = 0,24) = 310,608$.

9. Влияние на валутните курсове върху международната търговия

В тази глава ще се спрем на ролята на валутните курсове в международните икономически отношения. В предходните глави разгледахме „чистата теория“ на международната търговия. Изведохме различните модели на специализация и възможностите за размяна, като се абстрахирахме от парите и условно приехме, че цените на стоките в отделните държави са изразени в една и съща парична единица.

Всяка държава използва за нуждите на националното си парично обръщение своя собствена валута. Ако обаче българският вносител иска да закупи от Италия обувки, които след това да продава на българския пазар (в лева), той ще трябва да ги заплати на своя италиански контрагент в евро. За целта ще трябва да купи съответното количество евро, продавайки левове. Това става на **валутния пазар** – международен пазар, на който една валута може да бъде разменена с друга. Следователно валутният курс (e) е разменно съотношение, показващо колко струва една национална парична единица, изразена чрез друга (чужда) валута.

Видове валутни курсове:

- Според начина на изразяване (котиране) се делят на **пряк валутен курс**, който показва колко единици от националната валута трябва да се заплатят за единица от чуждата валута и **кръстосан валутен курс**, при който се преминава през някои от основните световни валути (долар, евро, британски паунд и др.).

- Според начина на изчисление се делят на номинални, реални и ефективни. **Номиналният валутен курс** е цената за деня на единица от чуждата валута в местна валута. **Реалният валутен курс** е корекция на номиналния със съответните нива на цените. Пресмята се по формулата

$$e_R = \frac{e_N \cdot P_0}{P_1},$$

където e_R е реалният валутен курс, e_N - номиналният валутен курс, P_0 – индекс на цените в местната държава, P_1 – индекс на цените в чуждата държава.

Задача 11. В страната A търсенето и предлагането на една стока се изразяват чрез функциите $Q_A^D = 100 - P$ и $Q_A^S = 2P$, а в страната B - $Q_B^D = 75 - P$ и $Q_B^S = P$. Една единица от валутата на B се търгува за e единици от валутата на A . Да се определят стойностите на обменния валутен курс e за които:

- 1) A изнася за B , като част от произведеното остава в A ;
- 2) A изнася цялата си продукция за B ;
- 3) B изнася за A , като част от произведеното остава в B ;
- 4) B изнася цялата си продукция за A .

Да се изрази обема на международната търговия Q^T като функция на e .

Решение:

Първо, да оценим стоката по цени, спрямо валутата в страната B – ако в B струва P , то в A ще струва Pe . Тогава функциите на търсене и предлагане в страната A ще бъдат съответно $Q_A^D = 100 - Pe$ и $Q_A^S = 2Pe$ и пазарното равновесие в тази страна ще се постига при

$$Q_A^D = Q_A^S \Leftrightarrow 100 - Pe = 2Pe \Leftrightarrow P_A = \frac{100}{3e} \text{ и } Q_A = \frac{200}{3}.$$

Пазарното равновесие в страната B е изпълнено при

$$Q_B^D = Q_B^S \Leftrightarrow 75 - P = P \Leftrightarrow P_B = \frac{75}{2} \text{ и } Q_B = \frac{75}{2}.$$

Ясно е, че при $P_A > P_B \Leftrightarrow \frac{100}{3e} > \frac{75}{2} \Leftrightarrow e < \frac{8}{9}$ страната A е вносител, а B – износител; при $P_A < P_B \Leftrightarrow e > \frac{8}{9}$ страната A е износител, а B – вносител.

Ще разгледаме първо случая $e > \frac{8}{9}$. Тогава в страната-износител A се формира функцията на експортно предлагане, която е разликата от функцията на вътрешно предлагане и функцията на вътрешно търсене:

$$Q_A^{ex} = Q_A^S - Q_A^D = 2Pe - (100 - Pe) = 3Pe - 100.$$

Функцията на импортно търсене в страната B е разликата от функцията на вътрешно търсене и функцията на вътрешно предлагане:

$$Q_B^{im} = Q_B^D - Q_B^S = 75 - P - P = 75 - 2P.$$

Съвместно равновесие на пазарите в двете страни ще се получи при изравняването на експортното предлагане и импортното търсене:

$$Q_A^{ex} = Q_B^{im} \Leftrightarrow 3Pe - 100 = 75 - 2P \Leftrightarrow P = \frac{175}{3e + 2}.$$

Страната A ще изнася цялата си продукция за B , ако горната цена се окаже по-висока от цената, при която търсенето в страната A се нулира. Ще имаме

$$Q_A^D = 0 \Leftrightarrow 100 - Pe = 0 \Leftrightarrow P = \frac{100}{e}.$$

Тъй като неравенството

$$\frac{175}{3e + 2} > \frac{100}{e}$$

е еквивалентно на неравенството $125e + 200 < 0$, което е невъзможно, то получаваме, че няма стойности за параметъра e при които страната A изнася цялата си продукция за B .

