II. ЧАСТИЧЕН РАВНОВЕСЕН МОДЕЛ

1. Функция на търсене.

Търсене – това е желанието (и възможността) на потребителя да закупи определено количество от дадена стока на определена цена. **Обем на потребителското търсене** (означаваме с) x и **цена на търсенето** – максималната цена, която потребителят е съгласен да заплати, за да получи определено количество от стоката – p.

Функция на потребителското тъсене (Consumer Demand)

$$x = x(p; p_1, p_2, \dots p_n; I, u, f, \dots),$$

където $p_1, p_2, \dots p_n$ са цените на други стоки, представляващи интерес за потребителя; I – потребителския доход; u – реален доход; f (от fashion) – модни тенденции. Ако зафиксираме (пренебрегнем) всички други фактори, оказващи влияние на обема на тъсене, получаваме

$x = x(p)$ – **функция на търсенето от цената**

Коментари:

- Относно времето – трябва да се има предвид, че функцията на потребителско търене е „моментна снимка“ на процеса. Трябва да се разграничава изменението на обема на търсене при изменение на цената от промяната на търсенето – след известно време се поражда друга функция на търсене $x_1 = x_1(p)$.
- Относно субекта на търсене – това може да бъде както отделен потребител, така и максимално широка група от потребители – тогава се говори за **пазарно търсене**. Функцията на пазарно търсене се получава от сумирането на всички функции на индивидуално потребителско търсене.
- Относно обекта на търсене – това може да бъде както отделна стока така и максимално широка (но ясно дефинирана) група от стоки.

Нека $p_2 > p_1$ и потребителят се е съгласил на цена p_2, тогава той (с удоволствие) ще се съгласи на по-ниската цена p_1 и следователно $x(p_2) \leq x(p_1)$, това означава, че **функцията на търсене е намаляваща (по-точно ненарастваща) функция на цената**. Ще имаме

$$x(p) \searrow \Leftrightarrow x'(p) \leq 0$$

Изключение: **Стока на Гифен** – стока при която се наблюдава повишено търсене при нарастване на цената, свързано е с класическия парадокс на Гифен.

Частен случай: Предполага се, че има стоки при които търсенето не зависи от цената, т.е. $x(p) = x_0 = const.$, например наркотиците за наркозависимите, инсулина за инсулинозависимите болни от диабет и др.

Много често функцията на потребителско търсене е изпъкнала, т.е. с нарастването на цената намалява дела на потребителите, които се отказват от стоката (намалява намаляването). Ще имаме

$$x(p) \cup \Leftrightarrow x''(p) \geq 0$$

Графиката на функцията на търсене се нарича **D-линия** за стоката. D идва от Demand.

Обратна (инверсна) функция на търсенето $p = p(x)$ е зависимостта на цената от количеството стока, което би било закупено от потребителите на тази (и по-висока) цена, т.е. $x = x\big(p(x)\big)$. Тя също е ненарастваща и (евентуално) изпъкнала.

Промяна на търсенето. В следствие на „благоприятни“ за стоката обстоятелства след известно време може да се породи друга функция на търсене $x_1 = x_1(p)$, такава че $x(p) < x_1(p)$. Ако означим графиката на $x_1(p)$ с D_1, то D_1-линията ще е разположена надясно от D-линията. Тогава говорим за **нарастнало (разширено) търсене** на стоката. Тези обстоятелства могат да бъдат:

- Нарастване на цените на стоки, възприемани от потребителите като заместители на дадената стока;
- Намаляване на цените на стоки, възприемани като допълващи стоката в нейното потребление;
- Нарастване на потребителския доход;
- Възприемане от страна на потребителите на стоката като по-модна, по-престижна.

Обратната промяна води до ново търсене с функция $x_2 = x_2(p)$, такава че $x(p) > x_2(p)$ и с D_2-линия, разположена вляво на D-линията. Тогава се говори за **намаляло (свито) търсене** на стоката.

Гранични цена и количество на функцията на търсене. **Граничното количество** x_0 е количеството, което се търси от стоката при нулева цена, т.е. ако тя е безплатна, а **граничната цена** p_0 е цената, при която стоката спира да се търси. Ясно е, че

$$x_0 = x(0), p_0 = p(0), x < x_0 \text{ за } \forall x \text{ и } p < p_0 \text{ за } \forall p$$

и точките с координати $(x_0, 0)$и $(0, p_0)$ са точки на пресичане на D-линията с координатните оси. Когато моделираме функцията на търсене с математическа функция от определен вид е възможно както $x_0 < \infty$, така и $x_0 = \infty$ (по-точно $\lim_{p\to 0} x(p) = \infty$), Аналогично може $p_0 < \infty$ или $p_0 = \infty$ ($\lim_{x\to 0} p(x) = \infty$). Възможно е даже за някои стоки, жизнено важни за потребителите да съществува положително търсене при неограничени цени. Тогава

$$\lim_{p\to\infty} x(p) = x_1 > 0 \text{ и } x(p) > x_1 \text{ за } \forall p$$

и правата $x = x_1$ ще бъде вертикална асимптота за D-линията.

Забележка. Граничното количество x_0 определя максималния размер на пазара на стоката, на който могат да разчитат всички нейни производители.