Остава да пресметнем обема на двустранната търговия Q^T при $e \in \left(\frac{8}{9}, \infty\right)$ (когато A изнася част от продукцията си за B). Ще имаме

$$Q^T = Q_A^{ex} \left(P = \frac{175}{3e + 2}\right) = Q_B^{im} \left(P = \frac{175}{3e + 2}\right) = 75 - 2 \frac{175}{3e + 2} = \frac{225e - 200}{3e + 2}.$$

Сега да разгледаме случая $e < \frac{8}{9}$. Тогава в страната-износител B се формира функцията на експортно предлагане, която е разликата от функцията на вътрешно предлагане и функцията на вътрешно търсене, а в страната A – функция на импортно търсене – разлика от вътрешното търсене и вътрешното предлагане. Тези функции са функциите от случая $e > \frac{8}{9}$, но с обратен знак, затова ще имаме

$$Q_A^{im} = Q_A^D - Q_A^S = 100 - 3Pe, \quad Q_B^{ex} = Q_B^S - Q_B^D = 2P - 75;$$

$$Q_A^{im} = Q_B^{ex} \Leftrightarrow P = \frac{175}{3e + 2}.$$

Страната B ще изнася цялата си продукция за A , ако горната цена се окаже по-висока от цената, при която търсенето в страната B се нулира. Ще имаме

$$Q_B^D = 0 \Leftrightarrow 75 - P = 0 \Leftrightarrow P = 75.$$

Неравенството

$$\frac{175}{3e + 2} > 75$$

е еквивалентно на неравенството $225e < 25$, $e < \frac{1}{9}$. В този случай не съществува вътрешно търсене в страната-износител B , затова експортното предлагане Q_B^{ex} ще съвпада с вътрешното предлагане Q_B^S , т.е. $Q_B^{ex} = Q_B^S = P$. Общото равновесие на пазарите в двете страни ще има вида

$$Q_A^{im} = Q_B^{ex} \Leftrightarrow 100 - 3Pe = P \Leftrightarrow P = \frac{100}{3e + 1}.$$

При стойности на e в интервала $\left(\frac{1}{9}, \frac{8}{9}\right)$ (когато B изнася за A част от продукцията си), обема на двустранната търговия Q^T ще бъде

$$Q^T = Q_A^{im} \left(P = \frac{175}{3e + 2} \right) = Q_B^{ex} \left(P = \frac{175}{3e + 2} \right) = 2 \frac{175}{3e + 2} - 75 = \frac{200 - 225e}{3e + 2}.$$

За стойности на $e \in \left(0, \frac{1}{9}\right)$ (при които B изнася за A цялата си продукция), обема на двустранната търговия Q^T ще възлиза на

$$Q^T = Q_A^{im} \left(P = \frac{100}{3e + 1} \right) = Q_B^{ex} \left(P = \frac{100}{3e + 1} \right) = \frac{100}{3e + 1}.$$

Задача 12. В страната A няма предлагане на дадена стока, но има търсене, което се задава чрез функцията $Q_A^D = 100 - P$. В страната B има производство и търсене, които се задават от функциите $Q_B^D = 200 - P$ и $Q_B^S = P$. Националните валути се обменят в следното съотношение - единица от валутата на B се търгува за e единици от валутата на A .

а) За стойностите на параметъра e , за които съществува стокообмен между страните A и B да се намерят: цената и количествата от стоката, потребявани в A и B .

б) Правителството на страната A решава да въведе вносно мито на стойност t (изчислявано според валутата на страната B), максимализираща сумата от митническите сборове. Изразете t чрез e и намерете всички показатели на пазарното равновесие от а).

Решение:

а) Функцията на импортно търсене в страната A ще съвпада с функцията на вътрешно търсене (поради липсата на предлагане). Ако приведем цените спрямо валутата в B , ще имаме

$$Q_A^{im} = Q_A^D = 100 - Pe \quad \text{за } P \in \left(0, \frac{100}{e}\right),$$

защото при $P = \frac{100}{e}$ търсенето се нулира и за $P > \frac{100}{e}$ търсене на стоката в страната A отсъства.

Функцията на експортно предлагане в страната B е разликата от функциите на вътрешно предлагане и търсене:

$$Q_B^{ex} = Q_B^S - Q_B^D = P - (200 - P) = 2P - 200 \text{ за } P > 100.$$

Да отбележим, че горната формула е вярна при положение, че съществува вътрешно търсене. Тъй като $Q_B^D = 0$ за $P = 200$, то при $P > 200$ горната формула е невалидна и експортното предлагане съвпада с вътрешното такова: $Q_B^{ex} = Q_B^S = P$.

Сега ще разгледаме три възможности:

1) Няма да съществува търговски обмен между страните, ако вътрешната равновесна цена в страната-износител B $P = 100$ надвишава $P = \frac{100}{e}$, при която няма търсене в страната-вносител. Това е изпълнено при $e > 1$.

2) Цялата продукция, произвеждана в страната B ще отива за износ при $P > 200$. Тогава ще имаме

$$Q_B^{ex} = Q_B^S = P = 100 - Pe = Q_A^D = Q_A^{im} \Leftrightarrow P = \frac{100}{e + 1},$$

като трябва да е изпълнено неравенството

$$P = \frac{100}{e + 1} > 200.$$

Това води до неравенството $200e + 100 < 0$, което е невъзможно.

3) При $e < 1$ вътрешното предлагане в страната-износител B ще се разпределя между вътрешното търсене и импортното търсене в страната-вносител A . Равновесната цена и равновесното количество за пазарите в двете страни ще се определят от

$$Q_A^{im} = 100 - Pe = 2P - 200 = Q_B^{ex}.$$

Получаваме

$$P = \frac{300}{e + 2}, Q_A^{im} = Q_B^{ex} = \frac{200 - 200e}{e + 2}, Q_B^D = 200 - \frac{300}{e + 2} = \frac{200e + 100}{e + 2}, Q_B^S = \frac{300}{e + 2}.$$

б) Ако страната-вносител A въведе вносно мито t , цената в тази страна ще бъде $Pe + t$. За импортното търсене в тази страна ще имаме

$$Q_A^{im} = Q_A^D = 100 - Pe - t.$$

Тъй като експортното предлагане в страната B е същото, като в а), то равновесната цена и равновесното количество за пазарите в двете страни ще се определят от

$$Q_A^{im} = 100 - Pe - t = 2P - 200 = Q_B^{ex},$$

откъдето получаваме

$$P = \frac{300 - t}{e + 2} \text{ и } Q_A^{im} = Q_B^{ex} = \frac{1}{e + 2} [(200 - 200e) - 2t].$$

Тогава постъпленията от вносното мито в страната А ще възлизат на

$$T_A = Q_A^{im} t = \frac{1}{e + 2} [(200 - 200e)t - 2t^2].$$

Условието от първи ред е

$$T_A' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{e + 2} [(200 - 200e) - 4t] = 0 \Leftrightarrow t = 50 - 50e$$

Като заместим t получаваме

$$P = \frac{250 + 50e}{e + 2}, Q_A^{im} = Q_B^{ex} = \frac{100 - 100e}{e + 2}, Q_B^D = 200 - \frac{250 + 50e}{e + 2} \\ = \frac{150e + 150}{e + 2}, Q_B^S = \frac{250 + 50e}{e + 2}.$$

Задача 13. В една малка и отворена икономика търсенето на дадена стока се задава с функцията $Q^D = 100 - P$, а предлагането - $Q^S = 3P$. Международната цена на стоката е 20\$, а обменният курс на националната валута – e единици от националната валута за 1\$.

а) Да се изрази стойността на износа Ex (в случай на внос $Im = -Ex$) като функция на e в случай на безмитна търговия.

б) Същото като в а) в случай, че държавата въвежда износно (вносно) мито t , което определя така, че да максимализира приходите от него.

Решение:

а) От $Q^D = 100 - P = 3P = Q^S$ определяме $P = 25$ и $Q = 75$ – цената и количеството на стоката при положение на автаркия.

Международната цена 20\$, оценена в местна валута е $P = 20e$. При $20e > 25$ ($e > 1,25$) държавата ще има възможност за износ на част от произведеното количество, а при $20e > 100$ ($e > 5$) ще се изнася цялото произведено количество, защото липсва вътрешно търсене. При $20e < 25$ ($e < 1,25$) ще има внос, защото световната цена е по-ниска от вътрешната.