Математически функции, моделиращи функцията на търсене – това са всички диференцируеми, намаляващи и (евентуално) изпъкнали функции, вземащи положителни стойности когато аргументът е положителен. При всички случаи ще преполагаме, че коефициентите, участващи във функцията са също положителни, защото те обикновенно имат някакъв икономически смисъл (свързани са с граничните цена и количество)

Елементарни функции.

- Линейна функция на търсене - $x(p) = a - bp$. Тук $x_0 = a$ и $p_0 = \frac{a}{b}$
- Дробно-линейна функция - $x(p) = \frac{a-bp}{p+c}$ и в частност при $c = 0$ $x(p) = \frac{a}{p} - b$. Тогава $x_0 = \frac{a}{c}$, при $c = 0$ $x_0 = \infty$ и $p_0 = \frac{a}{b}$
- Степенна функция - $x(p) = ap^{-\alpha}$. Ще имаме $x_0 = \infty$ и $p_0 = \infty$
- Показателна функция - $x(p) = ac^p$ за $c \in (0,1)$, $x_0 = a$ и $p_0 = \infty$
- Експоненциална функция - $x(p) = ae^{-\alpha p}$. $x_0 = a$ и $p_0 = \infty$

Други функции: $x(p) = (a - bp)^\alpha$ за $\alpha \in (0,1)$; $x(p) = a - bp^\alpha$ за $\alpha \in (0,1)$; $x(p) = \frac{a}{p^\alpha} - b$; $x(p) = a - bc^p$ за $c > 1$; $x(p) = -a + be^{-p}$.

Ценова еластичност на търсенето или еластичност на търсенето по цената (Price elasticity of Demand). Тя се пресмята по формулата

$$E\big(x(p)\big) = x'(p)\frac{p}{x(p)}$$

и показва с колко % нараства търсенето на стоката при намаляване на цената и с 1% (или с колко % намалява търсенето при нарастване на цената с 1%). Тъй като еластичността запазва знака на производната, тя е неположителна величина за всяко p . При дадена цена $p = p_1$ се казва, че

- търсенето е съвършенно нееластично, ако $E\big(x(p_1)\big) = 0$
- търсенето е нееластично, ако $0 > E\big(x(p_1)\big) > -1$
- търсенето преминава от нееласично в еластично, ако $E\big(x(p_1)\big) = -1$
- търсенето е еластично, ако $E\big(x(p_1)\big) < -1$

Когато се каже, че ценовата еластичност на търсенето расте се има пред вид, че нараства абсолютната и стойност.

В случай на линейно търсене $x(p) = a - bp$ при $p = 0$ има съвършенна нееластичност на търсенето, при $p \in \left(0, \frac{a}{2b}\right)$ търсенето е нееластично, при $p = \frac{a}{2b}$ търсенето преминава в еластично и при $p \in \left(\frac{a}{2b}, \frac{a}{b}\right)$ търсенето е еластично.

Търсенето е по-еластично, когато:

- за стоката могат да се намерят по-вече стоки-заместители;
- стоката е по-тясно дефинирана (търсенето на стокова група е по-нееластично от търсенето на отделните стоки от нея);
- стоката е с по-нисък приоритет за потребителя;
- е изминал определен период от време.

2. Функция на предлагане

Предлагане – това е готовността на производителя (търговеца) да продаде определено количество от дадена стока на определена цена. **Обем на фирменото предлагане** (означаваме с) y и **цена на предлагането** – минималната цена, на която производителят е съгласен да продаде определено количество от стоката – p.

Функция на (фирмено) предлагане (Supplay)

$$y = y(p; w_1, w_2, \dots w_n; T, t, s, \dots),$$

където $w_1, w_2, \dots w_n$ са цените на ресурсите, необходими за производството и предлагането на стоката, T – технологията на производство и предлагане на стоката (показваща колко единици от ресурсите са необходими за производството на единица от предлаганата стока), t – данъци, s – субсидии (дотации). Ако зафиксираме (пренебрегнем) всички други фактори, оказващи влияние на обема на предлагане, получаваме

$y = y(p)$ – **функция на предлагане от цената**

За функцията на предлагане са валидни всички коментари, направени за функцията на търсене. Под **пазарно предлагане** ще разбираме сумарното

предлагане на всички производители и търговци на дадена стока (стокова група) на определен пазар.

Нека $p_2 > p_1$ и производителят се е съгласил да продаде стоката на цена p_1, тогава той (толкова повече) ще се съгласи на по-високата цена p_2 и следователно $y(p_2) > y(p_1)$, това означава, че **функцията на предлагане е растяща функция на цената**. Ще имаме

$$y(p) \nearrow \Leftrightarrow y'(p) \geq 0$$

Изключения (за разлика от функцията на търсене) от това правило не се допускат.

Частен случай: Предполага се, че има стоки при които предлагането не зависи от цената, т.е. при $p = p_0$ търговците могат да предложат неограничено количество от стоката. Такова предлагане е характерно за малки и отворени икономики и стоки, които могат да се внесат на цената, формирана на световните пазари.