Нека $e \in (0,5)$. При $P = 20e$ ще имаме $Q^S(P = 20e) = 60e$, $Q^D(P = 20e) = 100 - 20e$, $Q^{ex} = Q^S(P = 20e) - Q^D(P = 20e) = 60e - (100 - 20e) = 80e - 100$, $Ex = Q^{ex}P = (80e - 100)20e = 1600e^2 - 2000e$.

При $e \in (5, \infty)$ $Q^S(P = 20e) = 60e$, $Q^D(P = 20e) = 0$, $Q^{ex} = Q^S(P = 20e) = 60e$, $Ex = Q^{ex}P = 60e \cdot 20e = 1200e^2$.

б) При $e < 1,25$ ще се въведе вносно мито t , което ще оскъпи цената на вноса от $P = 20e$ до $P = 20e + t$. Тогава ще имаме $Q^D(P = 20e + t) = 100 - 20e - t$,

$Q^S(P = 20e + t) = 60e + 3t$, $Q^{im} = Q^D(P = 20e + t) - Q^S(P = 20e + t) = 100 - 80e - 4t$. Сумата на митническите сборове ще възлиза на $T = Q^{im}t = (100 - 80e - 4t)t = (100 - 80e)t - 4t^2$. От условието от първи ред $T' = 0$ получаваме $(100 - 80e) - 8t = 0$ и $t = 12,5 - 10e$. Тогава цената на стоката от внос ще бъде $P = 20e + t = 20e + 12,5 - 10e = 10e + 12,5$. За количеството на внос ще имаме $Q^{im} = 100 - 80e - 4(12,5 - 10e) = 50 - 40e$. Тогава паричната стойност на вноса ще възлиза на $Im = Q^{im}P = (50 - 40e)20e = 1000e - 800e^2$.

При $e > 1,25$ ще се въведе износно мито t , което ще поевтини цената на вноса от $P = 20e$ до $P = 20e - t$. Тогава ще имаме $Q^D(P = 20e - t) = 100 - 20e + t$, $Q^S(P = 20e - t) = 60e - 3t$, $Q^{ex} = Q^S(P = 20e - t) - Q^D(P = 20e - t) = 60e - 3t - (100 - 20e + t) = 80e - 100 - 4t$. Сумата на митническите сборове ще възлиза на $T = Q^{ex}t = (80e - 100 - 4t)t = (80e - 100)t - 4t^2$. От условието от първи ред $T' = 0$ получаваме $(80e - 100) - 8t = 0$ и $t = 10e - 12,5$. Тогава цената на стоката ще бъде $P = 20e - t = 20e + 12,5 - 10e = 10e + 12,5$. При $P = 10e + 12,5 > 100$ или $e > 8,75$ вътрешно търсене няма да съществува и цялото произведено количество ще се изнася. За $e \in (1,25; 8,75)$ ще имаме $Q^{ex} = 80e - 100 - 4(10e - 12,5) = 40e - 50$ и $Ex = Q^{ex}P = (40e - 50)20e = 800e^2 - 1000e$, т.е. ще имаме двоен спад на износа (вноса).

При $e > 8,75$ цялото вътрешно предлагане ще се изнася: $Q^{ex} = Q^S = 3P = 3(20e - t) = 60e - 3t$. Тогава за сумата от митническите сборове ще имаме $T = Q^{ex}t = (60e - 3t)t = 60et - 3t^2$. От $T' = 0 \Leftrightarrow 60e - 6t = 0$ получаваме $t = 10e$, $P = 10e$, $Q^{ex} = 30e$ и $Ex = 30e \cdot 20e = 600e^2$.

Забележка. В контекста на примерите от тази глава, да отбележим, че с нарастването на параметъра e местната валута всъщност се обезценява и това увеличава възможностите на страната за износ. И обратно – с намаляването на e местната валута поскъпва и възможностите на страната за износ намаляват.

Тези обстоятелства са в основата на паричната (монетарна) финансова политика на държавата. При отрицателно търговско салдо се манипулира местната валута с цел поевтиняване, което да доведе до нарастване на износа и оттам до нулево или положително търговско салдо. Експортноориентираните държави винаги поддържат националните си валути подценени. Няма доказателства обаче, че такъв тип политики водят до положителни резултати. В България, поради наличието на фиксиран обменен курс към еврото, е невъзможно провеждането на такава политика.