Често функцията на предлагане е вдлъбната, т.е. с нарастването на цената намалява нарастването на прелагането (вероятно поради изчерпването на производствените мощности, ако стоката е местно производство). Тогава ще имаме

$$y(p) \cap \Leftrightarrow y''(p) \leq 0$$

Ако обаче стоката се внася и капацитетът на фирмата производител е несъизмеримо по-голям от пазара на държавата в която тя се внася, логично е да се предположи обратното – с увеличаване на цената ще нараства нарастването на предлагането и функцията ще е изпъкнала.

Графиката на функцията на предлагане се нарича **S-линия** за стоката. S идва от Supplay.

Обратна (инверсна) функция на предлагането $p = p(y)$ е зависимостта на цената от количеството стока, което би било предложено за продажба от производителите на тази (и по-ниска) цена, т.е. $y = y\big(p(y)\big)$. Тя също е растяща и (евентуално) изпъкнала.

Промяна на предлагането. В следствие на „благоприятни“ за производителите на стоката обстоятелства след известно време може да се породи друга функция на предлагане $y_1 = y_1(p)$, такава че $y(p) < y_1(p)$. Ако означим графиката на $y_1(p)$ с S_1, то S_1-линията ще е разположена надясно от S-линията. Тогава говорим за **нарастнало (разширено) предлагане** на стоката. Тези обстоятелства могат да бъдат:

- Намаляване на цените на ресурсите, необходими за производството и предлагането на стоката
- Внедряване в производството на нова, по-добра технология, изискваща по-малко ресурси за производството на единица от стоката или заменяща по-скъпи ресурси с по-евтини
- Намаляване на данъците върху постъпленията от продажбата на стоката (данък добавена стойност, акциз, мито, но не и корпоративен данък)
- Нарастване на субсидиите за производство на стоката

Обратната промяна води до ново търсене с функция $y_2 = y_2(p)$, такава че $y(p) > y_2(p)$ и с S_2-линия, разположена вляво на S-линията. Тогава се говори за **намаляло (свито) предлагане** на стоката.

Гранични цена и количество на функцията на предлагане. **Граничното количество** y_0 е количеството, което ограничава отгоре възможното предлагане на стоката дори и при много високи цени. То е равно (в момента) на производствения капацитет на всички производители на стоката. **Граничната цена** p_0 е цената, от която стоката започва да се предлага. Ясно е, че

$$y_0 = \lim_{p\to\infty} y(p), p_0 = p(0), y < y_0 \text{ за } \forall y \text{ и } p > p_0 \text{ за } \forall p$$

Точката с координати $(0, p_0)$ е точка на пресичане на S-линията с ординатната ос, а правата $y = y_0$ е вертикална асимптота. Когато моделираме функцията на търсене с математическа функция от определен вид е възможно както $y_0 < \infty$, така и $y_0 = \infty$ (т.е. $\lim_{p\to\infty} y(p) = \infty$). В случай на неограничено предлагане от внос правата $p = p_1$ (p_1 е цената на стоката на световните пазари с калкулирани разходи по доставката и данъци върху продажбите) се явява хоризонтална асимптота и цената p_1 ограничава отгоре обратната функция на предлагане.

Математически функции, моделиращи функцията на предлагане – всички диференцируеми, растящи и (евентуално) вдлъбнати функции, вземащи положителни стойности когато аргументът е положителен.

Елементарни функции.

- Линейна функция на търсене - $y(p) = ap - b$. Тук $y_0 = \infty$ и $p_0 = \frac{b}{a}$
- Дробно-линейна функция - $y(p) = \frac{ap-b}{p+c}$ и в частност при $c = 0$ $y(p) = -\frac{b}{p} + a$. Тогава $y_0 = a$, при $c = 0$ и $p_0 = \frac{b}{a}$
- Логаритмична функция - $y(p) = \log_a \frac{p}{c}$, $a > 1$, $y_0 = \infty$ и $p_0 = c$

Други функции: $y(p) = (ap - b)^{\alpha}$ за $\alpha \in (0,1)$; $y(p) = ap^{\alpha} - b$ за $\alpha \in (0,1)$; $y(p) = a - \frac{b}{p^{\alpha}}$; $y(p) = a - be^{-p}$.

Ценова еластичност на предлагането или еластичност на предлагането по цената (Price elasticity of Supplay). Тя се пресмята по формулата

$$E\big(y(p)\big) = y'(p)\frac{p}{y(p)}$$

и показва с колко % нараства предлагането на стоката при нарастване на цената и с 1% (или с колко % намалява предлагането при намаляване на цената с 1%). Тъй като еластичността запазва знака на производната, тя е неотрицателна величина за всяко p . При дадена цена $p = p_1$ се казва, че

- прелагането е съвършенно нееластично, ако $E\big(y(p_1)\big) = 0$
- предлагането е нееластично, ако $0 < E\big(y(p_1)\big) < 1$
- предлагането преминава от нееласично в еластично, ако $E\big(y(p_1)\big) = 1$
- предлагането е еластично, ако $E\big(y(p_1)\big) > 1$

В случай на линейно предлагане $y(p) = ap - b$ получаваме: линейното предлагане е винаги еластично.

Ценовата еластичност на предлагането нараства с времето.

3. Частично пазарно равновесие

Ако сега разгледаме една стока и пазар, на който тя се търси и предлага, т.е. съществуват функции на търсене и предлагане на стоката $x(p)$ и $y(p)$, то при определени условия уравнението

$$x(p) = y(p)$$

ще допуска единствено решение p_E или

$$\exists!\, p_E : x(p_E) = y(p_E)$$

Ако положим $x(p_E) = y(p_E) := q_E$, тогава стоката ще се продава в количество q_E, защото това е количеството, което изравнява търсенето и предлагането при цена p_E. При такова съчетание на цена и количество за стоката се установява **пазарно равновесие** с **равновесни стойности** – **равновесната цена** $\boldsymbol{p_E}$ и **равновесното количество** $\boldsymbol{q_E}$. То се нарича частично пазарно равновесие (Partial Equilibrium), защото е по една стока и е частен случай на общото пазарно равновесие (General Equilibrium) – равновесие по всички стоки, всички производители и потребители на даден пазар.

В **точката на пазарно равновесие** $\boldsymbol{E(q_E, p_E)}$ D-линията и S-линията за съответната стока се пресичат.

Как изглеждат нещата от гледна точка на купувачите – тези потребители, които са готови да заплатят за стоката цени $p \geq p_E$ (тази част от D-линията, разположена над правата $p = p_E$) трябва да платят цена p_E. Те формират така нареченото **задоволено търсене**. Потребителите, които давт по-малка цена от равновесната (частта от D-линията, разположена под правата $p = p_E$) няма да получат стоката – **незадоволено търсене**. От гледна точка на продавачите – които предлагат на цена $p \leq p_E$ (частта от S-линията под правата $p = p_E$) получават за нея p_E и формират **задоволеното предлагане**, а другите – с цени над пазарните (частта от S-линията над правата $p = p_E$) не продават стоката – **незадоволено предлагане**. Незадоволеното търсене и предлагане формират функциите на остатъчно търсене $\bar{x}(p)$ и остатъчно предлагане $\bar{y}(p)$: $\bar{x}(p) = x(p) - q_E$; $\bar{y}(p) = y(p) - q_E$.

4. Взаимоизгодност от пазарното равновесие

Частичното пазарно равновесие за дадена стока (ако съществува и е единствено) е най-добрия начин за разпределяне на произведената от производителите стока между потребителите на база формираните за нея функции на търсене и предлагане. Взаимоизгодността от доброволния обмен има качествени и количествени аспекти.

Качествени аспекти. Ефективност по Парето на частичното пазарно равновесие.

Ефективност по Парето в икономиката. Едно разпределение на стоките е ефективно по Парето, ако не може да се намери друго разпределение, при което да се увеличи благосъстоянието на един от участниците, без това да намали благосъстоянието на друг участник. С други думи – разпределението ще е неефективно по Парето, ако могат да се намерят двама участници, които при друго разпределение едновременно да повишат благосъстоянието си.

И наистина, при обем на производството $q^* < q_E$ винаги ще се намери поне един производител, готов да предложи допълнително количество от стоката на цена, по-малка, от тази, която някой потребител е готов да заплати за нея. Ако двамата се споразумеят за цена в диапазона между цената на предлагане (при количество q^*) и цената на търсене, то такава сделка ще повиши благосъстоянието и на двамата, т.е всяко разпределение при $q^* < q_E$ не е ефективно по Парето. С аналогични аргументи се показва неефективността по Парето на разпределени при количество, по-голямо от равновесното.

Оптималност по Парето в математиката. Нека $U \subset \mathbb{R}^2$, като U може да бъде както област в $\mathbb{R}^2$, така и можество, състоящо се от отделени една от друга точки. Тогава U ще притежава две подмножества - Γ_1 – максимално по Парето и Γ_2 – минимално по Парето. Ще считаме, че точката $M(x, y)$ не принадлежи на Γ_1, ако може да се намери точка $M_1(x_1, y_1)$, за която $x_1 > x$ и $y_1 > y$, в противен случай тя принадлежи на Γ_1. Тогава Γ_1 ще бъде „североизточната“ граница на U, т.е. множеството от точки, над които и вдясно от които няма точки от U. Аналогично Γ_2 е „югозападната“ граница на U. Оптималността по Парето е в основата на **многокритериалната оптимизация** , която се прилага там, където трябва да се вземат оптимални решения в присъствието на компромиси между две или повече противоречиви цели.

Количествени аспекти. Потребителски излишък и излишък на производителите.

Потребителски излишък (Consumer Surplus). Нека p_E е установената равновесна цена и нека един от задоволените потребители да има цена на търсене $p_1 > p_E$ за количество q_1. Тогава той с удоволствие ще даде по-ниската цена p_E за същото количество. Излиза, че той е „спечелил“ от пазарното равновесие по тази стока $(p_1 - p_E)q_1$ парични единици. Ако сумираме тези „печалби“ на всички потребители, които търсят стоката при цени по-високи от пазарната равновесна цена, ще получим величината на потребителския излишък. По-точно: потребителски излищък CS е общата сума парични единици, които потребителите са съгласни да заплатят за закупуване на стоката, при цени по-високи от равновесната. Ще имаме

$$CS = \int_{p_E}^{p_1} x(p)dp = \int_0^{q_E} p(x)dx - p_E q_E = \int_0^{q_E} [p(x) - p_E]\, dx,$$

където $p_1 : x(p_1) = 0$, т.е. цената, при която стоката спира да се търси, а $p(x)$ – обратната функция на търсене.