10. Несъвършена конкуренция в международната търговия

Анализът на международната търговия не би бил пълен, ако не се отчетат и действителните пазарни структури, които доминират в нея. В предишните глави в една или друга степен се приемаше, че в страните господства съвършена конкуренция,

като не се акцентираше върху това, какво би станало в отношенията на наднационално равнище, ако сред конкурентите има няколко големи производители-износители или вносители-купувачи, т.е. олигополни (олигопсонни) структури или много относително малки участници, но всеки от тях предлагащ диференциран продукт (монополистична конкуренция).

Наличието на различни пазарни структури – разбирани като система от конкурентни отношения между различни субекти – вътре и извън националното стопанство, води до значителни модификации в модела на търговия за отделна страна или група страни. Това може да засегне и световното стопанство.

10. 1. Равновесие при монополизиран пазар. Ще разгледаме най-простия модел, при който производството се описва с функция на разходите $C = C(q)$, като q е количеството от продукцията, а $C(q)$ е монотонно растяща функция на аргумента си. Основното различие между фирмата монополист и фирмата конкурент се състои в това, че конкурента възприема цената на стоката си като дадена величина, определена от пазара, в който участват и много други фирми, предлагащи същата стока и той на базата на тази цена решава оптимизационната си задача, докато монополиста има свободата да избира както цената, така и количеството на продукцията си. Следователно, той може да използва функцията на търсене на стоката си при изготвянето на оптималния за него план. За печалбата Π на фирмата монополист ще е изпълнено:

$$\Pi = R - C = p(q)q - C(q),$$

където R са приходите на фирмата, а $p(q)$ е обратна функция на търсене на продукта. Тогава ще имаме

$$\begin{aligned} \Pi' = R' - C' &= p'(q)q + p(q) - C'(q) = 0 \Rightarrow \\ p'(q)q + p(q) &= C'(q) \end{aligned}$$

При фирмата конкурент $\Pi = R - C = pq - C(q)$, откъдето

$$\Pi' = R' - C' = p - C'(q) \Rightarrow p = C'(q)$$

Нека p_M е равновесна цена на монопола, тогава

$$p_M = C'(q) - p'(q)q = R' - p'(q)q \text{ но } p'(q)q < 0 \Rightarrow p_M > C' = R'$$

Ако p_C е цената в условие на конкуренция, $p_C = C' = R'$.

Ясно е, че при едни и същи функции на разходи и търсене, ще имаме

$$p_M = p_C - p'(q)q,$$

като $-p'(q)q > 0$ е своеобразна добавка за монопола.

Окончателно, алгоритъмът за определяне на величините на пазарно равновесие на монополизиран пазар е:

1. От условието от първи ред $p'(q)q + p(q) - C'(q) = 0$ се намира критичната точка $q = q_M$ и се проверява дали $q_M > 0$.
2. Проверява се, дали е изпълнено условието от втори ред $p''(q_M)q_M + 2p'(q_M) - C''(q_M) < 0$.
3. От обратната функция за търсенето се намира $p_M = p(q_M)$.
4. Замествайки в израза за печалбата намираме $\Pi_{max} = \Pi(q_M) = p_M q_M - C(q_M)$.

На рис. 4 е изобразено графично равновесието на монопола и е сравнено с равновесието при условие на съвършена конкуренция (при една и съща функция на търсене).