Производителски излишък (Producer Surplus) PS – това е общата сума парични единици, които търговците са съгласни да получат от продажби на стоката, при цени по-ниски от пазарно установената. Аналогично, за PS получаваме

$$PS = \int_{p_2}^{p_E} y(p)dp = p_E q_E - \int_0^{q_E} p(y)dy = \int_0^{q_E} [p_E - p(y)]\, dy,$$

Където $p_2 : y(p_2) = 0$, т.е. цената при която стоката започва да се предлага, а $p(y)$е обратната функция на предлагане.

Като сумираме двата излишъка, получаваме **общата изгода** PB за всички, участващи в пазара на стоката

$$PB = CS + PS$$

5. Съществуване, единственост и устойчивост на частичното пазарно равновесие

Ако p_1 е цената, при която спира търсенето на стоката, а p_2 – цената, от която започва предлагането и $p_1 \leq p_2$, тогава пазрно равновесие няма да съществува, защото

$$p(x) < p_1 \leq p_2 < p(y)$$

Ако, обаче не е така, т.е. $p_1 > p_2$, поради монотонността на функциите на търсене и предлагане, равновесието ще съществува и ще е единствено. Не бива, обаче да забравяме, че както тези функции, така и пресечната равновесна точка на D- и S-линията са само моментни снимки, а процесът на установяване на пазарно равновесие се развива все пак във времето. Т.е., за обосноваване на съществуването и единствеността трябва да се построят модели, в които времето участва – динамични или квазидинамични.

Динамичен икономически модел се получава, когато участващите в него икономически величини зависят функционално не само от други икономически величини, но и от времето, и тази зависимост се представя чрез непрекъсната и диференцируема функция. Така например, ако $x(p,t) = (1 + \alpha t)x(p)$, където $x(p)$ е статичната функция на търене, динамичната функция на търсене е със скорост (по времето) на аритметична прогресия, а $x(p,t) = (1 + \alpha)^t x(p)$ – на геометрична.

Квазидинамичните модели са модели с дискретно време, т.е. разделено е на времеви периоди (дни, месеци, години) и всеки период е неделим. Тогава участващите в модела икономически величини (поне една от тях) зависят от стойноста на друга икономическа в предишния период. Така например $y_t = ap_{t-1} - b$ е квазидинамична функция на предлагане.

Говорим за **устойчивост** на динамичен или квазидинамичен модел, когато, в зависимост от началното състояние може да се достигне до равновесно състояние в модела и това състояние да се поддържа във времето.

Най-простите динамични модели, обосноваващи съществуването и единствеността на частичното пазарно равновесие са тези на Валрас и Маршал.

Модел на Валрас. Нека цената е $p_1 > p_E$. Тогава $y(p_1) > x(p_1)$, т.е. появява се **свръхпредлагане** (излишък на стоката) в размер на $y(p_1) - x(p_1)$. Тогава ще възникне конкуренция между производителите и за да привлекат купувачи те ще се принудят да свалят цената, дотогава докато се установи равновесие при цена

p_E и количество q_E. Аналогични са разсъжденията при цена $p_2 < p_E$, тогава $x(p_2) > y(p_2)$, поражда се **свръхтърсене** (дефицит на стоката) в размер на $x(p_2) - y(p_2)$ и купувачите ще се съгласят на по-високи цени. Така, според Валрас

$$\frac{dp}{dt} = h[x(p) - y(p)], h > 0$$

Следователно, според Валрас комбинацията p_E, q_E представлява устойчиво пазарно равновесие.

Модел на Маршал. Ако цената е $p_1 > p_E$, то обемът на търсене ще се съкрати до $q_1 = x(p_1) < q_E$. Но такова количество от стоката търговците са съгласни да предлагат на цена $p_2 = p(q_1) < p_E$ ($p(q_1)$ е стойността на обратната функция на предлагане). Тъй като цената на търсене p_1 превишава цената на предлагане p_2, фирмите ще получат печалба, стимулираща ги да разширят производството, което ще доведе до увеличено предлагане, т.е. $y(t) \to q_E$, докато се изравнят обемите и цените на търсене и предлагане и се достигне до пазарното равновесие. В случай на количество, по-голямо от равновесното q_E цената на търсене ще се окаже под цената на предлагане, фирмите ще търпят загуби, което ще доведе до съкращаване на производството и отново $y(t) \to q_E$. Това може да се изрази така:

$$\frac{dq}{dt} = k[p^D(q) - p^S(q)], k > 0$$

, където с $p^D(q)$ и с $p^S(q)$ са означени обратните функции на търсене и предлагане.

Следователно, и според Маршал пресечната точка на линиите на търсене и предлагане представлява устойчиво пазарно равновесие.

Различието между двата модела е, че според Валрас цените са изключително гъвкави и моментално реагират на промяна в пазарната конюнктура. Според Маршал, това не е така и при диспропорция между търсене и предлагане обемите на пазарните сделки реагират по-бързо. Освен това Валрас приписва по-активна роля на потребителите, а според Маршал, движеща сила на пазара са предприемачите. Но и в двата случая $p(t) \to p_E$ и $q(t) \to q_E$ и бързо се достига до пазарно равновесие и то е устойчиво.

6. Цикълът на паяжината

Това е пример за квазидинамичен модел, който, при определени условия може да бъде неравновесен. Разпространен е главно в селското стопанство, защото по

времето, когато производителите вземат решения за производството си, те не могат да знаят пазарната цена, на която ще реализират продукцията си.

Нека, например да разгледаме пазара на яйца. Предполагаме, че обемът на предлагане на яйца през текущата година *t*, зависи от решенията, които са взели производителите на яйца предишната година *t-1*. Тези решения са взети на база цената p_{t-1} на яйцата от предишната година. Предполагаме, че функцията на предлагане на яйца $y_t(p_{t-1})$ е от най-прост вид

$$y_t = bp_{t-1}$$

Търсенето, обаче ще е съобразено с цената през настоящата година

$$x_t = \alpha - \beta p_t$$

Ако яйцата не могат да се съхраняват, цената p_t трябва да е такава, че да осигури изкупуването на цялото количество y_t. Тогава

$$\alpha - \beta p_t = bp_{t-1}$$

Така че цената през всяка година е свързана с цената от предишната година посредством **рекурентната зависимост**

$$p_t = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{b}{\beta} p_{t-1} \qquad (1)$$

Цената p_t, удовлетворяваща (1) за дадено p_{t-1} се нарича **пазарна клирингова цена**. Тя е различна от равновесната пазарна цена p^*, която за този модел ще се получи от $p_t = p_{t-1} = p^*$ и (1), така че

$$p^* = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{b}{\beta} p^* \qquad (2)$$

откъдето следва, че $p^* = \frac{\alpha}{b+\beta}$ и $q^* = \frac{b\alpha}{b+\beta}$. Ако извадим (2) от (1), ще се получи

$$p_t - p^* = -\frac{b}{\beta}(p_{t-1} - p^*)$$

Възможни са два случая:

1) $b < \beta$, тогава $|p_t - p^*| < |p_{t-1} - p^*|$ и редицата от цени $p_0, p_1, \dots, p_{t-1}, p_t, \dots$ ще е сходяща числова редица и $\lim_{t\to\infty} p_t = p^*$. Същото важи и за редицата от количества продадени яйца $q_0, q_1, \dots, q_{t-1}, q_t, \dots$, която ще има за граница q^*. В този случай разглежданият модел е равновесен.

2) $b > \beta$ и $|p_t - p^*| > |p_{t-1} - p^*|$ обуславя разходящи числови редици, както на клиринговите цени, така и на продаваните през годините количества яйца. Всяка

година клиринговата цена ще се отдалечава все по-вече от равновесната цена, така че моделът не е равновесен.

7. Агрегиране на търсенето и предлагането

Агрегиране на икономически величини - сумиране, натрупване. Обратния процес е сегментиране.

Пазарното търсене и пазарното предлагане се получават в резултат на агрегиране на отделните индивидуални търсения и предлагания на всички участници в този пазар.

Как се процедира с функциите на търсене и предлагане при агрегирането им.

Най-прост пример: Нека на даден пазар има двама участници – първия с функция на търсене $x_1(p) = 2 - p$ и втория - $x_2(p) = 4 - p$. В резултат на агрегирането им се получава пазарно търсене с функция $x(p) = x_1(p) + x_2(p) = (2 - p) + (4 - p) = 6 - 2p$. Това не е вярно. Грешката е, че сме събрали математическите функции $x_1(p)$ и $x_2(p)$, а не икономическите. Икономическата функция $x_1(p)$ е дефинирана (неотрицателна) за $p \in (0,2)$, а $x_2(p)$ – за $p \in (0,4)$. Тогава

$$x_1(p) = \begin{cases} 2 - p \text{ за } p \in [0,2) \\ 0 \text{ за } p \in [2, \infty) \end{cases} \quad x_2(p) = \begin{cases} 4 - p \text{ за } p \in [0,4) \\ 0 \text{ за } p \in [4, \infty) \end{cases}$$

и за агрегираната величина $x(p)$ получаваме

$$x(p) = \begin{cases} 6 - 2p \text{ при } p \in [0,2) \\ 4 - p \quad \text{при } p \in [2,4) \\ 0 \qquad \text{при } p \in [4, \infty) \end{cases}$$

Общ случай – функции на търсене. Нека на даден пазар имаме n купувача, всеки със своята индивидуална функция на търсене $x_1(p), x_2(p), \ldots, x_n(p)$.

Първо. Определяме всички стойности на p, при които индивидуалните функции на търсене се нулират и ги подреждаме по възходящ ред $p_1 < p_2 < \ldots < p_k$. $k \leq n$, защото евентуално някои от функциите се анулират за едно и също p. Възможно е $p_k = \infty$

Второ. За всяко $i = 1, \ldots, k$ сумираме онези функции, нулиращи се при $p = p_i$. Така получаваме новите функции $x_1(p), x_2(p), \ldots, x_k(p)$.