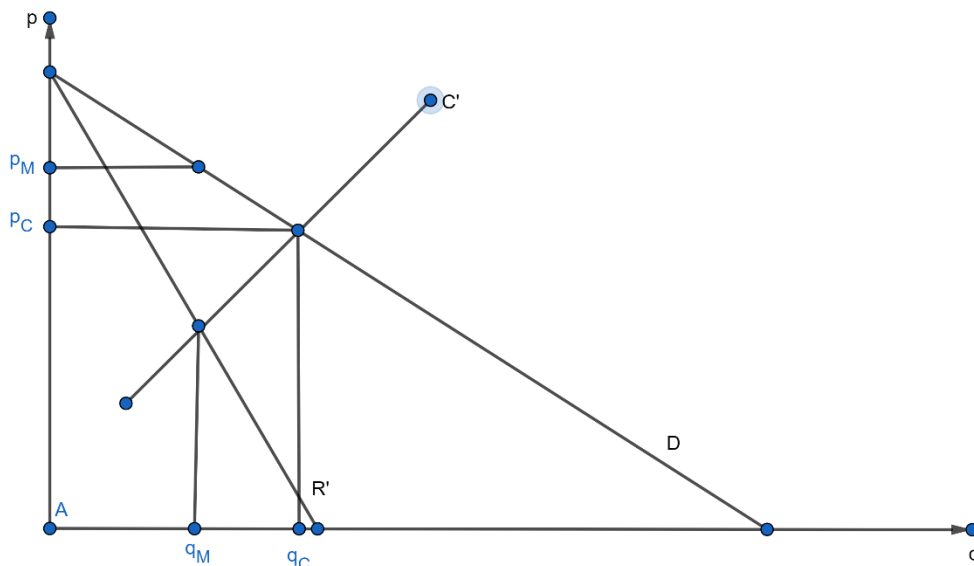


Рис. 4. Сравнение на равновесните цена и количество в случаите на монопол и съвършена конкуренция (при една и съща функция на търсене)

10.2. Модели на международна търговия, включващи монопол.

Задача 14. Фирмата F в страната K се явява монополист в тази страна по отношение на продукта, който произвежда и предлага. Националната валута на страната K е крона. За производството на продукцията си фирмата F закупува вносна суровина на стойност $5\$$ за единица произведена продукция q и прави разходи на стойност $5q^2$ за фактори на производство, които закупува в страната K . Обратната функция на търсене на предлагания от фирмата продукт в страната K е $p = 90 - 5q$, а външните потребители биха платили $10\$$ за единица от продукцията.

а) Нека e е обменния курс на кроната спрямо долара (количество крони за един долар). За всяка положителна стойност на e да се намери оптималното количество произвеждана продукция от F .

б) За всяка стойност на e да се определят: приходите R , разходите C , печалбата Π , вноса Im , износа Ex . Да се намери стойността на e при която вноса и износа се изравняват.

Решение:

а) За да определи оптималното количество, монополистът F трябва да решава оптимизационната задача

$$\Pi(q) = p(q)q - C(q) \rightarrow \max,$$

където $p(q)$ е обратната функция на вътрешно търсене на стоката. За да не се объркаме, ще оценяваме всички цени в крони – ако една стока струва x долара, тя очевидно ще струва ex крони. Тогава функцията на разходите ще бъде

$$C(q) = 5q^2 + 5eq.$$

Тъй като търсенето на стоката от чуждестранните потребители е твърдо $p = 10e$, а най-високата цена, която биха платили вътрешните потребители е $p = 90$, то при $e \geq 9$, очевидно, стоката няма да се продава на вътрешния пазар, а само ще се изнася.

Нека $e < 9$, тогава ще има както вътрешно, така и външно търсене. Тъй като $10e = 90 - 5q \Rightarrow 5q = 90 - 10e, q = 18 - 2e$, то съвкупното търсене на стоката ще бъде определено така:

$$p(q) = \begin{cases} 90 - 5q & \text{за } q \in (0; 18 - 2e) \\ 10e & \text{за } q \in [18 - 2e; \infty) \end{cases}.$$

Да максимализираме печалбата в участъка на вътрешното търсене:

$$\Pi(q) = (90 - 5q)q - (5q^2 + 5eq) \rightarrow \max$$

или

$$(90 - 5e)q - 10q^2 \rightarrow \max.$$

За условието от първи ред $\Pi' = 0$ ще имаме $90 - 5qe = 20q$ или

$$q = 4,5 - 0,25e.$$

(условието от втори ред $P'' = -20 < 0$ е изпълнено автоматично). Но за да бъде тази стойност на q в участъка на вътрешното търсене, необходимо е да бъде изпълнено неравенството

$$4,5 - 0,25e < 18 - 2e \Leftrightarrow 1,75e < 13,5 \text{ или } e < \frac{54}{7} \cong 7,714.$$

Сега да максимализираме печалбата в участъка на външното търсене:

$$P(q) = 10eq - (5q^2 + 5eq) \rightarrow \max$$

или

$$5eq - 5q^2 \rightarrow \max.$$

Условието от първи ред $P' = 0$ ще бъде $5e = 10q$ или $q = 0,5e$. За да бъде тази стойност на q в участъка на външното търсене, необходимо е да бъде изпълнено неравенството

$$0,5e \geq 18 - 2e \Leftrightarrow 2,5e \geq 18 \text{ или } e \geq 7,2.$$

Така интервалът $e \in (0; 9)$ се разбива на три подинтервала:

- 1) $e \in (0; 7,2]$ $q = 4,5 - 0,25e$ – върху участъка на вътрешно търсене;
- 2) $e \in (7,2; 7,714)$ – трябва да сравним двете печалби;
- 3) $e \in [7,714; 9)$ $q = 0,5e$ – върху участъка на външно търсене.