Трето. Окончателно получаваме

$$x(p) = \begin{cases} x_1(p) + \cdots + x_k(p) & \text{при } p \in [0, p_1) \\ x_2(p) + \cdots + x_k(p) & \text{при } p \in [p_1, p_2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_k(p) & \text{при } p \in [p_{k-1}, p_k) \\ 0 & \text{при } p \in [p_k, \infty) \end{cases}$$

Общ случай – функции на предлагане. Нека на даден пазар имаме n продававача, всеки със своята индивидуална функция на предлагане $y_1(p), y_2(p), \ldots, y_n(p)$.

Първо. Определяме всички стойности на p, при които индивидуалните функции на предлагане се нулират и ги подреждаме по възходящ ред $p_1 < p_2 < \ldots < p_k$. $k \leq n$, защото евентуално някои от функциите се анулират за едно и също p. Възможно е $p_1 = 0$

Второ. За всяко $i = 1, \ldots, k$ сумираме онези функции, нулиращи се при $p = p_i$. Така получаваме новите функции $y_1(p), y_2(p), \ldots, y_k(p)$.

Трето. Окончателно получаваме

$$y(p) = \begin{cases} 0 & \text{при } p \in [0, p_1) \\ y_1(p) & \text{при } p \in [p_1, p_2) \\ y_1(p) + y_2(p) & \text{при } p \in [p_2, p_3) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_1(p) + \cdots + y_k(p) & \text{при } p \in [p_k, \infty) \end{cases}$$

8. Използване на коефициентите на ценови еластичности за микроикономическо пригнозиране

Анализ на реакцията на пазарната цена може да се направи, ако функциите на пазарно търсене и предлагане са зададени в явен вид. Да се прогнозира реакцията на участниците в пазарните сделки върху изменението на цената от максимално възможната и стойност до нулата е практически много трудно. Ако обаче се знаят коефициентите на ценова еластичност, тази задача може да се улесни. В страните с развита пазарна икономика статистически и маркетингови агенции периодично провеждат замервания на тези коефициенти. За функцията на търсене на дадена потребителска стока това може да се направи, като стоката се пуска в търговската мрежа на различни цени (но с малка разлика между тях) за определен период от време.

Пример. Нека обичайната цена на маргарин в опаковка от 250 гр. е 1 лв, и се продава в количество 20000 бр. седмично. Чрез промоции в големите търговски вериги стоката се пуска за 0,9 лв. и се установяват 24000 бр. продажби за седмица, след това при цена от 0,81 лв. продажбите са 27600 бр. седмично. Така

получаваме: при $p_0 = 1$, $q_0 = 20$ и $\varepsilon_0 = -2$, при $p_1 = 0{,}9$, $q_1 = 24$ и $\varepsilon_1 = -1{,}5$, при $p_2 = 0{,}81$, $q_2 = 27{,}6$.

Тези данни ни дават възможност за възстановяване на функцията на пазарно търсене на тази стока, ако допуснем, че функцията е от определен вид. Представянето на функцията на пазарно търсене за дадена стока в явен вид е много важно, защото голяма част от фирмите въз основа на нея си съставят оптимален план – какво количество да предлагат и на каква цена, за да може печалбата им да е максимална. Това са монополите, олигополите и монополистичните конкуренти. **Монополистичен конкурент** е фирма на пазар с много фирми, подобни на нея, които произвеждат продукт от един вид, но всяки с различна търговска марка.

Моделиране на функцията на търсене, ако тя е с постоянна еластичност. Необходимите данни са: цена p_0, обем на търсене при тази цена $q_0 = x(p_0)$ и еластичност на търсенето при тази цена $\varepsilon_0 = E\big(x(p_0)\big)$. Тогава функцията на търсене ще е от вида

$$x(p) = ap^{\alpha}$$

, където α е ценовата еластичност, следователно $\alpha = \varepsilon_0$ и $x(p) = ap^{\varepsilon_0}$. Нормиращият коефициент a ще определим от $q_0 = a{p_0}^{\varepsilon_0} \Longrightarrow a = q_0{p_0}^{-\varepsilon_0}$ и окончателно

$$x(p) = q_0\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\varepsilon_0}$$

В условията на примера получаваме $x(p) = \frac{20}{p^2}$.

Моделиране на функцията на търсене, ако тя е линейна. Необходимите данни са същите, както по-горе. Функцията на търсене ще е от вида

$$x(p) = a - bp$$

Тъй като ценовата еластичност е $E\big(x(p)\big) = -\frac{bp}{a-bp}$, коефициентът b ще се определи от

$$\varepsilon_0 = -\frac{bp_0}{a - bp_0} = -\frac{bp_0}{q_0} \Longrightarrow b = -\frac{q_0\varepsilon_0}{p_0}$$

а от

$$q_0 = x(p_0) = a + \frac{q_0\varepsilon_0}{p_0}p_0 \Longrightarrow a = q_0(1 - \varepsilon_0)$$

Окончателно, за функцията на търсене получаваме

$$x(p) = q_0\left[(1-\varepsilon_0) + \frac{\varepsilon_0}{p_0}p\right]$$

В условията на примера ще получим $x(p) = 60 - 40p$.