Разглеждаме интервала $e \in (7,2; 7,714)$, където трябва да сравним двете печалби – тази от участъка на вътрешното търсене P_1 и от участъка на външно търсене P_2 .

За P_1 ще имаме

$$\begin{aligned} P_1 &= P(q_1 = 4,5 - 0,25e) = q_1(90 - 5e - 10q_1) \\ &= (4,5 - 0,25e)(90 - 5e - 10(4,5 - 0,25e)) \\ &= (4,5 - 0,25e)(45 - 2,5e) = 10(4,5 - 0,25e)^2. \end{aligned}$$

Аналогично, за P_2 получаваме

$$P_2 = P(q_2 = 0,5e) = q_2(5e - 5q_2) = 0,5e(5e - 5 \cdot 0,5e) = 1,25e^2.$$

Образуваме разликата $P_2 - P_1 = 1,25e^2 - 10(4,5 - 0,25e)^2 = 1,25e^2 - 202,5 + 22,5e - 0,625e^2 = 0,625e^2 + 22,5e - 202,5$. Да решим уравнението $P_2 - P_1 = 0 \Leftrightarrow e^2 + 36e - 324 = 0$; $e_{1,2} = -18 \pm \sqrt{324 + 324} = -18 \pm 18\sqrt{2}$. Тъй като $e > 0$, то единственото решение на квадратното уравнение е $e = 18(\sqrt{2} - 1) \cong 7,456$. Тогава ще имаме:

- 1) За $e \in (7,2; 7,456)$ $P_1 > P_2$;

2) За $e \in (7,456; 7,714)$ $\Pi_1 < \Pi_2$;

3) За $e = 7,456$ $\Pi_1 = \Pi_2$.

Тъй като при $e \geq 9$ въобще липсва участък на вътрешно търсене, окончателно получаваме (виж графика на рис. 5)

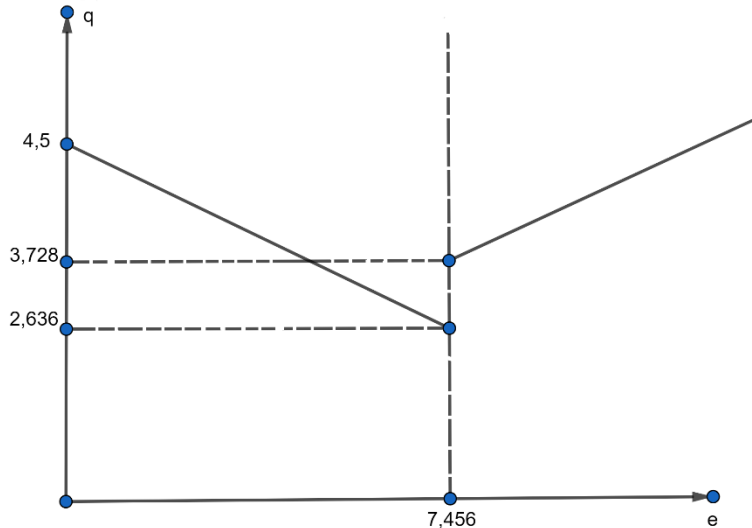


Рис. 5. Графика към зад. 14

- За $e \in (7,2; 7,456)$ $q = 4,5 - 0,25e$ – вътрешен пазар;
- За $e \in (7,456; \infty)$ $q = 0,5e$ – износ.

При $e = 7,456$ печалбите при $q = 4,5 - 0,25 \cdot 7,456 = 2,636$ (случай на вътрешно потребление) и $q = 0,5 \cdot 7,456 = 3,728$ (случай на износ) са изравнени, следователно съществува неопределеност, кой от двата варианта ще избере фирмата.

Икономическа интерпретация. С обезценяване на кроната (при нарастване на параметъра e) едновременно действат две разнопосочни тенденции:

- 1) Негативна – поради нарастване на разходите в крони, продукцията става все по-трудно продаваема на вътрешния пазар;
- 2) Позитивна – поради намаляване на разходите в долари (на ресурсите, закупвани на вътрешния пазар), продукцията става все по-атрактивна за износ.

Отначало (при $e < 7,456$) взема връх първата тенденция и количеството произведена продукция намалява. След това (при $e > 7,456$) става обръщане и продукцията отива само за износ.

Забележка. При стойности на параметъра $e \in (7,456; 9)$ печалбата се максимализира при положение, че фирмата изнася цялата си продукция. Но това не значи, че тя ще постъпва така – тъй като в този участък съществува вътрешно търсене, тя

ще продава част от продукцията си на вътрешния пазар, но на международната цена. Да пресметнем какво ще бъде количеството, търгувано на вътрешния пазар. Обратната функция на търсене е $p = 90 - 5q$, следователно функцията на търсене е $q(p) = 18 - 0,2p$, а тъй като международната цена е $p = 10e$, то количеството, предназначено за вътрешния пазар е $q(p = 10e) = 18 - 2e$, а тъй като, количеството, максимализиращо печалбата в този случай е $q = 0,5e$, то количеството, което ще се изнася е $q = 0,5e - (18 - 2e) = 2,5e - 18$.

б) При $e \in (0; 7,456)$ количеството е $q = 4,5 - 0,25e$, цената (от обратната функция на търсене) $p = 90 - 5(4,5 - 0,25e) = 67,5 + 1,25e$, оборота $R = pq = (67,5 + 1,25e)(4,5 - 0,25e) = 303,75 - 11,25e - 0,3125e^2$, разходите $C = C(q = 4,5 - 0,25e) = 5(4,5 - 0,25e)^2 + 5e(4,5 - 0,25e) = 101,25 - 11,25e + 0,325e^2 + 22,5e - 1,25e^2 = 101,25 + 11,25e - 0,9375e^2$, печалбата $\Pi = R - C = (303,75 - 11,25e - 0,3125e^2) - (101,25 + 11,25e - 0,9375e^2) = 202,5 - 22,5e + 0,625e^2$. Експорт няма да съществува ($Ex = 0$), импорът ще възлиза на $Im = 5e(4,5 - 0,25e) = 22,5e - 1,25e^2$. Приходите от вътрешния пазар ще бъдат всичките приходи $R = 303,75 - 11,25e - 0,3125e^2$.

При $e > 9$ цялата продукция с количество $q = 0,5e$ ще отива за износ при международна цена $p = 10e$, следователно ще имаме $Ex = R = pq = 10e \cdot 0,5e = 5e^2$. За разходите ще имаме $C = C(q = 0,5e) = 5(0,5e)^2 + 5e(0,5e) = 1,25e^2 + 2,5e^2 = 3,75e^2$, а печалбата $\Pi = R - C = 5e^2 - 3,75e^2 = 1,25e^2$. За вноса ще имаме $Im = 5e(0,5e) = 2,5e^2$.

При $e \in (7,456; 9)$ (съгласно забележката) количеството, цената, приходите, разходите, печалбата и вноса ще бъдат същите, както в случая $e > 9$. Тук обаче цялото произведено количество $q = 0,5e$ се реализира на вътрешния пазар $q_1 = 18 - 2e$ и на външния $q_2 = 2,5e - 18$, следователно това става и с общите приходи $R = 5e^2$ – от вътрешен пазар $10eq_1 = 10e(18 - 2e) = 180e - 20e^2$ и $Ex = 10eq_2 = 10e(2,5e - 18) = 25e^2 - 180e$.

Сега можем да отговорим и на последния въпрос: за коя стойност на параметъра e вноса и износа се изравняват? Това очевидно ще става за $e \in (7,456; 9)$. Тогава ще имаме

$$Ex = 25e^2 - 180e = 2,5e^2 = Im \Leftrightarrow 22,5e^2 = 180e \text{ или } e = \frac{180}{22,5} = 8.$$

Литература

1. Екатерина Сотирова, Ваня Иванова, Световна икономика, Тракия М, София, 2015, ISBN 978-619-7003-12-3
2. 1. Аласдър Смит, Математическо въведение в икономиката, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, София, 2000, ISBN 954-07-1405-2
3. Задачи по Економике, <http://ecson.ru/economics/>
4. Проверенные задачи, <http://iloveeconomics.ru/zadachi/>
5. Асен Христов, Аналитична бизнес икономика, Пловдив, 2017, <http://fmi-plovdiv.org/manev/Asen/ABI.htm>
6. Асен Христов, Аналитична микроикономика, <http://fmi-plovdiv.org/manev/Asen/AMiI.htm>
7. Асен Христов, Математически основи на микроикономиката, <http://fmi-plovdiv.org/manev/Asen/MOMiIk.htm>
8. Тарасевич Л., Гребенников П., Леусский А., МИКРОЭКОНОМИКА, СПбГУЭФ, С. Петербург, 2002, http://economicus.ru/site/grebenikov/E_Micro/index.html