Моделиране на функция на търсене, ако тя е с линейна еластичност. Тук, освен данните от предишните два случая, ще ни е необходим още един коефициент на ценова еластичност $\varepsilon_1 = E\big(x(p_1)\big)$. Ако $E\big(x(p)\big) = \alpha + \beta p$, функцията на търсене ще има вида

$$x(p) = ap^{\alpha}e^{\beta p}$$

като нормиращият множител a ще се определя от

$$q_0 = x(p_0) = a{p_0}^{\alpha}e^{\beta p_0} \Longrightarrow a = q_0 p_0^{-\alpha}e^{-\beta p_0}$$

и за функцията на търсене ще се получава

$$x(p) = q_0\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\alpha} e^{\beta(p-p_0)}$$

Остава да се определят коефициентите α и β. Като решим системата

$$E\big(x(p_0)\big) = \varepsilon_0 = \alpha + \beta p_0$$

$$E\big(x(p_1)\big) = \varepsilon_1 = \alpha + \beta p_1$$

Получаваме

$$\alpha = \frac{\varepsilon_1 p_0 - \varepsilon_0 p_1}{p_0 - p_1} \text{ и } \beta = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_1}{p_0 - p_1}$$

В условията на примера получаваме

$$x(p) = 20p^3e^{5-5p}$$

По аналогичен начин се моделира и функцията на пазарно предлагане.

9. Общи приходи от продажби (TR)

Ако $x(p)$ е функцията на търсене на дадена стока, то произведението $px(p)$ отразява общите разноски на потребителите за закупуване на стоката. Но в условие на пазарно равновесие, това ще бъдат и **общите приходи (**Total Revenue**)** на търговците от пазарната реализация на стоката.

Тъй като

$$TR(p) = px(p) \Longrightarrow TR'(p) = x(p) + px'(p)$$

$$TR'(p) > 0 \Leftrightarrow px'(p) > -x(p) \Leftrightarrow E\big(x(p)\big) > -1$$

получаваме, че

$$\boldsymbol{TR(p)} \nearrow \text{ при тези } \boldsymbol{p}, \text{при които търсенето е нееластично}$$

$$\boldsymbol{TR(p)} \searrow \text{ при тези } \boldsymbol{p}, \text{при които търсенето е еластично}$$

Изводи:

1) при нееластично търсене на стоката изменението на цената води до изменение на оборота от продажбите в същата посока, т.е. търговците, ако искат да увеличат оборота трябва да вдигнат цената;

2) при еластично търсене на стоката изменението на цената води до изменение на оборота на продажбите в обратна посока, т.е. ако търговците искат да увеличат оборота трябва да свалят цената;

3) ако цената p_0 е такава, че нееластичното търсене се сменя с еластично (т.е. $E\big(x(p_0)\big) = -1$ и $E\big(x(p)\big) > -1$ за $p < p_0$, $E\big(x(p)\big) < -1$ за $p > p_0$) то при тази цена оборота от продажби достига абсолютен максимум.

Частни случаи.

1) При търсене с постоянна ценова еластичност $x(p) = \frac{a}{p^{\alpha}}$, ако $\alpha \in (0, -1)$, търсенето е нееластично и приходите от продажби се увеличават при нарастване на цената; ако $\alpha \in (-1, -\infty)$ търсенето е еластично и функцията на общите прихори е намаляваща функция на цената; ако $\alpha = -1$ $x(p) = \frac{a}{p}$ и $TR(p) = a = const$. В никой от тези цлучаи функцията $TR(p)$ не допуска глобален максимум.

2) При функция на търсене от вида $x(p) = -a + \frac{b}{p}$, $p \in \left(0, \frac{b}{a}\right)$ еластичността $E\big(x(p)\big) = -\frac{b}{b-ap} < -1$, търсенето е еластично за $\forall p \in \left(0, \frac{b}{a}\right)$ и $TR(p) = b - ap$ е намаляваща функция на цената. И тук няма условия за достигане на глобален максимум на общите приходи от продажба на стоката.

3) При функция на линейно търсене $x(p) = a - bp, p \in \left(0, \frac{a}{b}\right)$ в първата половина на интервала, т.е. при $p \in \left(0, \frac{a}{2b}\right)$ търсенето е нееластично и $TR(p) = p(a - bp)$ е растяща, при $p \in \left(\frac{a}{2b}, \frac{a}{b}\right)$ търсенето става еластично и общите приходи спадат с

нарастване на цената. Тогава при $p = \frac{a}{2b}$ нееластичното търсене се сменя с еластично и оборотът от продажбите достига своя абсолютен максимум и той е

$$TR_{max}\left(p = \frac{a}{2b}\right) = \frac{a^2}{4b}$$

Графиката на функцията $TR(p)$ при $p \in \left(0, \frac{a}{b}\right)$ $(TR(0) = TR\left(\frac{a}{b}\right) = 0)$ има вид на вдлъбната парабола с връх в точката с координати $p = \frac{a}{2b}$, $TR = \frac{a^2}{4b}$.

Често функцията на общите приходи от продажби се представя като функция не на цената на търсене, а на обема на търсене, като се използва обратната функция на търсене $p = p(x)$. Тогава, естествено $TR(x) = xp(x)$. Така например при линейно търсене

$$p = \frac{a}{b} - \frac{x}{b} \Longrightarrow TR(x) = x\left(\frac{a}{b} - \frac{x}{b}\right)$$

Графиката на $TR(x), x \in (0, a)$ също е вдлъбната парабола с връх в точката с координати $x = \frac{a}{2}$, $TR = \frac{a^2}{4b}$.